新訂 新しい数学 1

別記著作者

東京大学名誉教授 学習院大学教授	彌永昌吉	東京大学名誉教授	三村征雄
熊本大学名誉教授	荒木雄喜	東京都新宿区立 西戸山中学校教諭	井出　昭
立教大学教授	岩村　聯	前浦和市立 高砂小学校校長	尾崎馨太郎
東京都中央区立 第四中学校教諭	片山圭二	幾徳工業大学助教授	亀沢　泰
東京都新宿区立 牛込第二中学校教諭	久保寺元雄	岩手大学名誉教授	黒沢　誠
専修大学教授	黒田孝郎	東京大学名誉教授 学習院大学教授	小平邦彦
宮崎大学教授	坂元信吾	成蹊大学教授	坂本行雄
	林　五郎	東京大学教授	藤田　宏
東京教育大学教授	前原昭二	前成蹊大学教授	松田道雄
東京学芸大学名誉教授	松原元一	東京都立 小平高等学校教諭	松宮清治

ほか1名

東京書籍株式会社編集部　表紙／勝井三雄

カット
日科技研　電子計算機センター

新訂 新しい数学 1

中学校用教科書
[数学708]

昭和52年1月20日　印刷
昭和52年2月10日　発行
[昭和46年4月10日　文部省検定済
昭和49年4月10日　改訂検定済]

著作者　彌永昌吉
ほか20名(別記)

発行者　東京書籍株式会社
代表者　鈴木和夫
東京都台東区台東1丁目5番18号

印刷者　東京書籍印刷株式会社
代表者　與賀田辰雄
東京都北区堀船1丁目23番31号

発行所　東京書籍株式会社
東京都台東区台東1丁目5番18号
電話　東京(03)835—6111(代表)
郵便番号 110

定価　文部大臣が認可し官報で告示した定価
(上記の定価は，各教科書取次供給所に表示します.)

昭和46年4月10日 文部省検定済・昭和49年4月10日 改訂検定済・中学校数学科用

新訂 新しい数学

1

目　　次

この本で学ぶ人のために

この本では，1年で学習することがらを10の章に分けてあります。この本で，

- **例**は，学習内容の理解を深め，学習を進める手がかりとなる具体例です。**例題**は，問題を解くときの参考になる代表的な問題例で，［解答］や［考え方］が示されています。とくに，わくで囲んである［解答］は，解答の書き方の1つの手本を示したものです。
- **問**は，学んだことの理解を確かにするために解いてみる問題で，★は，それを考えることが次の学習に進むための手がかりになるような問です。とくに練習を積む必要のあるところには**練習**が設けてあります。
- 節の終わりにある**問題**は，その節で学んだことがらをまとめて復習するための問題です。その節の学習のとちゅうでも，ときどき考えてみて，それまでに学んだ知識で解けるかどうかためしてみるのもよいでしょう。
- 章の終わりには**練習問題**があります。これは，その章で学んだことの復習と応用をかねています。このうち，**A**には基本になる問題が，**B**にはそれよりやや程度の高い問題がのせてあります。**B**の問題は，そのなかから自分の力に合ったものを選んで解いてください。
  章末の**研究**は，発展的な内容で，余力のある場合に学習するものです。
- 巻末には**計算練習**，**作図練習**があります。どちらも，学習の合い間に，すこしずつでも，くりかえし練習してください。また，まとめのための**1年で学んだおもな用語・記号・性質**と，**補充問題**があります。補充問題には，やや程度の高い応用問題もかなりはいっています。時間がかかっても，自分で考えて解いてみることが，数学の力をつけるのに役だつのです。

I・数と集合

★

いろいろなものの集合を考えたり，それらの集合の間の関係を調べたりすることは，小学校でも学んできた。これらのことは，これから学んでいく数学の基礎としてたいせつなことがらである。それで，ここではまず，集合や，集合の間の基本的な関係を，記号を使って表すことを学びながら，調べることにする。次に，集合の考えを用いて，約数や倍数など，整数の性質をいろいろと調べていくことにしよう。

★

1　集合

§1　集合とその表し方

下の図に示したのは，山田君の家族全員である。

金助	うめ	太郎(たろう)	良子(よしこ)	一郎	ゆみ	次郎
(64才)	(59才)	(40才)	(35才)	(12才)	(9才)	(5才)

1図

この7人の人をひとまとめにして考えれば，それは“山田君の家族である”という条件にあてはまる人々の集まりである。

山田君の家族の全体，ある中学校の1年生の全体，整数(0，1，2，3，……)の全体 などのように，ある条件をみたす いくつかのものをひとまとめにして考えたとき，これを**集合**という。

例 1　10より小さい偶数(ぐうすう)全体の集合とは，

0，2，4，6，8

という5つの数の集まりである。

数学では，その範囲(はんい)がはっきりしているものだけを集合と考える。たとえば，“大きな数の集合”とはいわない。“大きな数”というのがいくつより大きい数なのか，範囲がはっきりしないからである。

問 1　あなたの組の生徒について，生まれた月など，いろいろな見方で集合を作ってみよ。

集合の要素

1図には7人の人がいるが，そのひとりひとりを，「山田君の家族」という集合の**要素**（または元(げん)）という。一般(いっぱん)に，集合を作っている1つ1つのものを，その集合の要素という。

問 2　いま，偶数全体の集合をAと名づけ，3で割(わ)ると1余る整数全体の集合をBと名づける。次の数のうち，集合Aの要素であるものはどれか。また，集合Bの要素であるものはどれか。

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

集合の表し方

問2でも用いたように，集合を A, B, …… のような文字で表すことがある。また，例1の“10より小さい偶数全体の集合”を

$$\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$$

と書く。このように，集合の要素をならべたものを，かっこ｛　｝でくくって，その集合を表すこともある。

例 2　山田君の家族全体の集合をAで表せば，

A＝｛金助，うめ，太郎，良子，一郎，ゆみ，次郎｝

要素がまったく同じである集合は，等しい集合（または同じ集合）であると考える。たとえば，

$$\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}=\{2,\ 8,\ 0,\ 6,\ 4\}$$

である。したがって，集合を表すときには，要素をどんな順序にならべてもよい。

問 3　次の集合のうちで，$\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$と等しい集合をいえ。

①　$\{4,\ 3,\ 2,\ 1\}$　　②　$\{4,\ 3,\ 1,\ 5\}$　　③　$\{4,\ 1,\ 3,\ 2\}$

10より小さい偶数全体の集合 $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ を

$$\{x \mid x \text{は}10\text{より小さい偶数}\}$$

のように，たとえば x という文字を用いて，要素についての条件で示す表し方がある。

$\boxed{\text{例 3}}$　$\boxed{1}$　$\{x \mid x$ は5より小さい整数$\} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$\boxed{2}$　$\{x \mid x$ は60才以上の山田君の家族$\} = \{$金助$\}$

【注意】 例3の $\boxed{2}$ のように，要素をただ1つしかもたない集合もある。

$\boxed{\text{例 4}}$　$\{x \mid x$ は奇数(きすう)$\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots\cdots\}$

【注意】 上の $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \cdots\cdots\}$ のように，…… の意味がはっきりしているときは，要素を書きならべるのに …… を用いてもよい。

問 4　次の集合を，要素を書きならべる方法で表せ。

① $\{x \mid x$ は10才以下の山田君の家族$\}$

② $\{x \mid x$ は7未満の奇数$\}$

③ $\{x \mid x$ は10以上の3の倍数$\}$

要素であることを表す記号

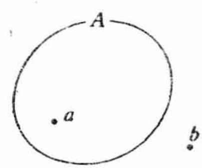
a が集合 A の要素であることを，a は集合 A に**属する**といい，

$$a \in A \quad (\text{あるいは } A \ni a)$$

と表す。b が集合 A の要素でないことは，

$$b \notin A \quad (\text{あるいは } A \not\ni b)$$

と表す。



2図

$\boxed{\text{例 5}}$　$A = \{x \mid x$ は1けたの奇数$\}$ とすれば，

$$5 \in A, \qquad 6 \notin A, \qquad 11 \notin A$$

問 5　次の数と例5の集合 A の関係を，記号 $\in$，$\notin$ を用いて表せ。

1,　　2,　　7,　　8,　　10,　　13

問 6　例2のように，山田君の家族全体の集合をAとする。このとき，次の集合を，要素を書きならべる方法で表せ。

$$B=\{x\mid x\in A,\ x\text{は女性}\}$$

$$C=\{x\mid x\in A,\ x\text{はめがねをかけている}\}$$

$$D=\{x\mid x\in A,\ x\text{の年令は偶数}\}$$

【注意】 問6の集合Bの条件は，「$x\in A$」と「xは女性」という2つの条件の両方ともみたすということである。C, Dについても同様である。

問 7　上のB, C, Dのうち，同じ集合になるのはどれとどれか。

空(くう)**集合**

★ $P=\{x\mid x\text{は5才未満の山田君の家族}\}$という集合を考え，その要素をさがしてみよ。

上の集合Pのように，要素をもたないものも一種の集合と考え，これを $\emptyset$ という記号で表して**空集合**とよぶ。すなわち，

$$P=\emptyset$$

$\boxed{\text{例 6}}$　$\{x\mid x\text{は4で割ると1余る偶数}\}=\emptyset$

$\boxed{\text{例 7}}$　あるタクシーの乗客の集合を考えるとき，乗客が1人の場合は要素が1つだけの集合であり，空車の場合は空集合である。

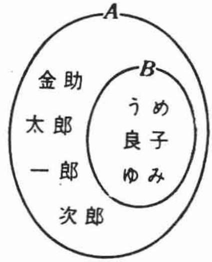
問 8　$A=\{x\mid x\text{は1けたの奇数}\}$とするとき，次の集合のうち，空集合となるもの，要素を1つだけもつものをいえ。

$$B=\{x\mid x\in A,\ x>2\}$$

$$C=\{x\mid x\in A,\ x>9\}$$

$$D=\{x\mid x\in A,\ x\text{は3で割ると2余る整数}\}$$

§2　部分集合



3図

1図の山田君の家族全体の集合を A とし，

$$B=\{x \mid x \in A,\ x \text{は女性}\}$$

とすれば，集合 B は A の7人の要素のうち

うめ，良子，ゆみ

の3人の要素からなる集合である。すなわち，集合 B は集合 A の一部分である。このことを

$$B \subset A \quad (\text{あるいは } A \supset B)$$

と表す。

例 1　$A=\{x \mid x \text{は奇数}\}$，　$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ とすれば，

$$B \subset A$$

問 1　次の①～④で，$B \subset A$ という関係が成り立つものをいえ。また，$B=A$ という関係が成り立つものをいえ。

① $A=\{1, 3, 5, 7\}$，　　$B=\{3, 5, 7\}$

② $A=\{1, 2, 4, 8\}$，　　$B=\{x \mid x \text{は}8\text{の約数}\}$

③ $A=\{2, 3, 5, 7, 11\}$，　　$B=\{2, 4\}$

④ $A=\{x \mid x \text{は}1\text{週間の曜日}\}$，　　$B=\{\text{月曜, 木曜}\}$

山田君の家族全体の集合を A とし，山田君の家族で在宅している人全体の集合を B とすると，B の要素はすべて A の要素になっている。このとき，

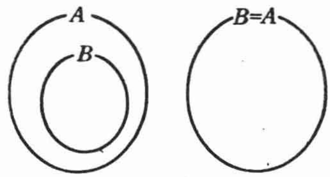
[1] 外出している人がいれば，　　$B \subset A$

[2] 外出している人がいなければ，　　$B=A$

であり，A と B の関係は $B \subset A$ か $B=A$ のどちらかである。

一般に，2つの集合A，Bがあって，Bの要素がすべてAの要素になっているとき，集合Bを集合Aの**部分集合**という。BがAの部分集合であれば，

$$B \subset A, \quad B = A$$



4図

のどちらかの関係が成り立つ。このことを

$$B \subseteqq A \quad (\text{あるいは } A \supseteqq B)$$

と表し，BはAに**ふくまれる**（あるいは，AはBをふくむ）という。

【注意】 集合AそのものもAの部分集合である。

例 2　$A = \{x \mid x \text{は12の約数}\}$，$B = \{1, 2, 3, 4\}$，
$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$とすると，

1　$B \subset A$であるから，$B \subseteqq A$である。しかし，$B = A$ではない。

2　$C = A$であるから，$C \subseteqq A$であり，また，$C \supseteqq A$でもある。しかし，$C \subset A$ではなく，$C \supset A$でもない。

問 2　次の①～③で，$B \subseteqq A$の関係が成り立つものをいえ。

① $A = \{x \mid x \text{は5より小さい整数}\}$，　$B = \{0, 2, 4\}$

② $A = \{$青森県，秋田県，山形県$\}$，
$B = \{x \mid x \text{は東北地方の県}\}$

③ $A = \{x \mid x \text{は10より小さい奇数}\}$，　$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B \subset A$は"$B \subseteqq A$であって，しかも$B = A$でない"ということであり，このとき，集合Bを集合Aの**真**(しん)**部分集合**という。

問 3　問2の①～③のうちで，BがAの真部分集合になっているものはどれか。また，AがBの真部分集合であるものはどれか。