

Elektronik

Albrecht Rost

Grundlagen der



Springer-Verlag Wien New York

TNO
R341

8054091

Grundlagen der Elektronik

Albrecht Rost



E8054091



Springer-Verlag
Wien New York



Dr. rer. nat. **ALBRECHT ROST**
Sektion Physik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Das Werk erscheint gleichzeitig im
Akademie-Verlag Berlin und im
Springer-Verlag Wien — New York
und ist urheberrechtlich geschützt.

Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Vertriebsrechte für die sozialistischen Länder:
Akademie-Verlag Berlin
Vertriebsrechte für alle Staaten mit Ausnahme der sozialistischen Länder:
Springer-Verlag Wien — New York

Mit 308 Abbildungen

CIP-Kurztitelaufnahme
der Deutschen Bibliothek

Rost, Albrecht:

Grundlagen der Elektronik / Albrecht Rost.

— Wien; New York: Springer, 1983.

ISBN 3-211-81737-9 (Wien, New York)

ISBN 0-387-81737-9 (New York, Wien)

© Akademie-Verlag Berlin 1983
Printed in the German Democratic Republic
Satz und Druck: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, DDR-5820 Bad Langensalza

ISBN 3-211-81737-9 Springer-Verlag Wien — New York
ISBN 0-387-81737-9 Springer-Verlag New York — Wien

Vorwort

Das vorliegende Lehrbuch entstand auf der Grundlage der Vorlesung „Elektronik“, die vom Verfasser für Studenten der Fachrichtung Physik im zweiten Studienjahr an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg gehalten wird. Es ist daher vor allem für Studierende dieser Fachrichtung gedacht. Das Buch soll die Lehrveranstaltungen zum Fachgebiet Elektronik begleiten und den Studenten die Möglichkeit geben, den in Vorlesungen, Übungen und Praktika dargebotenen Stoff nachzuarbeiten und zu vertiefen. Darüber hinaus wendet es sich aber auch an alle Studierenden sonstiger naturwissenschaftlicher und technischer Fachrichtungen sowie an andere Interessierte, die sich selbständig Grundkenntnisse auf dem Gebiet der Elektronik erarbeiten möchten oder ergänzende Literatur zu entsprechenden Lehrveranstaltungen benötigen.

Gemäß dieser Zielstellung war von vornherein eine Beschränkung sowohl hinsichtlich der Stoffauswahl als auch in der Breite der Darstellung geboten. Diese wird durch den Lehrplan für das Fachgebiet Elektronik der Grundstudienrichtung Physik vorgenommen. Auswahl und Gliederung des dargebotenen Stoffes lehnen sich daher eng an diesen Lehrplan an. In sechs Kapiteln werden folgende Themen behandelt:

- Darstellung von Signalen im Frequenz- und Zeitbereich,
- Schaltungen mit passiven Bauelementen,
- Leitungen,
- Halbleiterbauelemente,
- Analogschaltungen,
- Digitalschaltungen.

Dabei wurde, soweit das im Rahmen dieses Buches möglich war, auch neueren Entwicklungen z. B. auf dem Gebiet der Halbleiterbauelemente oder der digitalen Schaltkreise Rechnung getragen. Daß andererseits bei dieser Auswahl die Behandlung der Elektronenröhre vollständig entfallen mußte, entspricht der Tatsache, daß sie in der Anwendung bereits überwiegend durch Halbleiterbauelemente verdrängt worden ist. Trotzdem geht der Stoff teilweise erheblich über die Forderungen des Lehrplans hinaus, vor allem hinsichtlich der Beschreibung der physikalischen Grundlagen. Damit möchte der Verfasser sowohl die unterschiedlichen Vorkenntnisse und Interessen des Lesers berücksichtigen als auch den Übergang zu weiterführenden Darstellungen bestimmter Teilgebiete erleichtern. Trotz aller bei dem begrenzten Umfang dieses Buches erforderlichen Vereinfachungen hat sich der Verfasser stets um eine physikalisch exakte und anschauliche Darstellung bemüht und sich besonders auf die praktische Anwendung orientiert.

Die Schreibweise der Gleichungen und Symbole entspricht im wesentlichen den Empfehlungen der „Internationalen Union für reine und angewandte Physik (I.U.P.A.P.)“. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen und Symbole soll das Arbeiten mit dem Buch erleichtern; darüber hinaus werden aber alle Symbole im Text eingeführt und erläutert. Mathematische Ableitungen werden so ausführlich gebracht, daß sie der Leser leicht nachvollziehen kann. Die Gleichungen sind, soweit erforderlich, kapitelweise fortlaufend nummeriert.

Die in den Textteil einbezogenen Rechenbeispiele sind nicht als Übungsaufgaben gedacht, sondern dienen ebenso wie die Abbildungen der Erläuterung und Veranschaulichung des behandelten Stoffes. Abbildungen und Rechenbeispiele sind in den einzelnen Kapiteln fortlaufend nummeriert. Bei den besprochenen Schaltungen wurde ein Bezug auf konkrete Bauelemente (z. B. durch die Angabe von Daten oder Kennlinien) vermieden, da dieser aufgrund der schnellen Entwicklung bald nicht mehr aktuell wäre! Die wenigen in dieses Buch aufgenommenen Angaben über technische Daten und Kennlinien von Bauelementen dienen lediglich als Beispiele zur Veranschaulichung allgemeiner Aussagen.

Auf ein ausführliches Literaturverzeichnis wurde verzichtet und nur eine Auswahl an ergänzender und weiterführender Literatur angegeben, die aber keine Wertung darstellt und keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit erhebt. Aus der großen Zahl der zu diesem Fachgebiet erschienenen Bücher wurden nur deutschsprachige und davon in erster Linie die berücksichtigt, die dem Verfasser zur Verfügung standen.

Abschließend sei es dem Verfasser gestattet, allen den Kollegen zu danken, die die Arbeit an diesem Buch durch Diskussionen und kritische Hinweise gefördert haben. Sein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. H. PFEIFER und Herrn Dr. W. HEINK von der Karl-Marx-Universität Leipzig, Herrn Dr. G. BORCHHARDT, jetzt VEB Keramische Werke Hermsdorf, und Herrn Dipl.-Phys. G. TSCHUCH von der Martin-Luther-Universität für die kritische Durchsicht des Manuskriptes und die sich daraus ergebenden Hinweise. Gedankt sei aber auch dem Akademie-Verlag, insbesondere der Lektorin Frau Dipl.-Phys. U. HEILMANN, für die gute Zusammenarbeit und die Bemühungen, allen Vorstellungen und Wünschen hinsichtlich der Gestaltung dieses Buches gerecht zu werden.

Halle, im März 1982

ALBRECHT ROST

Inhalt

1.	Darstellung von Signalen im Frequenz- und Zeitbereich	1
1.1.	Grundgesetze des elektrischen Stromkreises	1
1.1.1.	Elektrischer Strom — OHMSches Gesetz	1
1.1.2.	KIRCHHOFFSche Regeln	3
1.1.3.	Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle	6
1.1.4.	Anpassung	7
1.2.	Komplexe Darstellung elektrischer Größen	9
1.2.1.	Die Zeitfunktion harmonischer Wechselspannungen und Wechselströme . .	9
1.2.2.	Symbolische (komplexe) Schreibweise	10
1.2.3.	Komplexer Widerstand	11
1.2.4.	Zeigerdiagramm	13
1.2.5.	Ortskurve	15
1.2.6.	Übertragungsfunktion	19
1.3.	Signale und Spektren	20
1.3.1.	FOURIER-Transformation	20
1.3.2.	Entstehung höherer Harmonischer	27
1.3.3.	Modulation	28
1.3.4.	Das Einschaltproblem	31
1.3.4.1.	Sprungantwort und Stoßantwort	31
1.3.4.2.	Lösung des Einschaltproblems bei bekannter Übergangsfunktion	34
1.3.4.3.	LAPLACE-Transformation	37
1.3.5.	Abtasttheoreme und Pulsmodulation	43
1.3.5.1.	Abtasttheorem der Spektralfunktion	43
1.3.5.2.	Verschiebungssatz	45
1.3.5.3.	Abtasttheorem der Zeitfunktion	46
1.3.5.4.	Pulsmodulation	47
2.	Schaltungen mit passiven Bauelementen	50
2.1.	Passive Bauelemente	50
2.1.1.	Widerstände.	52
2.1.1.1.	Festwiderstände	54
2.1.1.2.	Veränderbare Widerstände	54
2.1.1.3.	Thermische Belastbarkeit	55
2.1.1.4.	Rauschen	56
2.1.1.5.	Temperaturabhängige Widerstände	57
2.1.1.6.	Spannungsabhängige Widerstände	59
2.1.2.	Kondensatoren	60
2.1.2.1.	Kapazität und Dielektrizitätskonstante	60

2.1.2.2.	Ersatzschaltung des realen Kondensators	62
2.1.2.3.	Festkondensatoren	63
2.1.2.4.	Veränderbare Kondensatoren	65
2.1.3.	Induktivitäten	65
2.1.3.1.	Selbstinduktion und Gegeninduktion	65
2.1.3.2.	Aufbau und Eigenschaften von Induktivitäten	66
2.1.3.3.	Induktivität mit Luftspalt	69
2.1.3.4.	Transformator	71
2.2.	Lineare passive Netzwerke	74
2.2.1.	Siebschaltungen	74
2.2.1.1.	Hochpaß	75
2.2.1.2.	Tiefpaß	76
2.2.1.3.	BODE-Diagramm	77
2.2.1.4.	Übertragung von Rechteckspannungen	79
2.2.1.5.	Bandpaß und Bandsperre	84
2.2.2.	Phasenschieber	86
2.2.3.	Schwingkreise	88
2.2.3.1.	Serienschwingkreis	88
2.2.3.2.	Parallelschwingkreis	90
2.2.3.3.	Parallelschwingkreis mit Spulenverlusten	92
2.2.3.4.	Der nichtstationäre Zustand	92
2.2.3.5.	Gekoppelte Schwingkreise	94
2.3.	Vierpole	96
2.3.1.	Vierpolgleichungen und ihre Matrixdarstellung	96
2.3.2.	Zusammenschalten von Vierpolen	99
2.3.3.	Übertragungsfunktionen und Wellenwiderstand	101
2.3.4.	Vierpolersatzstrukturen	103
3.	Leitungen	106
3.1.	Vorgänge auf Leitungen	106
3.1.1.	Leitungsgleichungen und Wellenparameter	107
3.1.2.	Ausbreitungsgeschwindigkeit	109
3.1.3.	Reflexionsfaktor und Stehwellenverhältnis	111
3.1.4.	Impedanztransformation	112
3.2.	Anwendungen von Leitungen	116
3.2.1.	Anpassung	117
3.2.2.	Leitungen als Resonatoren	119
3.2.3.	Schaltverhalten von Leitungen	120
3.3.	Spezielle Leitungen	123
3.3.1.	Paralleldrahtleitung	123
3.3.2.	Koaxialleitung	123
3.3.3.	Hohlleiter	124
4.	Halbleiterbauelemente	127
4.1.	Grundlagen	127
4.1.1.	Bändermodell und Besetzungswahrscheinlichkeit	127
4.1.2.	Eigenleitung	130
4.1.3.	Störstellenleitung	133

4.2.	Bauelemente mit homogenem Halbleiter	136
4.2.1.	Halbleiterthermoelement	136
4.2.2.	Fotowiderstand	137
4.2.3.	HALL-Generator	137
4.2.4.	GUNN-Diode	139
4.3.	pn -Übergang	140
4.3.1.	Verhältnisse am stromlosen pn -Übergang	140
4.3.2.	Berechnung der Diffusionsspannung	142
4.3.3.	Sperrschichtweite	144
4.3.4.	Stromdurchflossener pn -Übergang	146
4.3.5.	Berechnung der Strom-Spannungs-Kennlinie.	149
4.3.6.	Reale Diodenkennlinie	152
4.3.7.	Ersatzschaltung einer Diode	155
4.3.8.	Übergangsverhalten	157
4.4.	Halbleiterdioden	158
4.4.1.	Gleichrichtung	158
4.4.1.1.	Gleichrichtergrundsaltungen	159
4.4.1.2.	Gleichrichter mit Ladekondensator	161
4.4.1.3.	Spannungsvervielfacher	162
4.4.1.4.	Gleichrichtung bei hohen Frequenzen und Schalteranwendungen	163
4.4.1.5.	Technische Ausführungsformen von Gleichrichterdioden	164
4.4.2.	Z-Dioden	166
4.4.3.	Kapazitätsdioden	168
4.4.4.	Tunneldioden	169
4.4.5.	Fotodioden	172
4.4.6.	Lumineszenzdioden	173
4.4.7.	Metall-Halbleiter-Übergang	174
4.4.8.	Spezialdioden	176
4.4.8.1.	Speicherschaltodiode	176
4.4.8.2.	Lawinenlaufzeitdiode	177
4.4.8.3.	pin -Diode	177
4.5.	Bipolartransistor	178
4.5.1.	Wirkungsweise des Transistors	178
4.5.2.	Transistorgrundsaltungen und ihre Gleichstromkenngrößen	180
4.5.3.	Beschreibung der Kleinsignaleigenschaften	181
4.5.3.1.	Beschreibung des Transistors durch Vierpolparameter.	182
4.5.3.2.	Transistorkennlinien	184
4.5.3.3.	Physikalische Ersatzschaltung des Transistors in Emitterschaltung für tiefe Frequenzen	185
4.5.3.4.	Transistorkapazitäten — die vollständige Ersatzschaltung	187
4.5.3.5.	Frequenzabhängigkeit der Stromverstärkung	188
4.5.4.	Der Transistor als Verstärker — die allgemeinen Kleinsignalbetriebseigenschaften	190
4.5.4.1.	Betriebsstromverstärkung	191
4.5.4.2.	Betriebsspannungsverstärkung	191
4.5.4.3.	Betriebseingangswiderstand	192
4.5.4.4.	Betriebsausgangswiderstand	192
4.5.5.	Übergangsverhalten	194

X	Inhalt
4.5.6.	Temperaturabhängigkeit des Transistors 195
4.5.7.	Grenzwerte 196
4.6.	Feldeffekttransistoren (FET) 197
4.6.1.	Übersicht über die FET-Typen 197
4.6.2.	Sperrschicht-FET 198
4.6.2.1.	Aufbau und Wirkungsweise 198
4.6.2.2.	Kennlinien 199
4.6.3.	Isolierschicht-FET 200
4.6.3.1.	Aufbau und Wirkungsweise 200
4.6.3.2.	Kennlinien 202
4.6.4.	Ersatzschaltung und Vierpoldarstellung der FET 203
4.6.5.	MISFET-Tetrode 203
4.7.	Thyristor 204
4.7.1.	Aufbau und Wirkungsweise 204
4.7.2.	Dynamische Eigenschaften 206
4.7.3.	Thyristoranwendungen 208
5.	Analogschaltungen 209
5.1.	Transistor-Kleinsignalverstärker 209
5.1.1.	Emitterschaltung 209
5.1.1.1.	Ausgangskennlinien und Arbeitsgerade 210
5.1.1.2.	Einstellung des Arbeitspunktes 211
5.1.1.3.	Vollständige Emitterschaltung und ihre Ersatzschaltung für niedrige Fre- quenzen 214
5.1.1.4.	Die Betriebsgrößen der Emitterschaltung 215
5.1.1.5.	Emitterschaltung bei sehr tiefen Frequenzen 217
5.1.1.5.1.	Einfluß des Emitterkondensators 218
5.1.1.5.2.	Einfluß der Koppelkondensatoren 219
5.1.1.5.3.	Dimensionierung der vollständigen Emitterschaltung 220
5.1.1.6.	Emitterschaltung bei hohen Frequenzen 221
5.1.2.	Basisschaltung 222
5.1.2.1.	Vollständige Basisschaltung und ihre Ersatzschaltung 222
5.1.2.2.	Die Betriebsgrößen der Basisschaltung 223
5.1.3.	Kollektorschaltung 224
5.1.3.1.	Vollständige Kollektorschaltung und ihre Ersatzschaltung 224
5.1.3.2.	Die Betriebsgrößen der Kollektorschaltung 225
5.1.3.3.	Bootstrapschaltung 226
5.1.4.	Mehrstufige Verstärkerschaltungen 227
5.1.4.1.	RC-Verstärker in Kettenschaltung 227
5.1.4.2.	DARLINGTON-Schaltung 228
5.1.5.	Differenzverstärker 230
5.1.5.1.	Ersatzschaltung und Betriebseigenschaften 231
5.1.5.2.	Differenzverstärker mit Konstantstromquelle im Emitterkreis 233
5.1.5.3.	Offsetverhalten 234
5.2.	Transistor-Großsignalverstärker 235
5.2.1.	Leistungsverstärker 235
5.2.1.1.	A-Verstärker 236
5.2.1.2.	Gegentakt-B-Verstärker 237
5.2.2.	Transistor als Schalter 239

5.3.	Rückkopplung	242
5.3.1.	Gegenkopplung	243
5.3.1.1.	Stabilisierung der Betriebsgrößen	244
5.3.1.2.	Vergrößerung der Bandbreite	244
5.3.1.3.	Die gegengekoppelte Emitterschaltung	245
5.3.1.4.	Die Kollektorschaltung als gegengekoppelte Schaltung	250
5.3.2.	Mitkopplung	251
5.3.2.1.	Die Selbsterregungsbedingung	251
5.3.2.2.	Harmonische Oszillatoren	252
5.3.2.3.	Kippgeneratoren	254
5.4.	Schaltungen mit Feldeffekttransistoren	255
5.4.1.	Einstellung des Arbeitspunktes	255
5.4.2.	FET-Grundsaltungen	257
5.4.2.1.	Sourceschaltung	257
5.4.2.2.	Drainschaltung	258
5.5.	Integrierte Analogschaltungen	260
5.5.1.	Operationsverstärker (OV)	261
5.5.1.1.	Eigenschaften des idealen OV	261
5.5.1.2.	Der ideale OV als Spannungsverstärker	262
5.5.1.3.	Kenngößen und Grenzwerte realer OV	264
5.5.1.4.	Einfluß der Eigenschaften eines realen OV	266
5.5.1.4.1.	Einfluß der endlichen Leerlaufverstärkung	266
5.5.1.4.2.	Einfluß des endlichen Eingangswiderstandes	267
5.5.1.4.3.	Einfluß des Ausgangswiderstandes	268
5.5.1.4.4.	Eingangs- und Ausgangswiderstand der Schaltung	268
5.5.1.4.5.	Der reale nichtinvertierende Verstärker	269
5.5.1.4.6.	Kompensation der Offsetgrößen	270
5.5.1.5.	Anwendungsbeispiele	271
5.5.1.5.1.	Analoge Rechenschaltungen	272
5.5.1.5.2.	Mittelwertbildner	275
5.5.1.5.3.	Impedanzwandler	276
5.5.1.5.4.	Gleichrichter	277
5.5.1.5.5.	Komparator	278
5.5.1.5.6.	Signalgeneratoren	281
5.5.2.	Multiplizierer	282
5.5.2.1.	Logarithmier-Delogarithmier-Multiplizierer	283
5.5.2.2.	Multiplizierer mit veränderlicher Steilheit	283
5.5.2.3.	Anwendungsbeispiele	284
5.5.2.3.1.	Analoge Rechenschaltungen	284
5.5.2.3.2.	Regelbarer Verstärker	285
5.5.2.3.3.	Effektivwertmesser	285
5.5.3.	Integrierte Spannungsregler	286
6.	Digitalschaltungen	289
6.1.	Grundlagen und logische Grundgesetze	289
6.1.1.	Digitale und analoge Signale	289
6.1.2.	Zahlensysteme	290
6.1.3.	Codierung	291
6.1.4.	BOOLEsche Algebra	292

6.1.4.1.	Logische Operationen	293
6.1.4.2.	Rechenregeln	295
6.1.4.3.	Schaltalgebra	299
6.1.4.4.	Minimierung	300
6.1.5.	Logische Grundfunktionen	303
6.1.5.1.	Einstellige Grundfunktionen	303
6.1.5.2.	Zweistellige Grundfunktionen	304
6.2.	Schaltkreissysteme	307
6.2.1.	Charakteristische Kenngrößen	307
6.2.2.	Dioden-Transistor-Logik (DTL)	309
6.2.3.	Transistor-Transistor-Logik (TTL)	310
6.2.4.	Emittergekoppelte Logik (ECL)	311
6.2.5.	Integrierte Injektionslogik (I ² L)	313
6.2.6.	MOS-Logikschaltungen	314
6.2.7.	Vergleich der Schaltkreissysteme	315
6.3.	Grundelemente und Schaltungen der Digitaltechnik	317
6.3.1.	Rechenschaltungen	317
6.3.1.1.	Binäraddition	318
6.3.1.2.	Binärsubtraktion	320
6.3.1.3.	Binärmultiplikation und Binärdivision	322
6.3.2.	Astabiler Multivibrator	323
6.3.3.	Univibrator	324
6.3.4.	SCHMITT-Trigger	325
6.3.5.	Speicher	326
6.3.5.1.	Flipflopgrundschaltungen	327
6.3.5.2.	Master-Slave-Flipflop (MS-Flipflop)	329
6.3.5.3.	Schieberegister	330
6.3.5.4.	Zähler	331
6.3.5.5.	Dynamische Speicher	333
6.3.5.6.	CCD-Speicher	333
6.3.5.7.	Speicherorganisation	334
6.3.6.	Codeumsetzer	335
6.3.7.	Multiplexer	337
6.3.8.	Signalumsetzer	338
6.3.8.1.	Digital/Analog-Umsetzer	338
6.3.8.2.	Analog/Digital-Umsetzer	339
7.	Verzeichnisse	342
7.1.	Häufig verwendete Formelzeichen und Symbole	342
7.2.	Ergänzende und weiterführende Literatur	346
7.3.	Sachverzeichnis	349

1. Darstellung von Signalen im Frequenz- und Zeitbereich

1.1. Grundgesetze des elektrischen Stromkreises

In diesem Abschnitt werden zunächst zeitunabhängige Verhältnisse vorausgesetzt. Die Grundgesetze des elektrischen Stromkreises lassen sich dann besonders einfach und anschaulich gewinnen. Wie in den späteren Abschnitten gezeigt wird, läßt sich ihre Gültigkeit jedoch auch auf quasistationäre Stromkreise ausdehnen.

1.1.1. Elektrischer Strom — OHMSches Gesetz

Wird in einem Leiter ein elektrisches Feld $\vec{E}$ aufrechterhalten, indem man z. B. die Enden des Leiters mit den Klemmen einer Batterie verbindet, so wirkt auf alle geladenen Bausteine des Leitermaterials eine Kraft $\vec{F} = q\vec{E}$, wenn man mit q ihre Ladung bezeichnet. Die frei beweglichen Ladungsträger werden durch diese Kraft verschoben. Sie führen eine beschleunigte Bewegung aus, bis sie mit einem anderen Baustein zusammenstoßen und dabei ihre Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung ändern. Makroskopisch erscheint die Bewegung der Ladungsträger als Bewegung in einem reibenden Medium mit einer konstanten mittleren Driftgeschwindigkeit $\vec{v}_D$, deren Größe der Feldstärke proportional ist:

$$\vec{v}_D = \mu \vec{E}. \quad (1.1)$$

Der Proportionalitätsfaktor μ heißt Beweglichkeit. Die Gesamtheit der sich unter Feldeinfluß pro Zeiteinheit durch einen Leiterquerschnitt A bewegenden Ladungsträger ergibt einen elektrischen Strom $\bar{I} = \Delta Q / \Delta t$. Aus Abb. 1.1 liest man ab, daß in der Zeit Δt alle im Volumen $A v_D \Delta t$ enthaltenen Ladungsträger durch den zur Feldrichtung senkrechten Querschnitt A fließen; sie bilden die Ladung $\Delta Q = q n_l A v_D \Delta t$ (n_l Anzahl der freien Ladungsträger pro Volumeneinheit = Trägerdichte). Für den Strom gilt also

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n_l q A v_D = n_l q \mu A E = n_l q \mu \frac{A}{l} \bar{U}. \quad (1.2)$$

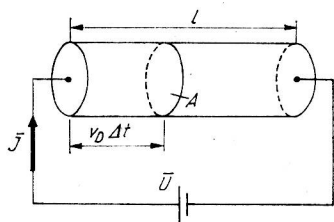


Abb. 1.1. Zur Berechnung der Leitfähigkeit

Bei konstanter Beweglichkeit μ und Trägerdichte n_i besteht demnach ein linearer Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung, den man als OHmsches Gesetz bezeichnet. Man schreibt das in der Form

$$\bar{I} = \frac{1}{R} \bar{U} = \sigma \frac{A}{l} \bar{U}. \quad (1.3)$$

Die Größe $R = l/\sigma A$ nennt man den ohmschen Widerstand, der außer von den geometrischen Abmessungen des Leiters von der Leitfähigkeit $\sigma = n_i q \mu$ des Leitermaterials abhängt.

Bei Metallen ist die Anzahl der freien Ladungsträger (Elektronen) praktisch unabhängig von der Temperatur gleich der Anzahl der Atome. Dagegen hängt die Driftbeweglichkeit von der Temperatur ab, da mit wachsender Temperatur die Wahrscheinlichkeit von Zusammenstößen zwischen den freien Elektronen und den Gitterbausteinen zunimmt. Die Leitfähigkeit nimmt also mit wachsender Temperatur ab, d. h., der Widerstand nimmt zu.

Bei Eigenhalbleitern steigt, wie später noch gezeigt werden wird, die Trägerdichte mit wachsender Temperatur stark an. Dieser Einfluß überwiegt die Abnahme der Beweglichkeit, so daß ihre Leitfähigkeit mit steigender Temperatur wächst.

Die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Temperatur beschreibt man in erster Näherung durch den linearen Temperaturkoeffizienten

$$\text{TK}_R = \frac{1}{R} \frac{\Delta R}{\Delta \theta}. \quad (1.4)$$

In Tab. 1 sind die Leitfähigkeiten und Temperaturkoeffizienten einiger für die Elektrotechnik wichtiger Metalle zusammengestellt.

Tabelle 1

Leitfähigkeit und mittlerer linearer Temperaturkoeffizient einiger Metalle
(bei 20 °C)

Stoff	$\sigma / \frac{10^6}{\Omega \text{m}}$	$\text{TK}_R / \frac{10^{-3}}{\text{K}}$
Gold	45,5	4,0
Aluminium	35,9	4,0
Silber	61,3	4,1
Kupfer	57	3,87
Platin	9,3	3,98
Nickelin	3,33	0,11
Manganin	2,32	0,02
Konstantan	2,0	-0,03
Chromnickel	1,0	0,2

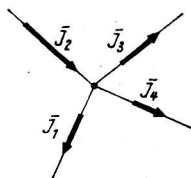


Abb. 1.2. Zur 1. KIRCHHOFFSchen Regel

1.1.2. KIRCHHOFFSche Regeln

In einem verzweigten Stromkreis lassen sich unmittelbar aus der Anschauung zwei Gesetze ableiten, die man als KIRCHHOFFSche Regeln bezeichnet. In einem Verzweigungspunkt (Knoten) gilt die 1. KIRCHHOFFSche Regel (Knotenpunktsatz):

Die Summe aller zufließenden Ströme ist gleich der Summe aller abfließenden Ströme.

Dieses Gesetz folgt aus dem Satz von der Erhaltung der Ladung. Bezeichnet man alle zum Knoten fließenden Ströme als positiv und die abfließenden als negativ, dann gilt (Abb. 1.2)

$$\sum_n \bar{I}_n = 0. \quad (1.5)$$

Für einen geschlossenen Strompfad mit beliebig vielen Verzweigungspunkten (Masche) gilt die 2. KIRCHHOFFSche Regel (Maschensatz):

Die Summe aller Spannungsabfälle ist gleich der Summe der Quellenspannungen.

Dieses Gesetz folgt aus der 2. MAXWELLSchen Gleichung. Als Quellenspannung bezeichnet man dabei die Spannung, die an den Klemmen einer Spannungsquelle gemessen wird, wenn man ihr keinen Strom entnimmt, d. h., die Quellenspannung ist gleich der Leerlaufspannung (s. auch 1.1.3. und 1.1.4.). Bei den Spannungsabfällen müssen auch die an den Innenwiderständen der Spannungsquellen berücksichtigt werden. Bezeichnet man die im (willkürlich festgelegten) Umlaufsinn der Masche fließenden Ströme als positiv, entgegengesetzt fließende als negativ und zählt man die Quellenspannungen entsprechend, so gilt (Abb. 1.3)

$$\sum_m \bar{I}_m R_m = \sum_n \bar{U}_n. \quad (1.6)$$

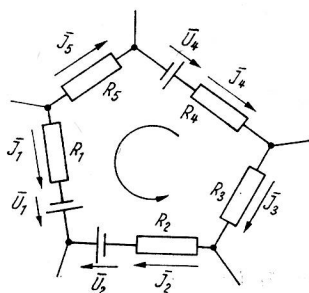


Abb. 1.3. Zur 2. KIRCHHOFFSchen Regel

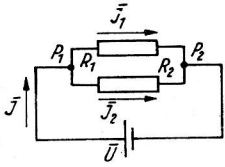


Abb. 1.4. Parallelschaltung von Widerständen

Die Anwendung dieser Regeln auf beliebige Stromkreise liefert mindestens so viele Gleichungen wie Unbekannte und gestattet daher die vollständige Berechnung der Ströme bei gegebenen Spannungen und Widerständen. Die berechneten Ströme haben dann einen positiven Wert, wenn ihre anfangs willkürlich festgelegte Richtung mit der tatsächlichen übereinstimmt. Als besonders wichtige Fälle seien die Parallel- und die Serienschaltung von Widerständen betrachtet. Für die Parallelschaltung (Abb. 1.4) ergibt sich im Knoten P_2 aus (1.5)

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 - \bar{I} = 0. \quad (1.7)$$

Zwischen den beiden Knoten P_1 und P_2 liegt die Spannung $\bar{U}$, d. h., es ist

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}}{R_1}, \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{R_2}.$$

Andererseits wird $\bar{I}$ durch den aus der Parallelschaltung von R_1 und R_2 resultierenden Widerstand R_{ges} bestimmt:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{R_{\text{ges}}}.$$

Dann folgt aber nach Einsetzen in (1.7) und Division durch $\bar{U}$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (1.8)$$

d. h., bei Parallelschaltung addieren sich die reziproken Teilwiderstände zum reziproken Gesamtwiderstand. Da man den Kehrwert eines Widerstandes als Leitwert bezeichnet, kann man auch sagen: Bei Parallelschaltung addieren sich die Teilleitwerte zum Gesamtleitwert, d. h., es ist

$$G_{\text{ges}} = G_1 + G_2. \quad (1.8a)$$

Bei der Serienschaltung folgt aus Abb. 1.5 mit (1.6)

$$\bar{I}R_1 + \bar{I}R_2 = \bar{U} = \bar{I}R_{\text{ges}}$$

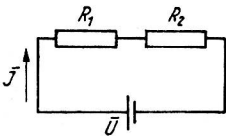


Abb. 1.5. Serienschaltung von Widerständen

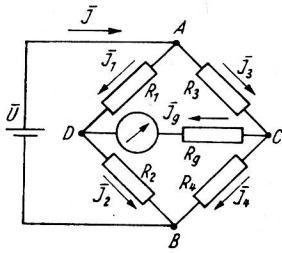


Abb. 1.6. Zu Beispiel 1.1: WHEATSTONE-Brücke

und daraus unmittelbar

$$R_1 + R_2 = R_{\text{ges}}, \quad (1.9)$$

d. h., bei Serienschaltung addieren sich die Teilwiderstände zum Gesamtwiderstand.

Beispiel 1.1. Berechnung des Querstromes einer WHEATSTONE-Brücke mit Hilfe der KIRCHHOFFSchen Regeln.

In Abb. 1.6 ist eine WHEATSTONE-Brücke dargestellt, wie sie zur Messung von Widerständen benutzt wird. Zunächst wird davon ausgegangen, daß der Gesamtstrom $\bar{I}$ der Brücke gegeben ist. Dann ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} (\text{Knoten } A) \quad & \bar{I}_1 + \bar{I}_3 = \bar{I}, \\ (\text{Knoten } D) \quad & \bar{I}_1 - \bar{I}_2 + \bar{I}_g = 0, \\ (\text{Knoten } C) \quad & \bar{I}_3 - \bar{I}_4 - \bar{I}_g = 0, \\ (\text{Masche } ADC) \quad & R_1 \bar{I}_1 - R_3 \bar{I}_3 - R_g \bar{I}_g = 0, \\ (\text{Masche } BCD) \quad & R_2 \bar{I}_2 - R_4 \bar{I}_4 + R_g \bar{I}_g = 0. \end{aligned}$$

Die Anwendung der KRAMERSchen Regel liefert daraus

$$\bar{I}_g = \bar{I} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_g (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}.$$

Nimmt man dagegen die Batteriespannung $\bar{U}$ als gegeben an, so ist die erste Gleichung des Gleichungssystems zu ersetzen durch

$$(\text{Masche } ADB) \quad R_1 \bar{I}_1 + R_2 \bar{I}_2 = \bar{U},$$

und damit ergibt sich

$$\bar{I}_g = \bar{U} \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_g (R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 R_4 + R_3 R_4 R_1 + R_4 R_1 R_2}.$$

Die Brücke ist abgeglichen, wenn $\bar{I}_g = 0$ ist. Daraus folgt die Abgleichbedingung

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

1.1.3. Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle

Verändert man in einem linearen Netzwerk¹ einen Widerstand, so verändern sich i. allg. die Ströme in allen Zweigen. Die Berechnung des neuen Stromes durch den veränderlichen Widerstand mit Hilfe der KIRCHHOFFSchen Regeln ist zwar möglich, aber umständlich. Nach dem Satz von HELMHOLTZ ist die Darstellung des gesamten Netzwerkes mit Ausnahme des veränderlichen Widerstandes durch eine Ersatzspannungsquelle mit der Leerlaufspannung $\bar{U}'_L$ und dem Serieninnenwiderstand R'_i oder durch eine Ersatzstromquelle mit dem Kurzschlußstrom² $\bar{I}'_K$ und dem gleichen Innenwiderstand R'_i in Parallelschaltung möglich. Bezeichnet man die Anschlußklemmen des veränderlichen Widerstandes mit a und b , so ist die Spannung $\bar{U}'_L$ der Ersatzspannungsquelle gleich der Leerlaufspannung zwischen den Klemmen a und b , während sich R'_i als Widerstand zwischen diesen Klemmen ergibt, wenn man alle im Netzwerk enthaltenen Spannungsquellen kurzschließt und alle Stromquellen durch offene Leiterzweige ersetzt. Der Strom $\bar{I}'_K$ der Ersatzstromquelle ergibt sich als Kurzschlußstrom zwischen den Klemmen a und b . Demnach gilt zwischen den Größen der Ersatzschaltung die Beziehung

$$\frac{\bar{U}'_L}{\bar{I}'_K} = R'_i. \quad (1.10)$$

Mit diesen Werten kann der Strom über den veränderlichen Widerstand R_a einfach angegeben werden:

$$\bar{I}_a = f(R_a) = \frac{\bar{U}'_L}{R'_i + R_a} = \bar{I}'_K \frac{R'_i}{R'_i + R_a}. \quad (1.11)$$

Beispiel 1.2. Berechnung der Ersatzstromquelle und der Ersatzspannungsquelle für ein gegebenes Netzwerk (Abb. 1.7).

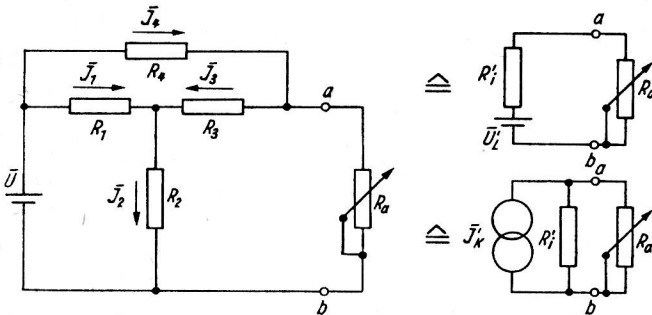


Abb. 1.7. Lineares Netzwerk mit Ersatzspannungsquelle und Ersatzstromquelle

¹ Man spricht in diesem Sinne von einem linearen Netzwerk, wenn es nur aus linearen Widerständen aufgebaut ist, d. h., wenn für alle Widerstände das OHMSche Gesetz gilt. Zum Begriff des linearen Widerstandes und des linearen Netzwerkes s. Kap. 2.

² Eine Spannungsquelle liefert bei kurzgeschlossenen Ausgangsklemmen den Kurzschlußstrom $\bar{I}'_K$, der durch ihre Leerlaufspannung $\bar{U}'_L$ und ihren Innenwiderstand R'_i bestimmt wird:

$$\bar{I}'_K = \frac{\bar{U}'_L}{R'_i}.$$