

ゼッケ著

経営のための

統計学

安部 栄造

樋口 武

前野富士生

新熊 邦男

共訳



啓文社



ゼッケ 著
経営のための

統 計 学

安樋前新
部口野熊
共
栄 造
富 武
邦 生
訳 男



啓 文 社



訳 者 紹 介

安部 栄造 (あべ えいぞう)

1915年 生まれ

1939年 大阪帝国大学理学部数学科卒業

現 在 関西学院大学名誉教授
阪南大学経済学部教授

樋口 武 (ひぐち たけし)

1942年 生まれ

1965年 同志社大学商学部卒業

1974年 同志社大学大学院商学研究科
博士課程修了
大阪商業大学商経学部助手,
専任講師, 阪南大学経済学部
助教授を経て

現 在 阪南大学経済学部教授

前野 富士生 (まえの ふじお)

1944年 生まれ

1968年 神戸市外国語大学卒業

1974年 大阪府立大学大学院経済学研
究科博士課程修了

現 在 阪南大学経済学部助教授

新熊 邦男 (しんくま くにお)

1948年 生まれ

1971年 関西大学経済学部卒業

1976年 関西大学大学院経済学研究科
博士課程修了

現 在 阪南大学経済学部助教授

検
印
省
略

経営のための 統計学

定価 2700 円

1984年 5月20日 初版第1刷発行

1986年 4月20日 初版第2刷発行

訳 者 安部 栄造 樋口 武
前野富士生 新熊 邦男

発行者 三宅 淳三

印刷者 林 初彦

発行所 啓文社

(606) 京都市左京区田中関田町26
電話075-791-1146(代) 振替京都5-7892

ISBN4-7729-1216-9 C3033

は し が き

本書の目的は経営統計学を最も簡明にわかりやすいように紹介することである。したがって本書を通読すれば、経営上の諸問題を解決するために統計的な手法を効率的に用いることができる。本書は、その内容からいえば経営学部テキストとして用いてもよいし、また補助テキストとしても用いることができる。

本書はまた、必ずしも経営統計学とはかぎらず一般の統計学についてより深く知りたいと思っている学生や社会人にとっても大いに役に立つであろう。

統計学や高度の数学の予備知識は全く必要がない。なぜなら、すべての例が基本から詳細に説明されているからである。情報伝達や情報分析に電子機器が広範に用いられるにつれデータの利用可能性が幾何級数的に増大しつつあるこの複雑な実業界にあっては、その世界で勝利者となるほどの人は膨大な量の情報を整理し分析しうるものでなければならないことは明らかである。いま起こっていることや将来に起こることについての客観的な見解を得るためには、統計学は、最も貴重なものでありまた必要不可欠のものであるともいえる。

本書では、各主題を論理的に展開してある。それぞれの章の問題を解答するのに必要な数値表は、その章または付録に掲げてある。

数学的手法だけではなく、その手法を、いつ、どのように用いるかを、またその分析結果をどのように解釈するかを学ぶ必要があるので、本書には多くの例が掲げられている。各章のはじめで、その章の主題と公式を理論的に論じ、ついで多様な例をあげて説明してあるが、それらはすべて“講義に用

いた”ものである。そのうえ、必要なところでは、各例は次のような順序で並べられている、すなわち、ある変数を一定にしたままそれ以外の変数の1つ以上を変化させて、これらの変数の間の関係を明確に示すような順序である。各章末の“問題”とした部分では、それまでの例に類するものを問題として掲げてある。

目 次

はしがき

1 序：データの整理	1
モデル	1
計 算	4
順 列	4
組 合 せ	5
データの分類およびヒストグラム	9
問 題	14
2 確 率	17
集 合	17
相 対 度 数	18
離散的確率と連続的確率	19
補 集 合	21
交わりと結び	21
条件つき確率	24
従属事象の確率	24
独立事象の確率	25
要 約	26
問 題	26
3 平均とちらばり	32
代 表 値	32
ちらばり	34
期待値に関するいくつかの定理	38

グループ化されたデータ	40
問 題	42
4 正 規 分 布	46
標準正規分布	47
z 表の使い方	49
問 題	58
5 二項関数とポアソン関数	60
二 項 関 数	60
ポアソン分布	67
問 題	72
6 統計的推測	75
デ ー タ	75
比 率	76
標本の大きさ	77
問 題	79
7 仮 説 検 定	82
第Ⅰ種の過誤	83
両側検定の問題	83
片側検定の問題	84
第Ⅱ種の過誤	85
問 題	92
8 小標本—— t 分布	94
t 表の使い方	95
問 題	99

9	平均値間の差	100
	t 統計量	101
	問 題	107
10	相 関 係 数	109
	係数の解釈	109
	順位相関係数	111
	問 題	118
11	χ^2 統 計 量	122
	問 題 の 型	126
	型 I の問題 (分割表)	126
	型 II の問題	136
	問 題	140
12	最小 2 乗法：線型回帰	141
	問 題	152
13	分 散 分 析	155
	F 表	155
	公 式	156
	問 題	165
14	連続確率分布	167
	積分の一般式	169
	期待値, 分散, 標準偏差	172
	問 題	175
	解 答	177

付 録

I	z 表—正規曲線下の面積·····	245
II	t 分布表·····	246
III	χ^2 分布表·····	247
IV	F 表·····	247
索 引	·····	248
訳者あとがき	·····	253

1

序：データの整理

企業経営で問題が起きたとき、これを上手に解決しようとするれば、論理的手続きが必要となる。この手続きは、状況の最も重要な局面を盛り込んだモデルをつくと極めてよく表現される。どんなモデルでも、あらゆる局面を同時に表現しうるものではないから、手続きをすすめる各段階で、重要なものとそうでないものとを仮に判定しなければならない。この章では、モデルをつかって問題を解決する一般的方法について考える。また、データを収集し、集計し、整理する方法についても述べる。

モ デ ル

企業経営で発生する多くの問題の分析とその解決には、確率と統計とが極めて重要な用具である。問題解決にとられる手続きは、次の図 1.1 で示すように、いろいろな段階がある。

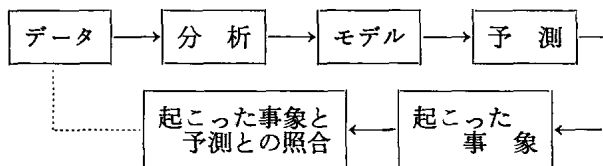


図 1.1

1. データ データは測定によるか実験によって得られ、このようなデータが結論として得られるように理論をつくる。データが収集されると、これを集計し整理する。

2. 分析 データの分析は、できるかぎり客観的でなければならない。し

ばしば分析はデータから平均やちらばりなどを計算することである。

3. **モデル** モデルは仮定にもとづく分析の結果を、言葉で述べたものか、文章で書かれたものか、あるいはまた数学的表現であるかのいずれかである。モデルの例としては正規分布、二項分布、ポアソン分布がある。

4. **予測** モデルは実験結果を予測するのに用いられる。確率的、統計的推論を用いて予測する。

5. **生起事象** 起こった事象は、モデルの暗示する実験を行った結果である。分散分析は、事象を生起せしめる1つの方法である。

6. **予測と生起事象との照合** 問題解決の最終段階は、予測と生起した事象とを照合することで行なければならない。これは相関係数あるいは χ^2 のような方法でなされる。

図1.1で照合とデータとを結んだ点線は、次のことを示すためのものである。すなわち、はじめの分析から得られた結果が十分に正確でないか、付加的情報が望まれるか、はじめの状況が変化したかの場合に、照合の段階で得られた結果をデータの段階にインプットとして用いることを示している。

この手続きを説明するため、硬貨を50回投げたときの結果を考える。

例 1.1

硬貨を50回投げる問題を考え、結果を分析する。そうするのに問題解決の一般方式を適用する。

問題解決のための上に述べた6つの段階を順次に追っていく。

1. **データ** データは、自分が硬貨（この硬貨は表裏とも同様である）を投げるか、他人が同じ硬貨を投げた結果の計測から得られる。

2. **分析** データを分析して、トレンドとか類似性を求める。たとえば、他人が硬貨を50回投げた結果を用いるとすれば、表は何回、裏は何回得られたか。

3. **モデル** モデルは数学的か、言葉でか、文字で書かれているかである。この例の場合には、表となる可能性と裏となる可能性とが同じであるという事実がある。このことは次のように表現される：表の確率＝裏の確率＝0.50。

4. **予測** 予測としては、表の回数は裏の回数に等しいということ、あるいは50回のうち、25回が表で、25回が裏ということである。式でいえば、表の回数＝裏の回数＝25。

5. **生起事象** 硬貨を50回投げる。正確にしようとすれば、事象は、分析からモデルに移るときになされた仮定に一致すると主張することになる。ただし、このとき硬貨を投げる前に、どのような状態で手を離れたか、どのような高さから投げられたのか……ということは、すべてモデルに盛り込まれているべきである。

6. **予測と生起事象との照合** 予測されたように、25の表と25の裏とが得られたか。得られなかったとき、実験の結果は、表・裏のそれぞれが25回にどれだけ近かったか、このくいちがい、偶然によるものか、あるいはモデルが正しくなかったからか。のちの場合には、モデルを修正すべきであるか。“十分に近い”とは、どのくらいの近さをいうのかということは、統計によって答えを得ることができる。

問題解決のこのような方法により、どのように確率と統計を研究すればよいかという方針が得られる。このことを、数学的に表現するとき心にとどめておけば、問題に直面したとき、いつどのように確率と統計とを用いるべきか、また得られた結果をどのように解釈すべきかという方針もわかる。

統計学の各分野の研究において、はじめに論理的概説があるが、これはある1つの実験の可能な結果の場合の数をかぞえるのに用いる技術である。

計 算

ときには、一定の状況のもとで起こりうる場合の総数を知る必要がある。たとえば、注目している場合の起こる回数を起こりうる場合すべての回数で割り、事象の相対度数あるいは確率を求めることがある。この種の問題がいろいろあって、別々に後で述べる。このような問題はすべて、はじめに n 個のものがあ、そのうちいくつかのものを選び出すということになる。

場合に応じて、起こる順序を無視して、ただどれだけの数のものが起こるか——組合せ——のみを問題にするか、あるいは起こる順序が問題になるか——順列——を考えることになる。たとえば、2つの事象があり、月曜日には、まず A 、次に B と選び、火曜日には、まず B 、次に A を選ぶとする。 A 、 B の選び方の順序を問題外にすれば、ただ1つの組合せ (A と B) しかないのに、順序を問題にすれば、ちがった2つの選び方 (A 、 B) と (B 、 A) とがあることになる。

順 列 すべての事象が起こり、その順序が重大になるとき、順列が問題になる。このときは、“順序の問題”である。1番目には、 n 通りの選び方があり、2番目には $n-1$ 通り……である。このようにして、 n 個のものすべてを選ぶ方法の総数は、 n 以下で、1以上のすべての正整数の積である。この演算は階乗といわれ、 $n!$ (n に感嘆符!をつけたもの)と書く。

n 個のものすべてを順序を考えに入れての選び方の総数 $= n(n-1) \times (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

この演算の結果は常に正整数である。ゼロの階乗は1と定義される： $0! = 1$ 。

順列は、 n 個のものすべてを選ぶのではなく、 n 個のものうち x 個だけを選ぶときにも考えられる。ただし、 x は n 以下の正整数である。順列の問題に対しては、配列の数、順序の数、順列の数を求めることになる。1番目

は n だけの選び方があり、2 番目は $n-1$ だけの選び方があり……。

n 個のものから x 個を選ぶ順列の数を計算するには、まず n 個のもののすべてを選ぶとし、その数は $n!$ で、次にこれを選ばなかった $n-x$ 個のものの順列 $(n-x)!$ で割る。

選ぶべきものの総数 $= n$

x 個のものを選ぶのに、第 1 のものの選び方、第 2 のものの選び方、…、第 x のものの選び方 $= n, n-1, \dots, n-(x-1)$

$n-x$ 個のものが選ばれないとき、その第 1 のものの選び方、第 2 のものの選び方、……、第 $(n-x)$ のものの選び方 $= n-x, n-(x+1), \dots, 1$
 $n!$ は、選ばれる可能性のあるもの総数の順列で、 $(n-x)!$ は、選ばれなかったものの順列である。

$$n \text{ 個のうち、} x \text{ 個を選ぶ順列} = (n)_x = \frac{n!}{(n-x)!}$$

計算としては、() 内の演算を先にし、そののちに () のそとに示されている演算を行う。

組合せ 組合せは、総数 n 個のものうち、 x 個を選ぶのであるが、その順序を問題にしないときのものである。順序を問題にしないから、総数 n 個から x 個を選ぶ組合せの数は、順列の数よりも常に小さい。組合せを意味する言葉としては次のものがある：組合せの数、グループの数、集合の数。いづれにしても配列を問題にしない。

組合せの数は、順列の数を、順列では考えねばならぬが組合せでは考えてはいけな余分なものの数で割って得られる。この余分なものは、組合せとしては同じ 1 つと勘定すべきものの順列である。

$$n \text{ 個のものから } x \text{ 個を選ぶ組合せの数} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}$$

組合せの数は、順序を問題にしないから、順列の数を $x!$ で割らねばならない。なぜなら、順列では x 個取り出したものの順列 $x!$ を考慮しているが、

組合せでは $x!$ 個の順列は同じ 1 つと考えるべきであるからである。このようにして得られた式はただちに適用される。また、すべてのものを選び出す場合を考えると、ただ 1 つの組合せが得られる。なぜなら、すべてのものを選ぶのであれば、それはただ 1 つの場合しかないからである。この場合は、 x が n に等しい故、

$$\binom{x}{x} = \frac{x!}{(x-x)!x!} = \frac{x!}{0!x!} = \frac{x!}{x!} = 1$$

例 1.2

(a) $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

(b) $(4!)(5!) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2880$

(c) $(9!) + (3!) = (9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) + (3 \cdot 2 \cdot 1) = 362,886$

(d) $(5!) - (2!) = (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) - (2 \cdot 1) = 120 - 2 = 118$

(e) $(7-4)! = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

(f) $(8-5)! = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

(g) $\frac{(9-4)!}{2!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{120}{2} = 60$

(h) $\frac{(10-5)!}{(7-3)!} = \frac{5!}{4!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{5}{1} = 5$

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)!$ —— 正の整数にならないから、無意味

(j) $(-7)!$ —— //

(k) $(4.5)!$ —— //

(l) $\frac{17!}{4!2!9!}$

$$= \frac{\overset{8}{17} \cdot \overset{7}{16} \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= \frac{17 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 10}{1} = 20,420,400$$

例 1.3

ある機械工場に 23 人の工員がいる。そのうち 7 人を管理職としたい。7 人よりなる異なるグループはいく通りできるか。

まず順序は問題にならぬ故、これは組合せの問題であり、 $n=23$, $x=7$ である。故に、

$$\begin{aligned}
 \binom{n}{x} &= \frac{n!}{(n-x)!x!} = \frac{23!}{(23-7)!7!} = \frac{23!}{16!7!} \\
 &= \frac{\overset{11}{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17} \cdot \overset{3}{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10} \cdot \cancel{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10} \cdot \cancel{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} \\
 &\quad \times \frac{\cancel{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} \\
 &= 23 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17 = 245,157
 \end{aligned}$$

同じ計算は次のようにすれば簡単である。

$$\begin{aligned}
 \frac{23!}{16!7!} &= \frac{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \cancel{16!}}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{16!}} \\
 &= \frac{\overset{11}{23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19} \cdot \overset{3}{18 \cdot 17}}{\cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} \\
 &= \frac{23 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17}{1} = 245,157
 \end{aligned}$$

この方法は、分子の階乗を、分母の最大の階乗に至るまでは項ごとの積とし、分母の最大の階乗をそのままにし、これを分母と分子とで約す。他の項は分母、分子ともに項別に書く。

例 1.4

機械工場に 13 人の従業員がいる。4 人よりなるグループをつくり、各グループのメンバーは異なる仕事に従事するとする。すなわち順序を考えなければならない。このとき、このようなグループの選び方はいく通りあるか。

同じ4人からなるグループでも、順序がちがえば、ちがったグループとみるべきである。

この場合、順序が考慮されねばならぬから順列の問題で、 $n=13$, $x=4$ の場合である。

$$(n)_x = \frac{n!}{(n-x)!} = \frac{13!}{(13-4)!} = \frac{13!}{9!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{9!} = 17,160$$

例 1.5

モザイクをつくる美術家S氏が、いろいろな組合せの石の入っている箱をあける。箱の中には10個の異なる石が入っており、そのおのおのはちがった形のものである。

(a) この10個の石を配列する方法はいく通りあるか。このとき、順序が問題になるのは当然である。順序が問題になるので、順列の問題であって、 $n=10$, $x=10$ である。

$$(n)_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{10!}{0!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3,628,800$$

(b) 配列を考えないとすれば、どれだけの取り出し方があるか。このとき、順序は問題にならない。順序を問題にしないから、組合せの問題で、 $n=10$, $x=10$ である。

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} = \frac{10!}{(10-10)!10!} = 1$$

(c) 配列を問題とすると、この10個の石から6個を選んで配列する仕方はいく通りか。

順序が問題であるから、順列の問題で、 $n=10$, $x=6$ である。

$$(n)_x = \frac{n!}{(n-x)!} = \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 151,200$$

(d) 配列を考えないで、10個の石から6個を選び出す仕方はいく通りか。

順序を問題にしないので、組合せの問題で、 $n=10$, $x=6$ である。