FDBR-FACHBUCHREIHE BAND 2

F. Brandt

Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmeaustauschern

FDBR FACHVERBAND DAMPFKESSEL-, BEHÄLTER- UND ROHRLEITUNGSBAU E.V.

F. Brandt

Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmeaustauschern

FDBR-FACHBUCHREIHE BAND 2

F. Brandt

Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmeaustauschern

FDBR FACHVERBAND DAMPFKESSEL-, BEHÄLTER- UND ROHRLEITUNGSBAU E.V.

ISBN 3-8027-2274-4

Printed in Germany

Vorwort

Der zweite Band unserer Fachbuchreihe befaßt sich mit der Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmetauschern. Dabei wird auf die Grundlagen der Wärmeübertragung soweit eingegangen, wie es für die später zu entwickelnden Zusammenhänge und Gleichungen erforderlich ist. Entsprechend der Zielsetzung der Fachbuchreihe sind aus der Vielfalt der Wärmeübergangsbedingungen an technischen Anlagen die besonders ausführlich behandelt, die für Dampferzeuger von wesentlicher Bedeutung sind.

Einen weiten Raum nimmt die Wärmeübertragung durch Konvektion und Strahlung ein. Die Wärmeübertragung beim Sieden und beim Kondensieren wird dagegen nur kurz besprochen. Ein weiterer Aspekt ist die Wärmeübertragung bei veränderlichen Mediumstemperaturen in Zwei- und Mehrstromwärmeaustauschern. Da bei der Wärmeübertragung durch Konvektion und Leitung die Kenntnis der Stoffwerte des Mediums wichtig ist, werden die Stoffwerte, insbesondere der idealen Gase, in einem abschließenden Kapitel gesondert besprochen.

Die Kenntnis der Grundlagen der Wärmeübertragung gehört zu den wichtigsten Voraussetzungen für die zuverlässige Auslegung und Konstruktion der Dampferzeuger sowie der Wärmeaustauscher und Feuerungen. Wir sind Herrn Professor Brandt deshalb sehr dankbar, das erforderliche Fachwissen erarbeitet und unter besonderer Berücksichtigung der Belange der elektronischen Datenverarbeitung aufbereitet zu haben. Wir hoffen, daß auch dieser Band Studierenden und Fachleuten eine willkommene Grundlage für ihre Arbeit sein wird.

Wir danken dem Vulkan-Verlag für alle Mühe und Sorgfalt bei der Herstellung und Gestaltung dieses Buches.

Düsseldorf, im April 1985

F D B R Fachverband Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau e.V.

R. Mutke
Vorsitzender

A. Schumacher
Geschäftsführer

Inhaltsverzeichnis

1. Wärmedurchgang

In einem Dampferzeuger soll die durch die Verbrennung freigesetzte, im Rauchgas enthaltene Wärme an den Wasserdampf übertragen werden. Im Wärmeaustauscher soll das Medium mit der höheren Temperatur (Primärmedium) seine Wärme an das Medium mit der niedrigeren Temperatur (Sekundärmedium) abgeben. Dieser Wärmeübertragungsvorgang besteht aus drei Teilen; einmal muß die Wärme vom Rauchgas oder allgemein vom Primärmedium an die Heizfläche übertragen werden, dann erfolgt ein Wärmeleitvorgang in der Heizflächenwand und anschließend muß die Wärme wieder von der Oberfläche an das Sekundärmedium übergeben werden. Die Übertragung der Wärme von einem Gas oder einer Flüssigkeit an eine feste Oberfläche oder umgekehrt erfolgt durch Konvektion; bei einem Gas kann noch die Wärmeübertragung durch Strahlung hinzukommen. Am einfachsten zu übersehen ist der Wärmeleitvorgang in der Wand.

Hierfür gilt das Fouriersche Grundgesetz der Wärmeleitung:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx} \qquad (1/1)$$

Darin ist:

$\dot{q}$	der Wärmestrom je Flächeneinheit	W/m^2
λ	die Wärmeleitfähigkeit	W/m K
$d\vartheta/dx$	das Temperaturgefälle	K/m

Das Minuszeichen ist notwendig, da die Wärme stets zur niedrigeren Temperatur strömt, d.h. ein positiver Wärmestrom ist mit einem negativen Temperaturgefälle verbunden. Denkt man nun der Einfachheit halber zunächst an eine ebene Wand mit einem konstanten Temperaturgefälle, so ergibt sich hierfür:

$$\dot{q} = -\frac{\lambda}{\delta} \Delta\vartheta \qquad (1/2)$$

Darin ist:

δ	die Wandstärke	m
$\Delta\vartheta$	die Differenz der beiden Oberflächentemperaturen	K

Die Wärmeübertragung durch Konvektion ist im Grunde auch ein Wärmeleitvorgang, der aber durch das Geschwindigkeitsfeld des an der Oberfläche entlang strömenden Fluids beeinflußt wird, so daß nur in wenigen Fällen eine analytische Berechnung der Wärmeübertragung durch Konvektion möglich ist.

Formal kann man aber auch schreiben:

$$\dot{q} = -\lambda \left.\frac{d\vartheta}{dy}\right|_w , \tag{1/3}$$

wenn y die Koordinate senkrecht zur Oberfläche ist. Der Index w soll darauf hinweisen, daß das Temperaturgefälle im Fluid unmittelbar an der Oberfläche einzusetzen ist. Da die Berechnung dieses Temperaturgefälles nur bei laminarer Strömung und einfachen geometrischen Bedingungen durchgeführt werden kann, ist man für die meisten Fälle der Praxis auf Experimente angewiesen. In erster Näherung ist der Wärmestrom $\dot{q}$ proportional der Differenz zwischen der mittleren Fluidtemperatur ϑ und der Wandtemperatur ϑ_w. Es ist daher sinnvoll, eine Größe α in folgender Weise zu definieren:

$$\dot{q} = \alpha(\vartheta - \vartheta_w) = \alpha\,\Delta\vartheta \tag{1/4}$$

Die Größe α wird als Wärmeübergangskoeffizient bezeichnet; sie hat die Einheit W/m^2 K. Die Bezeichnung ist thermodynamisch eigentlich nicht ganz korrekt. Wärme wird übertragen, so daß man besser die Bezeichnung Wärmeübertragungskoeffizient eingeführt hätte, eine Bezeichnung, die auch im englischen Schrifttum verwendet wird. Die Größe wird dort „heat-transfer coefficient" und nicht „heat-transition coefficient" genannt. Der Begriff „Wärmeübergangskoeffizient" wird aber seit langem verwendet, er ist zur Zeit auch so genormt, so daß er in diesem Band beibehalten werden soll.

Der Wärmeübergangskoeffizient α ist experimentell durch die Messung des Wärmestroms $\dot{q}$ und der Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ gut zu bestimmen. Damit ist das Problem der Wärmeübertragung durch Konvektion natürlich nicht gelöst, sondern nur in den Wärmeübergangskoeffizienten α verlagert.

Will man die Wärmeübertragung von einem Fluid an ein anderes berechnen, so sind dafür zunächst drei Gleichungen notwendig. Für eine ebene Wand ist:

$$\dot{q} = \alpha_a(\vartheta_a - \vartheta_{w1}) \qquad \vartheta_a - \vartheta_{w1} = \dot{q}\,\frac{1}{\alpha_a} \tag{1/5}$$

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta}(\vartheta_{w1} - \vartheta_{w2}) \qquad \vartheta_{w1} - \vartheta_{w2} = \dot{q}\,\frac{\delta}{\lambda} \tag{1/6}$$

$$\dot{q} = \alpha_i(\vartheta_{w2} - \vartheta_i) \qquad \vartheta_{w2} - \vartheta_i = \dot{q}\,\frac{1}{\alpha_i} \tag{1/7}$$

Formt man die drei Gleichungen so um, daß auf der einen Seite nur die jeweilige Temperaturdifferenz steht und addiert man sie, so heben sich die Wandtemperaturen weg und man erhält:

$$\vartheta_a - \vartheta_i = \dot{q}\left(\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_i}\right) = \dot{q}\,\frac{1}{k} \tag{1/8}$$

da im stationären Fall $\dot{q}$ in den drei Gleichungen gleich sein muß. Die neue Größe k wird als Wärmedurchgangskoeffizient bezeichnet; sie hat die Einheit $W/m^2\,K$.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_i} \qquad (1/9)$$

Damit kann man schreiben:

$$\dot{q} = k\,(\vartheta_a - \vartheta_i) \qquad W/m^2 \qquad (1/10)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α ist bisher nur mit einem konvektiven Wärmeübergang in Verbindung gebracht worden, wobei vor allem die Bedingungen in der Wandnähe wesentlich sind. Die Wärmeübertragung durch Strahlung folgt dagegen einer ganz anderen Gesetzmäßigkeit. Trotzdem kann man auch bei Strahlung formal einen Wärmeübergangskoeffizient α_s berechnen, wobei die beiden Koeffizienten α und α_s addiert werden können, da sich die jeweils zugrundeliegenden physikalischen Vorgänge gegenseitig nicht beeinflussen. Spielt z.B. auf der Fluidseite a die Strahlung eine Rolle, so ergibt sich der Wärmedurchgangskoeffizient zu:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_a + \alpha_s} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_i} \qquad (1/11)$$

Technisch von sehr großer Bedeutung ist neben dem Wärmedurchgang bei ebenen Wänden der Wärmedurchgang bei Rohrheizflächen. Wie im Abschnitt 2.2. abgeleitet wird, ist der Temperaturverlauf in einer Rohrwand nicht linear, sondern logarithmisch. Nach Gleichung 2/13 ist der je Meter Rohrlänge durch Wärmeleitung in der Rohrwand übertragene Wärmestrom:

$$\dot{q}_z = 2\pi \frac{\lambda}{\ln(r_a/r_i)} (\vartheta_{w1} - \vartheta_{w2}) \qquad \frac{W}{m}$$

Ergänzt man diesen Vorgang wieder durch die konvektive Wärmeübertragung auf der Rohrinnen- und Rohraußenwand, so kann man analog zu den Gleichungen 1/5 bis 1/7 schreiben:

$$\dot{q}_z = 2\pi\, r_a\, \alpha_a\, (\vartheta_a - \vartheta_{w1}) \qquad \vartheta_a - \vartheta_{w1} = \dot{q}_z \frac{1}{2\pi\, r_a\, \alpha_a} \qquad (1/12)$$

$$\dot{q}_z = 2\pi \frac{\lambda}{\ln(r_a/r_i)} (\vartheta_{w1} - \vartheta_{w2}) \qquad \vartheta_{w1} - \vartheta_{w2} = \dot{q}_z \frac{\ln(r_a/r_i)}{2\pi\lambda} \qquad (1/13)$$

$$\dot{q}_z = 2\pi\, r_i\, \alpha_i\, (\vartheta_{w2} - \vartheta_i) \qquad \vartheta_{w2} - \vartheta_i = \dot{q}_z \frac{1}{2\pi\, r_i\, \alpha_i} \qquad (1/14)$$

Addiert man wieder die drei nach der Temperaturdifferenz aufgelösten Gleichungen, so erhält man analog zur Gleichung 1/8 eine Gleichung für den Wärmedurchgang bei einem Zylinder:

$$\vartheta_a - \vartheta_i = \dot{q}_z \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{r_a \alpha_a} + \frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda} + \frac{1}{r_i \alpha_i} \right) = \dot{q}_z \frac{1}{k_z} \tag{1/15}$$

k_z ist der Wärmedurchgangskoeffizient je Meter Rohrlänge; er hat die Einheit W/m K.

$$\frac{1}{k_z} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{r_a \alpha_a} + \frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda} + \frac{1}{r_i \alpha_i} \right) \tag{1/16}$$

Damit kann man schreiben:

$$\dot{q}_z = k_z (\vartheta_a - \vartheta_i) \qquad \text{W/m} \tag{1/17}$$

Für die praktische Rechnung ist es aber bequemer und übersichtlicher, wenn man auch bei zylindrischen Heizflächen mit einem Wärmedurchgangskoeffizienten arbeitet, der auf die Flächeneinheit bezogen wird. Da die Oberflächen eines Zylinders innen und außen nicht gleich sind, muß man sich jeweils entscheiden, auf welche Fläche man sich beziehen will. In der Praxis werden beide Bezugsflächen verwendet; in der Regel wird auf die Fläche mit dem kleineren Wärmeübergangskoeffizienten bezogen.

Die beiden Wärmedurchgangskoeffizienten sind durch folgende Gleichungen definiert:

$$\dot{q}_z = k_z (\vartheta_a - \vartheta_i) = k_a\, 2\pi\, r_a (\vartheta_a - \vartheta_i) = k_i\, 2\pi\, r_i (\vartheta_a - \vartheta_i)$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{1}{k_a} = \frac{2\pi r_a}{k_z} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{r_a}{\lambda} \ln(r_a/r_i) + \frac{r_a}{r_i \alpha_i} \tag{1/18}$$

bzw.

$$\frac{1}{k_i} = \frac{2\pi r_i}{k_z} = \frac{r_i}{r_a \alpha_a} + \frac{r_i}{\lambda} \ln(r_a/r_i) + \frac{1}{\alpha_i} \tag{1/19}$$

Entwickelt man den Logarithmus in eine Reihe, so ergibt sich mit dem mittleren Radius r_m und der Wandstärke δ:

$$\ln \frac{r_a}{r_i} = \ln \frac{r_m + \delta/2}{r_m - \delta/2} = \ln \frac{1+x}{1-x} \quad \text{mit} \quad x = \frac{\delta}{2 r_m}$$

Die Reihe lautet:

$$\ln \frac{1+x}{1-x} = 2\left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots\right]$$

$$= 2x\left[1 + \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{5} + \frac{x^6}{7} + \ldots\right]$$

$$= \frac{\delta}{r_m}\left[1 + \left(\frac{\delta}{r_m}\right)^2 \frac{1}{12} + \left(\frac{\delta}{r_m}\right)^4 \frac{1}{80} + \left(\frac{\delta}{r_m}\right)^6 \frac{1}{448} + \ldots\right]$$

$$= \frac{\delta}{r_m} f\left(\frac{\delta}{r_m}\right) = \frac{\delta}{r_m} \cdot z \qquad (1/20)$$

Führt man das letzte Ergebnis in die Gleichungen 1/18 und 1/19 ein, so erhält man:

$$\frac{1}{k_a} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{r_a \delta}{r_m \lambda} z + \frac{r_a}{r_i \alpha_i} \qquad (1/21)$$

bzw.

$$\frac{1}{k_i} = \frac{r_i}{r_a \alpha_a} + \frac{r_i \delta}{r_m \lambda} z + \frac{1}{\alpha_i} \qquad (1/22)$$

Der Korrekturfaktor $z = f(\delta/r_m)$ ist in Bild 1/1 über δ/r_m aufgetragen. Das Bild zeigt, daß selbst bei einem Verhältnis δ/r_m von 0,5, was einem Rohr 50 x 10 oder 30 x 6 entspricht, der Fehler, den man beim Weglassen des Korrekturfaktors z in Gleichung

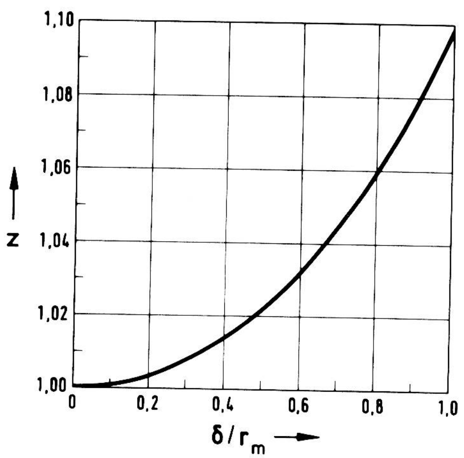

Bild 1/1: Korrekturfaktor z in Abhängigkeit vom Verhältnis der Wandstärke δ zum mittleren Radius des Rohres r_m

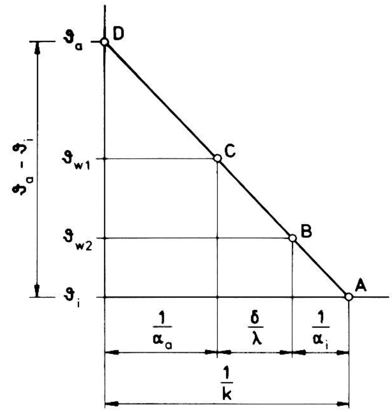

Bild 1/2: Graphische Ermittlung der Wandtemperaturen bei einer ebenen Wand

1/21 bzw. 1/22 begeht, im Wärmeleittherm nur 2,2 % beträgt. Da dieser Therm in der Regel sowieso klein ist, kann man in der praktischen Rechnung weitgehend auf den Faktor z verzichten.

Aus den Gleichungen 1/5 bis 1/8 läßt sich für ebene Wände ein einfaches graphisches Verfahren ableiten, mit dem man die Wandtemperaturen bestimmen kann. Trägt man die Temperaturdifferenz $\vartheta_a - \vartheta_i$ über 1/k auf und zieht die Gerade $\overline{AD}$ (Bild 1/2), so erhält man auf dieser Geraden in den Punkten B und C die beiden Wandtemperaturen ϑ_{w_1} und ϑ_{w_2}. Die Steigung der Geraden ist gleich dem Wärmestrom.

Für den Wärmedurchgang bei einem Zylinder läßt sich das gleiche Verfahren anwenden, indem man $\vartheta_a - \vartheta_i$ über $1/k_z$ oder $1/k_a$ bzw. $1/k_i$ aufträgt (Bild 1/3).

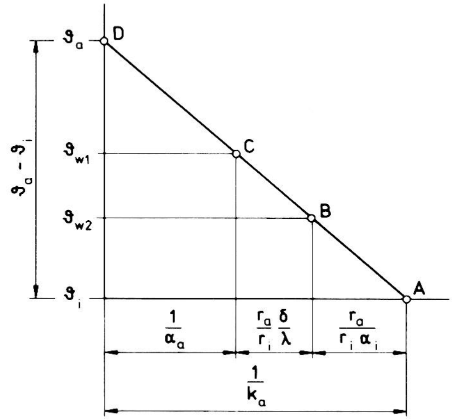

Bild 1/3: Graphische Ermittlung der Wandtemperaturen bei einer Rohrheizfläche

2. Wärmeleitung in festen Körpern

2.1. Differentialgleichungen der Wärmeleitung

Im allgemeinen Fall der Wärmeleitung in festen Körpern muß man die Änderung der inneren Energie eines Elementes und eine gegebenenfalls vorhandene Wärmequelle bzw. Wärmesenke berücksichtigen. Der Zusammenhang zwischen dem Wärmestrom der inneren Energie und der Wärmequelle ergibt sich aus der Energiebilanz. Ist die Temperatur eine Funktion des Ortes, so kann man die Energiebilanz nur für ein kleines Element dx dy dz aufstellen. Betrachtet man der Einfachheit halber ein ebenes Temperaturfeld, d.h. der Wärmestrom erfolgt nur in x-Richtung, so muß die Differenz der in x-Richtung ein- und austretenden Wärmeströme plus der im Element erzeugten Wärme gleich der Änderung der inneren Energie des Elementes sein (Bild 2/1).

$$\dot{q}(x)\,dy\,dz - \dot{q}(x+dx)\,dy\,dz + w\,dx\,dy\,dz = \partial U/\partial t\,,$$

wobei w die je Volumeneinheit erzeugte Wärme und U die innere Energie ist.

Mit $\dot{q}(x+dx) = \dot{q}(x) + \dfrac{\partial \dot{q}(x)}{\partial x}\,dx$

und $U = c\,\rho\,dx\,dy\,dz\,\vartheta$ ergibt sich:

$$-\frac{\partial \dot{q}(x)}{\partial x} + w = c\rho\,\frac{\partial \vartheta}{\partial t}$$

Führt man weiter das Fouriersche Grundgesetz der Wärmeleitung ein (Gleichung 1/1), so erhält man die Differentialgleichung der Wärmeleitung für eine ebene Wand:

$$\lambda\,\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + w = c\rho\,\frac{\partial \vartheta}{\partial t} \qquad (2/1)$$

oder

$$a\,\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{w}{c\,\rho} = \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \qquad (2/2)$$

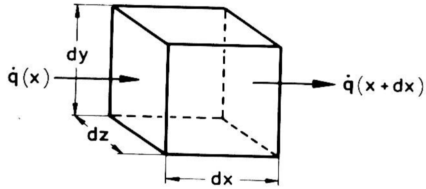

Bild 2/1: Element einer ebenen Wand

Darin ist

$a = \lambda/c\rho$ die Temperaturleitfähigkeit mit der Einheit m^2/s

Technisch wichtig ist noch der Zylinder. Betrachtet man analog zum ebenen Temperaturfeld eine in φ – und z-Richtung konstante Temperaturverteilung, so ergibt sich wieder aus der Energiebilanz die Gleichung (Bild 2/2):

$$\dot{q}(r)\; r\, d\varphi\, dz - \dot{q}(r+dr)\,(r+dr)\; d\varphi\, dz + w\left(r + \frac{dr}{2}\right) d\varphi\, dz\, dr = \partial U/\partial t$$

Mit $\dot{q}(r+dr) = \dot{q}(r) + \dfrac{\partial\, \dot{q}(r)}{\partial\, r}\, dr$

und $U = c\,\rho\left(r + \dfrac{dr}{2}\right) d\rho\, dz\, dr$

erhält man unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung:

$$-\frac{\partial\, \dot{q}(r)}{\partial\, r} - \frac{\dot{q}(r)}{r} + w = c\,\rho\,\frac{\partial\vartheta}{\partial t}$$

Und unter Einführung des Fourierschen Grundgesetzes die Differentialgleichung der Wärmeleitung für einen Zylinder.

$$\lambda\,\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \frac{\lambda\,\partial\vartheta}{r\,\partial r} + w = c\,\rho\,\frac{\partial\vartheta}{\partial t} \qquad (2/3)$$

oder

$$a\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial r^2} + \frac{1\,\partial\vartheta}{r\,\partial r}\right) + \frac{w}{c\rho} = \frac{\partial\vartheta}{\partial t} \qquad (2/4)$$

2.2. Stationäre Wärmeleitung in einer ebenen Wand und einem Zylinder

Stationäre Wärmeleitung bedeutet, daß sich die Temperatur an einem Ort nicht ändert. Mathematisch beinhaltet diese Aussage, daß $\partial\vartheta/\partial t$ gleich Null ist. Ist weiter keine Wärmequelle vorhanden, so erhalten die Differentialgleichungen die Form:

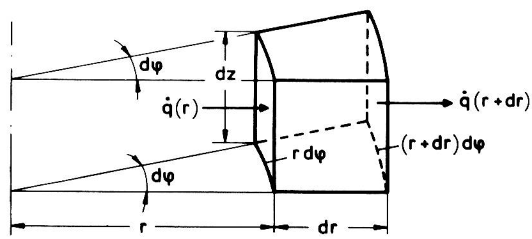

Bild 2/2: Element eines Zylinders