

中小学生的理想计算机课外辅导读物 信息学(计算机)奥林匹克竞赛的最好教材

信息学[计算机]奥林匹克

基础篇习题集

俞仁励 戚小玲 等编著 北京大学出版社

奥林匹克丛书

[计算机]

信息学



信息学(计算机)奥林匹克丛书

信息学(计算机)奥林匹克 (基础篇习题集)

俞仁励 戚小玲
李维诒 陈 琦 编著
李玉敏

北京大学出版社
北 京



内 容 简 介

本书是信息学(计算机)奥林匹克丛书基础篇上册和下册的习题解答。全书分两部分,分别是上、下册的全部习题及解答并附有分析。有些习题还举出多种解法供读者参考。

本书的习题分析深入浅出,语言通俗易懂并富有启发性。题解给出的程序可读性好,并有较好的结构。所有程序都用 GW BASIC 语言编写,并在 PC 机上通过。

本书适合作为中小学计算机课外活动的教材,也可作为青少年计算机爱好者学习程序设计的自学读物。对从事有关教学的教师也有较好的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

信息学(计算机)奥林匹克丛书:基础篇习题集/俞仁励编. —北京:北京大学出版社,1996
ISBN 7-301-03079-7

I. 信… II. 俞… III. ①计算机-习题②计算机课-中学课外读物 IV. G634.67

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 23202 号

书 名: 信息学(计算机)奥林匹克(基础篇习题集)

著作责任者: 俞仁励 等

责任编辑: 郭佑民

标准书号: ISBN 7-301-03079-7/TP·287

出版者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

电 话: 出版部 62752015 发行部 62559712 编辑部 62752032

排 印 者: 北京经纬印刷厂印刷

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787×1092 毫米 16 开本 8 印张 200 千字

1996 年 12 月第一版 1996 年 12 月第一次印刷

定 价: 13.00 元

序 言

科学技术普及工作是传播科学知识、科学思想和科学方法,提高全民科学文化素质的关键措施,是实施“科教兴国”战略,加速科学技术进步,促进社会主义物质文明和精神文明建设的重要内容。在科技竞争、人才竞争已成为世界各国竞争焦点的今天,科学技术的普及活动也成为衡量综合国力的一个重要尺度。从培养 21 世纪人才着眼,抓好青少年科技教育,是一件十分有意义的事情,这也是我们编写这套丛书的初衷。

众所周知,现代信息技术正在对人类社会产生着难以估量的深远影响,并将成为新世纪的一个标志。将有关信息科学知识纳入到未来人才的知识结构中来,是时代的需要。人们越来越认识到:计算,跟语言一样是人类社会每时每刻都不可缺少的事情;计算已经成为与理论研究和实验研究并列的第三种研究方法;计算机成了“人类通用智力工具”;计算机和现代通信网络结合成了教育面向世界、面向未来、面向现代化的支撑环境;信息技术与基础教育相结合已经成为当今世界的大趋势。国家教委副主任柳斌同志在论述“为什么要重视计算机教育”时说:“经验证明,计算机技术越是高度发展,计算机人才就越重要,计算机教育就越重要。只有培养一批又一批掌握现代化已经成熟的电子计算机技术人才,并不断发展和提高我国的计算机技术水平,我们才能加速我国走向现代化,走向世界,走向未来的历史进程。”

信息学奥林匹克竞赛最根本的一条宗旨是推动计算机在青少年中的普及。从 1989 年到 1995 年已经成功地举行过七届世界大赛。在这七届大赛中,我国的青少年选手取得了名列前茅的好成绩。这表明,中国孩子有志向、有能力、有条件掌握先进的信息科学知识,具备成为合格的跨世纪人才的素质条件。学科奥林匹克对青少年树立自立、自信、自尊、自强精神,起到了激励和鼓舞作用。

信息学奥林匹克竞赛属于课外因材施教活动,重在培养能力,特别是创造能力。按照教育心理学的观点,创造能力的培养必须以实践为基础。在计算机上编程解题是一项极好的实践活动,它可以训练观察能力、逻辑思维能力、抽象化形式化描述问题能力、规划能力、动手动脑分析问题和解决问题的能力。总之,这是一项用电脑帮助开发人脑的有益活动。正因为如此,热心于普及教育的老师们集体编著了这套丛书。这套丛书按不同年龄段设计了不同的内容,分层次由浅入深,介绍计算机的典型算法和基本数据结构知识,重点讲解编程解题的思路与技巧,有丰富的例题和习题,许多都是能够引发兴趣的题目,有的有相当难度。这里需要强调:计算机是实践性很强的学科,不上机是学不会的。阅读丛书应和上机实践紧密配合才能真正学懂、学到手。另外,书上给出的方法也只是为了抛砖引玉。我们鼓励创造,尤其希望读者编出的程序更有效、更高明。“精心育桃李,切望青胜蓝”是我们的座右铭。

中国计算机学会普及委员会主任
国际信息学奥林匹克中国队总教练

吴文虎

1995 年 12 月于清华园

前 言

本书是《信息学（计算机）奥林匹克（基础篇）》上、下册的习题集。

为了使读者使用方便，本书按原有章节对应排列。每题不但有运行结果和程序，而且还有详尽的分析。有些习题还从不同角度分析，用多种方法编程。

编写习题集的目的在于向读者提供一个样本，使读者对自己的程序运行结果有个鉴别，对自己的解决问题算法有个比较，对自己编写程序风格有个互比。

程序运行结果的正确和错误容易鉴别，但解决问题的算法优劣和程序编写的风格好坏却是一个模糊的问题。笔者特别声明：本书的解题算法和编程风格不一定也不可能都是很优秀的。有些是因为作者的水平和能力所限，有些则是因为编程语言本身所局限。但是有一点是肯定的——作者是竭尽所能、毫无保留地把作者认为最佳的算法和最好的程序奉献给读者。

习题集的使用方法大致有两种：其一是，先自己作题，然后对照习题集；其二是，先看习题集，然后再自己作。究竟哪一种方法较好，作者以为因人而异。但不管是那种方法，都不要只看结果不仔细阅读算法分析和读懂程序，否则习题集就降格为答案集了。

读者如果发现某题的更佳算法或更好的程序或者发现书中的失误之处，可以通过出版社和我们联系。我们将万分感谢您的赐教，并在再版时加以修改和纠正。

本书可作为中小学计算机课外小组的教材，也可供计算机教师和计算机程序设计爱好者参考使用。

本书的作者都是长期做计算机普及教育工作的第一线教师。他们辅导中小学学生参加过各类计算机竞赛，并取得较好的成绩。他们有着丰富的教学和辅导经验，本篇是他们多年呕心沥血一点一滴积累的经验总结。现在把它们毫无保留地奉献给广大读者。

参加习题集编写工作的有：陈琦、俞仁励、戚小玲、李维翎、李玉敏。

习题集由俞仁励统稿。

本书的编写得到北京大学出版社郭佑民老师的大力支持和帮助，谨此表示感谢。

由于编写时间仓促且作者水平所限，书中难免会有错误和不妥之处，敬请读者提出宝贵意见和建议。

俞仁励

1996年10月1日于北京

目 录

基础篇·上册

习题一.....	(1)
习题二.....	(7)
习题三	(13)
习题四	(21)
习题五	(38)
习题六	(44)
习题七	(50)
习题八	(53)
习题九	(61)

基础篇·下册

习题一	(69)
习题二	(84)
习题三	(95)
习题四.....	(104)
习题五.....	(109)
习题六.....	(115)

基础篇·上册

习 题 一

1-1. 有一个自然数被 3,4,5 除都余 1,被 7 除余 2,此数最小是几?

分析:因这个自然数被 2,3,5 除都余 1,所以这个自然数一定是 2,3,5 的公倍数加 1,因此每次增加 60(2,3,5 的最小公倍数)来穷举。

程序如下:

```
10 X=1
20 X=X+60:IF X MOD 7<>2 THEN 20
30 PRINT X:END
RUN
121
```

1-2. 某老者和他的孙子同生于 20 世纪,他们年龄相差 60 岁,若把他们出生年份被 3,4,5,6 除,余数分别是 1,2,3,4。编程求出老者和他的孙子各自出生的年份。

程序如下:

```
5 X=1900
10 X=X+2:Y=X+60
20 FOR I=3 TO 6
30 IF X MOD I<>I-2 OR Y MOD I<>I-2 THEN 10
40 NEXT I:PRINT X,Y:END
RUN
1918      1978
```

1-3. 有一个两位数,加 6 后再把个位数与十位数互换,得到一个新的两位数,这样加 6 再互换共三次后,又得到了原来的两位数,求原来的两位数。

分析(见下面程序,下同):

(1)第 10 句中的初值为 12,因为两位数加 6 再互换后不可能出现 10 和 11。终值到 93,因为大于 93 的数加 6 后就成了三位数。

(2)第 30 句后的条件语句是为了防止大于 93 的数加 6 后出现三位数。第 40 句后面的条件语句为了防止 10 的整倍数数字互换后出现了一位数字。

程序如下:

```
10 FOR X=12 TO 93:Y=X
20 FOR I=1 TO 3
```



```

30 Y=Y+6:IF Y>99 THEN 60
40 A=Y\10:B=Y-10*A:Y=10*B+A:IF Y<10 THEN 60
50 NEXT I:IF Y=X THEN PRINT X,
60 NEXT X:END
RUN

```

19 52 85

1-4. 如果一个自然数的数字之积加上这些数字之和正好等于这个自然数,我们称这样的自然数为“巧数”,求 100 以内的所有巧数。

程序如下:

```

10 FOR X=10 TO 99
20 A=X\10:B=X-10*A:IF A*B+A+B=X THEN PRINT X,
30 NEXT X:END
RUN

```

19 29 39 49 59
69 79 89 99

1-5. 有一个数字各不相同的三位数,如果将此数码重新排列,必可得到一个最大数和一个最小数,此两数之差正好就是原来的三位数.求这个三位数。

方法一:用求商取余法分离各位数字

分析:程序中变量 M 为存放由各位数字组成的最大数,变量 N 存放由各位数字组成的最小数。

第 20 句的循环是分离各位数字。如果在苹果机或中华学习机上用 $A(I) = Y - 10 \text{INT}(Y/10)$ 来代替 $A(I) = Y \text{MOD } 10$;用 $Y = 10 \text{INT}(Y/10)$ 来代替 $Y = Y \setminus 10$ 。(以后的程序亦如此,不再说明)。

第 30—50 句为把各位数字按降序排序,同时检索出如果有相同的数字则进行下一次循环。SWAP A(I),A(J)为变量值交换的语句,与 $T = A(I); A(I) = A(J); A(J) = T$ 的功能一样。

第 60 句的循环是组合成最大数 M 与最小数 N 的。

程序如下:

```

5 DIM A(3)
10 FOR X=123 TO 987:M=0:N=0:Y=X
20 FOR I=1 TO 3:A(I)=Y MOD 10:Y=Y\10:NEXT I
30 FOR I=1 TO 2:FOR J=I+1 TO 3:IF A(I)=A(J) THEN 80
40 IF A(I)<A(J) THEN SWAP A(I),A(J)
50 NEXT J,I
60 FOR I=1 TO 3:M=M*10+A(I):N=N*10+A(4-I):NEXT I
70 IF M-N=X THEN PRINT X:END
80 NEXT X
RUN
495

```

方法二:用子字符串函数分离各位数字

分析:与上面的程句各语句行的作用都一一对应,只是用字符串变量代替了普通变量。

第 10 句中的 $X\$ = \text{RIGHT}\$(\text{STR}\$(X), 3)$ 是为了去掉数值转化成数值型的字符串后, 去掉前面的正、负数的符号位。在苹果机或中华学习机中可直接用 $X\$ = \text{STR}\(X) 。

程序如下:

```
5 DIM A$(3)
10 FOR X=123 TO 987: X$ = RIGHT$(STR$(X), 3): M$ = "": N$ = ""
20 FOR I=1 TO 3: A$(I) = MID$(X$, I, 1): NEXT I
30 FOR I=1 TO 2: FOR J=I+1 TO 3: IF A$(I) = A$(J) THEN 80
40 IF A$(I) < A$(J) THEN SWAP A$(I), A$(J)
50 NEXT J: M$ = M$ + A$(I): N$ = A$(I) + N$
60 NEXT I: M$ = M$ + A$(I): N$ = A$(I) + N$
70 IF VAL(M$) - VAL(N$) = X THEN PRINT X: END
80 NEXT X
RUN
495
```

1-6. 把一个两位素数写在另一个两位素数后面, 得到一个四位数。它能被这两个素数之和的一半整除, 求出所有这样的素数对。

分析: 第 10—60 句为找出所有的两位素数, 并赋值于数组 A 中。

第 70—90 句为判断由两个两位素数所组成的四位数, 能否被这两个素数之和的一半整除。

第 80 句如果写完整, 应该是:

```
80 P = A(I) * 100 + A(J): Q = 100 * A(J) + A(I)
   : S = (A(I) + A(J)) / 2: IF P / S = P \ S
   OR Q / S = Q \ S THEN PRINT A(I); ", "; A(J),
```

但实际效果与下面程序的简化是一样的。

程序如下:

```
10 DIM A(25)
20 FOR X=11 TO 97 STEP 2
30 FOR I=3 TO SQR(X) STEP 2
40 IF X/I = X\I THEN 60
50 NEXT I: N = N + 1: A(N) = X
60 NEXT X
70 FOR I=1 TO N-1: FOR J=I+1 TO N
80 P = A(I) * 100 + A(J): S = (A(I) + A(J)) / 2: IF P / S = P \ S THEN PRINT A(I); ", "; A(J),
90 NEXT J, I: END
RUN
13, 53      19, 47      23, 43      29, 37
```

1-7. 从小到大找出五个素数, 使后面的数比前面的数都大 12。

程序如下:

```
5 X = 3
10 X = X + 2: Y = X
20 FOR I=1 TO 5
```

```

30 FOR J=3 TO SQR(Y) STEP 2:IF Y/J=Y\J THEN 10
40 NEXT J
50 Y=Y+12:NEXT I
60 FOR I=0 TO 4:PRINT X+12*I,:NEXT I
70 END
RUN

```

5 17 29 41 53

1-8. 把一个六位平方数截成两个三位数时,这两个三位数之差的绝对值是1(如 $573^2=328329$)。问这样的六位平方数共有哪些?

程序如下:

```

10 FOR I=317 TO 999:X=I*I
20 A=INT(X/1000):B=X-1000*A:IF ABS(A-B)=1 THEN PRINT X,
30 NEXT I:END
RUN

```

183184 328329 528529 715716

1-9. 编程找出不同的四位平方数对,它们由相同的数字构成。

分析:A 数组存放四位平方数,B 数组存放经降序排序后的四位数字,C 数组用来分离各位数字。

四位平方数的平方根为 32—99 共 68 个,以 1—68 作为数组的下标,则 $31+1-31+69$ 为它们的平方根(第 10 句、20 句)。

第 30 句为分离四位平方数的各位数字。

第 40—60 句把各位数字按降序排序后合成新的四位数,存放于 B 数组中。

第 80—90 句为检索 B 数组的值是否相等,若相等,则 A 数组相对应的四位平方数即为由相同数字组成的数。

程序如下:

```

10 DIM A(68),B(68),C(4)
20 FOR X=1 TO 68:Y=(X+31)*(X+31):A(X)=Y
30 FOR I=1 TO 4:C(I)=Y MOD 10:Y=Y\10:NEXT I
40 FOR I=1 TO 3:FOR J=I+1 TO 4:IF C(I)<C(J)THEN SWAP C(I),C(J)
50 NEXT J:B(X)=B(X)*10+C(I)
60 NEXT I:B(X)=B(X)*10+C(I)
70 IF X=1 THEN 100
80 FOR I=1 TO X-1:IF B(X)=B(I) THEN PRINT A(I);",";A(X)
90 NEXT I
100 NEXT X:END
RUN

```

1369 , 1936

1024 , 2401

1296 , 2916

1764 , 4761

1296 , 9216

2916, 9216

4096, 9604

1089, 9801

1-10. 编程找出所有各数字重新排列成连续数字的三位与四位平方数。

分析:先将平方数进行数字分离(20 句),再将各位数字按升序排序(共 30—40 句),排序后的数字相邻的两个数字的差都是 1,则就是本题的解(第 50—60 句)。

程序如下:

```
5 DIM A(4)
10 FOR X=13 TO 99:Y=X*X;K=0
20 P=INT(Y/10);K=K+1:A(K)=Y-10*P;IF P>0 THEN Y=P;GOTO 20
30 FOR I=1 TO K-1:FOR J=I+1 TO K;IF A(I)>A(J) THEN SWAP A(I),A(J)
40 NEXT J,I
50 FOR I=2 TO K;IF A(I)-A(I-1)<>1 THEN 70
60 NEXT I:PRINT X;"^ 2=";X*X,
70 NEXT X;END
RUN
```

18 ^ 2 = 324 24 ^ 2 = 576 66 ^ 2 = 4356 74 ^ 2 = 5476

1-11. 求 1—200 之间,有多少个连续的自然数之和等于 555,把这样的数组分别打印出来。

程序如下:

```
10 FOR I=1 TO 199:S=0
20 FOR J=I TO 200:S=S+J;IF S>555 THEN 50
30 IF S=555 THEN N=N+1:PRINT I;" + ... + ";J;" = ";S
40 NEXT J
50 NEXT I:PRINT"N=";N;END
RUN
```

4 + ... + 33 = 555

30 + ... + 44 = 555

51 + ... + 60 = 555

90 + ... + 95 = 555

109 + ... + 113 = 555

184 + ... + 186 = 555

N=6

1-12. 某路公共汽车包括起始站和终点站共有 15 个车站,有一辆车除终点外,每一站上车的乘客中都恰好有一位乘客到以后的每一站下车。为了使每一位乘客都有座位,问这辆公共汽车最少要有多少个座位? 这趟车共售出多少张车票?

分析:变量 N 存放车上乘客的人数,变量 S 存放上车的累计人数(也就是所售的票数)。变量 M 存放车上乘客最多时的人数(也就是座位数)。

第 10 句中为起始站上车的人数。

中间共有 13 个车站有乘客上车和下车。其中 14-I 为上车的人数,I 为下车的人数。

程序如下:

```

10 N=14:S=14:M=14
20 FOR I=1 TO 13:N=N+(14-I)-I:S=S+(14-I)
30 IF N>M THEN M=N
40 NEXT I:PRINT M,S:END
RUN

```

56 105

1-13. 求 $1! + (1! + 3!) + (1! + 3! + 5!) + (1! + 3! + 5! + 7!) + (1! + 3! + 5! + 7! + 9!)$ 的值。

分析:下面程序中各变量的作用如下:T——各奇数阶乘的值;P——各括号中各阶乘之和;S——各括号中的值的累加和。第10句是为了解决算式中的第一项1!。

程序如下:

```

10 T=1:P=1:S=1
20 FOR I=3 TO 9 STEP 2
30 T=T*(I-1)*I:P=P+T:S=S+P
40 NEXT I
50 PRINT"S=";S:END
RUN
S=373349

```

习 题 二

2-1. 父子年龄之和 50 岁,再过 5 年父亲年龄是儿子的 4 倍。父亲和儿子现在各多少岁?

程序如下:

```
10 A=A+1;B=50-A
20 IF(A+5)*4<>B+5 THEN 10
30 PRINT B,A;END
RUN
43      7
```

2-2. A、B、C 三人分 24 个苹果,每人所得个数等于三年前他们的年龄数。如果 C 把所得苹果的一半平分给 A 和 B;然后 B 再把现有苹果的一半平分给 A 和 C;最后 A 再把现有苹果的一半平分给 B 和 C,这时每人的苹果数恰好相等。求现在三人的年龄各是多少岁?

程序如下:

```
10 A=24/3;B=A;C=A
20 C=C-A/2;B=B-A/2;A=A*2
30 C=C-B/2;A=A-B/2;B=B*2
40 A=A-C/2;B=B-C/2;C=C*2
50 PRINT A+3,B+3,C+3;END
RUN
16      10      7
```

2-3. 蜘蛛有 8 条腿,蜻蜓有 6 条腿和 2 对翅,蝉有 6 条腿和 1 对翅。三种虫子共 18 只,共有 118 条腿和 20 对翅。问每种虫子各几只?

分析:变量 A、B、C 分别表示蜘蛛、蜻蜓、蝉的只数。为了减少循环的次数,因为蜘蛛的腿多,所以循环变量 A 的终值取 $118/8$ 。蜻蜓的翅多,所以循环变量 B 的终值取 $20/2$ 。

程序如下:

```
10 FOR A=1 TO 118/8;FOR B=1 TO 10
20 C=18-A-B;IF C<1 THEN 40
30 IF A*8+B*6+C*6=118 AND B*2+C=20 THEN PRINT A,B,C
40 NEXT B,A;END
RUN
5      7      6
```

2-4. 甲、乙两数的和为 168,甲数的八分之一与乙数的四分之三的和为 76,求甲、乙两数各是多少?

程序如下:

```
10 A=A+1;B=168-A
20 IF A/8+B*3/4<>76 THEN 10
30 PRINT A,B;END
RUN
```

2-5. 我国古代数学问题:1 兔换 2 鸡,2 兔换 3 鸭,5 兔换 7 鹅。某人用 20 只兔换得鸡、鸭、鹅共 30 只。问其中鸡、鸭、鹅各几只?

程序如下:

```
10 FOR C=7 TO 28 STEP 7
20 FOR B=3 TO 30-C STEP 3
30 A=30-B-C;IF A/2<>A\2 THEN 50
40 IF A/2+B/3*2+C/7*5=20 THEN PRINT A,B,C
50 NEXT B,C;END
```

RUN

2	21	7
4	12	14
6	3	21

2-6. 将下图中 8 个字母换成 1—8 这 8 个不相同的数,使其四个算式成立。

$$\begin{array}{r} A - B = C \\ \div \quad \quad + \\ H \quad \quad D \\ \parallel \quad \parallel \\ G \times F = E \end{array}$$

分析:本题虽然有 8 个未知数(变量),但用 8 层 1—8 各数的循环计算也太费时了。从本题的特点可以看出,只要四个端点(A,C,E,G)的数值确定后,其他的四个数值也就能计算出来了。

在 8 个数字互不相同的前提下,分析原式可知:

(1)A 的值不可能是 1,2,3,4,5 及 7,9,所以它只能是 6 或 8 两种可能。

(2)若 A 为 6 或 8,则 C 绝不可能大于 7,只能在 1—7 的范围内。

(3)若 A 为 6 或 8,则 G 值也只能为 2 或 4。

(4)若 G 为 2 或 4,则 E 值也只为 6 或 8。

程序中的第 20 句就是根据以上判断而用的四重循环。

程序中的第 30 句则是根据 A,C,E,G 四个变量而计算中间的四个变量 B,D,F,H。

程序中的第 40 句为保证 8 个变量的值分别为 1—8 互不相同的值。其中 1—8 的累加和 S 和 1—8 阶乘积 T 由第 10 句得出。

程序如下:

```
10 T=1;FOR I=1 TO 8;S=S+I;T=T*I;NEXT I
20 FOR A=6 TO 8 STEP 2;FOR C=1 TO 7;FOR E=6 TO 8 STEP 2;FOR G=2 TO 4 STEP 2
30 B=A-C;D=E-C;F=E/G;H=A/G
40 IF A+B+C+D+E+F+G+H<>S OR A*B*C*D*E*F*G*H<>T THEN 60
50 PRINT A;B;C;D;E;F;G;H
60 NEXT G,E,C,A;END
```

RUN

6	5	1	7	8	4	2	3
8	7	1	5	6	3	2	4

2-7. 有一本小册子,中间撕去一页后,剩下的各页码之和为 90,求:(1)这本小册子共有多

少页？(2)撕下的那页的两个页码是几？

分析：第 N 页的两个页码分别是 $2 \times N - 1$ 和 $2 \times N$, $(2 \times N - 1) + 2 \times N = 4 \times N - 1$ 。

在程序中，变量 N 表示小册子的页数，变量 S 表示所有页码之和，用穷举法去试找所撕去的页数 I ，则 $2 * I - 1$ 和 $2 * I$ 就是所撕去的那页的两个页码。

程序如下：

```
10 N=N+1:S=S+4*N-1:IF S<90 THEN 10
20 FOR I=1 TO N:IF S-(4*I-1)<90 THEN 10
30 IF S-(4*I-1)=90 THEN PRINT N,2*I-1,2*I:END
40 NEXT I:GOTO 10
RUN
```

7 7 8

2-8. 甲、乙两港口距离不超过 5000 公里，有三只轮船于某天零时同时从甲港开往乙港。设三只船都以匀速 24 小时不停地航行，若干天后零时第一只船到乙港。几天后 18 时，第二只船也到达。再过几天后 8 时，第三只船也到达。假定三只船每天的航速分别为 300 公里/天，240 公里/天，180 公里/天。问甲、乙两港实际的距离是多少公里？三只船各走了多少时间？

分析：

(1)两港间的距离 S 一定是 300 的整数倍数。

(2) X 为 B 轮 18 小时的航程， Y 为 C 轮 8 小时的航程。

(3) $S, S-X, S-Y$ 一定分别是 300, 240, 180 的整数倍数。

(4)因 S 不超过 5000 公里，则可从刚刚大于 5000 的 300 的整数倍数的数 $S=S-300$ 逐次递减列举。

程序如下：

```
10 S=(5000\300+1)*300:X=240*18/24:Y=180*8/24
20 S=S-300:IF (S-X)/240<>(S-X)\240 OR (S-Y)/180<>(S-Y)\180 THEN 20
30 PRINT "S=";S;"Gongli"
40 PRINT "A=";S/300;"Tian "
50 PRINT "B=";(S-X)\240;"Tian 18 Xiaoshi"
60 PRINT "C=";(S-Y)\180;"Tian 8 Xiaoshi" :END
RUN
S=3300 Gongli
A=11 Tian
B=13 Tian 18 Xiaoshi
C=18 Tian 8 Xiaoshi
```

2-9. 若 A 与 B 都是素数，求 $A \div B$ 的循环节。

分析：从算术式可以知道，当进行除法计算到小数点后某一位的余数与前面的某一位的余数相等时，这两位之间的商数就是它们的循环节。

在下面的程序中，变量 A 为被除数，变量 B 为除数。 P 数组存商的各位数字， Q 数组存各个余数。

第 40 句为求商取余并将其值存入 P 或 Q 数组中。第 50—60 句为检索有无相同的余数。第 80 句为打印循环节。第 100—140 句子程序为判断被除数与余数是否为素数。

程序如下:

```
10 INPUT "A=";A:X=A;GOSUB 100;IF K=1 THEN 10
20 INPUT "B=";B:X=B;GOSUB 100;IF K=1 OR B=5 THEN 20
30 DIM P(B),Q(B)
40 N=N+1:P(N)=A\B:Q(N)=A MOD B :IF N<3 THEN 70
50 FOR I=1 TO N-1:IF Q(N)=Q(I) THEN 80
60 NEXT I
70 A=Q(N)*10;GOTO 40
80 FOR J=I+1 TO N:PRINT P(J);:NEXT J
90 END
100 K=0 :IF X<0 OR X<>INT(X) THEN K=1;GOTO 140
110 FOR I=2 TO SQR(X)
120 IF X/I=X\I THEN K=1;GOTO 140
130 NEXT I
140 RETURN
RUN
A=? 13
B=? 7
```

8 5 7 1 4 2

2-10. 100 个 7 组成的百位自然数,被 13 除后,问余数是几? 商数中各位数字之和是多少?

分析:设变量 A 存被除数,变量 P 存商数,变量 Q 存余数,变量 S 存各位商的数字之和,则
程序如下:

```
10 A=77:S=0
20 FOR I=2 TO 100
30 P=A\13 :Q=A MOD 13
40 S=S+P:A=Q*10+7
50 NEXT I
60 PRINT Q,S;END
RUN
```

3 550

2-11. 将 $1/A$ 改写成 $1/A=1/X+1/Y$ (埃及分数)的所有形式。A,X,Y 都是自然数,A 的值由键盘输入。

分析:程序第 30 句中 $Y=A * X/(X-A)$ 的算术推导过程如下:

$$\therefore \frac{1}{A} = \frac{1}{X} + \frac{1}{Y}, \therefore \frac{1}{Y} = \frac{1}{A} - \frac{1}{X} = \frac{X-A}{A \times X}, \therefore Y = \frac{A \times X}{X-A}$$

程序如下:

```
10 INPUT A:IF A<0 OR A<>INT(A) THEN 10
20 FOR X=A+1 TO 2*A
30 Y=A*X/(X-A):IF Y=INT(Y) THEN PRINT "1/" ;A;"=1/" ;X;" +1/" ;Y
40 NEXT X;END
RUN
? 6
```

$$1/6=1/7+1/42$$

$$1/6=1/8+1/24$$

$$1/6=1/9+1/18$$

$$1/6=1/10+1/15$$

$$1/6=1/12+1/12$$

2-12. 环绕大厅有七盏电灯 A,B,C,D,E,F,G,各自装有一个拉线开关,开始时只有 A,C,E,G 四盏灯亮着。一个小孩从 A 灯开始顺次拉一下开关,问当他拉了 $N(N>1000)$ 次开关后,最后都有哪几盏灯是亮着的?

分析:因为每盏灯的开关拉了两次后,它仍恢复原来的亮、灭状态。第 40 句余数 Q 就是每盏灯的开关都拉了偶数的次数以后所剩余的数,再判断这 Q 盏的开关状态。

程序如下:

```
10 DIM A(7)
20 FOR I=1 TO 7 STEP 2:A(I)=1:NEXT I
30 INPUT "N=";N:IF N<1000 THEN 30
40 Q=N MOD 14:IF Q<8 THEN 60
50 FOR I=1 TO 7:A(I)=1-A(I):NEXT I:Q=Q-7
60 FOR I=1 TO Q:A(I)=1-A(I):NEXT I
70 FOR I=1 TO 7:IF A(I)=1 THEN PRINT CHR$(64+I),
80 NEXT I:END
RUN
N=? 1200
A      C      D      F
```

2-13. 一块木板高 110 厘米,有个小虫由地面向上爬,每分钟爬上 50 厘米,每爬 1 分钟就要休息 1 分钟,在这休息时间内下滑 30 厘米,当小虫爬到顶部还要休息 2 分钟,再按原路爬回地面。问共用多少分钟?

分析:这个问题与船在河流中的航速问题,骑自行车上山和顺坡下山的问题一样。以船在河流中的航速问题为例:

逆速=船速-流速,所以船速=逆速+流速,而顺速=船速+流速=逆速+2×流速。第 40 句中的 $S=S-(50+30*2)=S-50-30*2$ 就是这样推导出来的。

第 30 句中的 $(S-110)/50$ 与第 60 句中的 $(0-S)/(50+30*2)$ 是为了避免小虫爬到顶部或爬回地面最后的一段路程不是正好用 1 分钟而设的(具体到本题所给的数据,可以不必加这两个式子)。

程序如下:

```
10 T=T+1:S=S+50
20 IF S<110 THEN T=T+1:S=S-30:GOTO 10
30 T=T-(S-110)/50:T=T+2:S=110
40 T=T+1:S=S-50-30*2
50 IF S>0 THEN T=T+1:S=S-30:GOTO 40
60 PRINT T-(0-S)/(50+30*2):END
RUN
10
```