

新訂 新しい数学
3

別記著作者

東京大学名誉教授 学習院大学教授	彌永昌吉	東京大学名誉教授	三村征雄
熊本大学名誉教授	荒木雄喜	東京都新宿区立 西戸山中学校教諭	井出 昭
立教大学教授	岩村 聯	前浦和市立 高砂小学校校長	尾崎馨太郎
東京都中央区立 第四中学校教諭	片山圭二	幾徳工業大学助教授	亀沢 泰
東京都新宿区立 牛込第二中学校教諭	久保寺元雄	岩手大学名誉教授	黒沢 誠
専修大学教授	黒田孝郎	東京大学名誉教授 学習院大学教授	小平邦彦
宮崎大学教授	坂元信吾	成蹊大学教授	坂本行雄
	林 五郎	東京大学教授	藤田 宏
東京教育大学教授	前原昭二	前成蹊大学教授	松田道雄
東京学芸大学名誉教授	松原元一	東京都立 小平高等学校教諭	松宮清治

ほか1名

東京書籍株式会社編集部

表紙／勝井三雄

カット

日科技研 電子計算機センター

新訂新しい数学 3

中学校用教科書

[数学908]

昭和52年1月20日 印刷

昭和52年2月10日 発行

[昭和46年4月10日 文部省検定済]

[昭和49年4月10日 改訂検定済]

著作者 彌永昌吉

ほか20名(別記)

発行者 東京書籍株式会社

代表者 鈴木和夫

東京都台東区台東1丁目5番18号

印刷者 東京書籍印刷株式会社

代表者 與賀田辰雄

東京都北区堀船1丁目23番31号

発行所 東京書籍株式会社

東京都台東区台東1丁目5番18号

電話 東京 (03) 835-6111(代表)

郵便番号 110

定価 文部大臣が認可し官報で告示した定価

(上記の定価は、各教科書取次供給所に表示します。)

本書の解説書・ワークブック並びにこれに類するものの無断発行を禁ずる (㊟)

新訂 新しい数学

3

- I 平方根
- II 多項式
- III 2次方程式
- IV 関数とグラフ
- V 円と球
- VI 三平方の定理
- VII 図形の動きと変形
- VIII 統計

目 次

この本で学ぶ人のために	8
I 平方根	9
1 平方と平方根	
§1 平方	10
§2 平方根	12
§3 平方根の求め方	14
2 根号をふくむ式の計算	
§1 根号をふくむ式の乗除	19
§2 根号をふくむ式の加減	22
§3 数の拡張	23
練習問題	28
研究「平方根の筆算による求め方」	30
「 $\sqrt{2}$ が無理数であることの証明」	31
数学のあゆみ「無理数の話」	32
II 多項式	33
1 多項式の乗法	
§1 乗法と分配法則	34
§2 乗法公式	36
§3 乗法公式の応用	38

2 因数分解

§ 1	因数分解	40
§ 2	乗法公式と因数分解	41
§ 3	因数分解のくふう	43
※	四則演算について閉じている集合の例 ..	45
	練習問題	47

Ⅲ 2 次方程式 49

1 2 次方程式の解き方

§ 1	2 次方程式	50
§ 2	$ax^2+b=0$ の解き方	51
§ 3	$x^2+px+q=0$ の解き方	52
§ 4	2 次方程式の解の公式	54
§ 5	因数分解による解き方	56

2 2 次方程式の応用

§ 1	2 次方程式の応用	58
※	一般の 2 次方程式の解き方	61
	練習問題	63

Ⅳ 関数とグラフ 65

1 2 次関数と 3 次関数

§ 1	関 数	66
§ 2	関数 $y=ax^2$ とそのグラフ	68
§ 3	関数 $y=ax^3$ とそのグラフ	74
§ 4	関数の変化の割合	77

2 逆関数

§ 1	逆関数	84
§ 2	逆関数のグラフ	90

3 2元1次不等式の表す範囲

§1 2元1次不等式の解の意味	92
§2 2元1次不等式の表す範囲	93
※ 2元連立1次不等式	98
練習問題	101

V 円と球 105

1 円の性質

§1 円の基本性質	106
§2 円周角	109
§3 円に内接する四角形	117
§4 接線の性質	120

2 円と球

§1 2つの円	124
§2 球面と平面・2つの球面	127
練習問題	129

VI 三平方の定理 133

1 三平方の定理

§1 三平方の定理	134
§2 三平方の定理の逆	137

2 三平方の定理の応用

§1 平面図形への応用	139
§2 空間図形への応用	144
練習問題	148

研究「三平方の定理の別証明」	151
----------------------	-----

「三平方の定理の逆の別証明」	152
----------------------	-----

数学のあゆみ「三平方の定理の話」	154
------------------------	-----

Ⅶ 図形の動きと変形 155

1 図形の動き

§1 図形の動きと証明	156
§2 図形の動きと特別な位置	162
§3 作図への応用	164

2 図形の変形

§1 曲線の変形	169
§2 曲面の変形	172
§3 オイラーの多面体定理	174
練習問題	179
研究「一筆がき」	181

Ⅷ 統計 183

1 標準偏差

§1 資料の散らばり	184
§2 標準偏差	186

2 標本調査

§1 母集団と標本	191
§2 母集団の平均の推定	193

3 相 関

§1 相関と相関図・相関表	198
練習問題	200

計算練習	201
総まとめの問題	203
中学3年間で学んだおもな用語・記号・性質 ..	229
平方表	232
平方根表(補間法の解説)	234
さくいん	239

この本で学ぶ人のために

この本では、3年で学習することがらを8つの章に分けてあります。この本で、

■例は、学習内容の理解を深め、学習を進める手がかりとなる具体例です。

例題は、問題を解くときの参考になる代表的な問題例で、[解答]や[考え方]が示されています。とくに、わくで囲んである[解答]は、解答の書き方の1つの手本を示したものです。

■問は、学んだことの理解を確かにするために解いてみる問題で、★は、それを考えることが次の学習に進むための手がかりになるような問です。とくに練習を積む必要のあるところには練習が設けてあります。

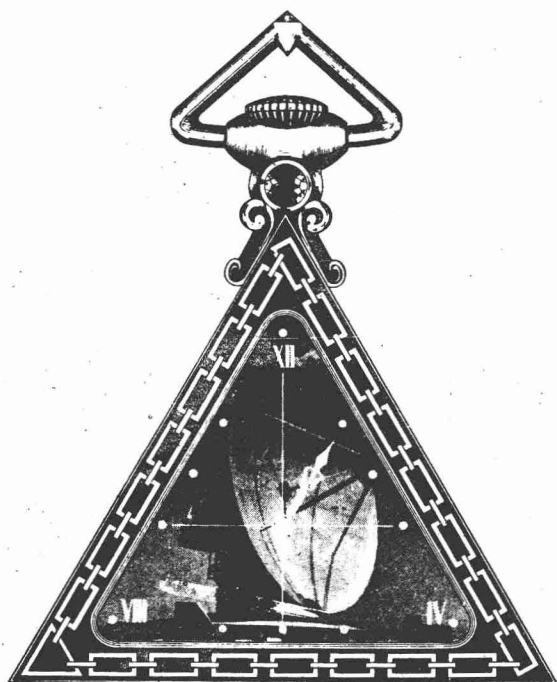
■節の終わりにある問題は、その節で学んだことがらをまとめて復習するための問題です。その節の学習のとちゅうでも、ときどき考えてみて、それまでに学んだ知識で解けるかどうかためしてみるのもよいでしょう。

■章の終わりには練習問題があります。これは、その章で学んだことの復習と応用をかねています。このうち、Aには基本になる問題が、Bにはそれよりやや程度の高い問題がのせてあります。Bの問題は、そのなかから自分の力に合ったものを選んで解いてください。

章末の※印のついたものや研究は、発展的な内容で、余力のある場合に学習するものです。

■かんまつ巻末には計算練習があります。学習の合い間にすこしずつでも、くりかえし練習してください。また、まとめのための中学3年間で学んだおもな用語・記号・性質と、総まとめの問題があります。総まとめの問題には、やや程度の高い応用問題もかなりはっています。時間がかかっても、自分で考えて解いてみるのが、数学の力をつけるのに役だつのです。

I * 平方根



★

3を2乗すれば9になるし、 -3 を2乗しても9になる。すなわち、2乗して9になる数には、3と -3 がある。この3と -3 を9の平方根という。2乗すれば10となる数は10の平方根であるが、これはどのような数なのであろうか。このような数は、いままでに学んだ数のなかにはない新しい数である。ここでは、そのような数の性質や表し方、計算のしかたを学ぶことにしよう。

★

1 平方と平方根

§1 平方

たとえば、 6.62^2 を計算するとき、これを直接計算してもよいが、平方表を利用するとかんたんである。

この本の巻末にある平方表では、1.00 から 0.01 おきに 9.99 までの数の平方が示してある。

数	0	1	2
5.5	30.2500	30.3601	30.704
5.6	31.3600	31.4721	31.844
5.7	32.4900	32.6041	32.884
6.5	42.2500	42.3801	42.704
6.6	43.5600	43.6921	43.8244
6.7	44.8900	45.0241	45.1584

1 表 平方表の一部

6.62 の平方は、上のようにして、43.8244 と求められる。

問 1 平方表を使って、次の数の平方を求めよ。

3.24 5.07 7.99 8.3

表によると、 $5.6^2 = 31.36$

である。5.6 と小数点の位置だけ異なる数の平方を計算してみると、

$$56^2 = (5.6 \times 10)^2 = 5.6^2 \times 10^2 = 31.36 \times 100 = 3136$$

$$560^2 = (5.6 \times 100)^2 = 5.6^2 \times 100^2 = 31.36 \times 10000 = 313600$$

$$0.56^2 = \left(5.6 \times \frac{1}{10}\right)^2 = 5.6^2 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 = 31.36 \times \frac{1}{100} = 0.3136$$

$$0.056^2 = \left(5.6 \times \frac{1}{100}\right)^2 = 5.6^2 \times \left(\frac{1}{100}\right)^2 = 31.36 \times \frac{1}{10000} = 0.003136$$

★ある数の小数点の位置が1けた右、または左に移るごとに、その平方の小数点の位置はどのように移るか。

$$\text{いっぽん} \\ \text{一般に, } (10a)^2 = 100a^2 \quad (100a)^2 = 10000a^2 \quad \dots\dots$$

$$\left(\frac{1}{10}a\right)^2 = \frac{1}{100}a^2 \quad \left(\frac{1}{100}a\right)^2 = \frac{1}{10000}a^2 \quad \dots\dots$$

問 2 平方表を使って、次の数の平方を求めよ。

0.417 3760 25.9 0.0988 57300

平方のグラフ

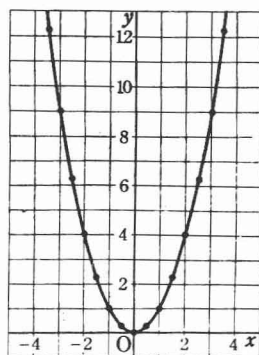
ある数 x とその平方 y との関係は、次のように表される。

$$y = x^2 \quad \dots\dots (1)$$

(1)の x に負の数, 0, 正の数を代入して、それらに対する y の値を計算すると、次の表が得られる。

x		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	
y		16	9	4	1	0	1	4	9	16	

さらに、 x のいろいろな値に対する y の値を計算して、 $y = x^2$ のグラフを作ると、右の図のような曲線になる。



1 図

★ 1 図のグラフで、 $x = 3.5$, $x = 2.5$ のときの y のおよその値を読みとって大きさを比べよ。また、 $x = -3.5$, $x = -2.5$ のときの y の値を比べよ。

$$2.5^2 < 3.5^2 \quad (-2.5)^2 < (-3.5)^2$$

のように、 x の絶対値ぜったい値が大きいほど x の平方も大きくなる。

すなわち、

$$|a| < |b| \quad \text{ならば} \quad a^2 < b^2$$

§2 平方根

★平方して9になる数はいくつあるか。

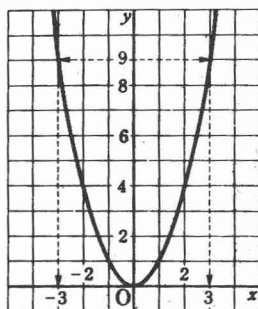
ある数 x を2乗すると a になるとき、

すなわち、 $x^2 = a$

であるとき、 x を a の平方根という。

たとえば、 $3^2 = 9$ 、 $(-3)^2 = 9$ であるから、

3 も -3 も 9 の平方根である。



2図

問 1 次の数の平方根をいえ。

16 49 169 400 $\frac{25}{36}$ $\frac{64}{81}$ 0.25 1

正の数も負の数も、2乗すれば正の数になり、0は2乗すれば0になる。このように、どんな数を2乗しても負の数にはならない。したがって、負の数には平方根はない。

- (1) 正の数には平方根が2つあって、絶対値が等しく、符号だけが異なる。
- (2) 負の数には平方根はない。
- (3) 0の平方根は0である。

a が正の数であるとき、 a の2つの平方根のうち、

正のほうを $\sqrt{a}$ 、負のほうを $-\sqrt{a}$

と書く。また、 $\sqrt{0} = 0$ とする。

この記号 $\sqrt{\quad}$ を根号こんごうといい、 $\sqrt{a}$ は「ルート a 」と読む。

例 1 16の平方根は次の2つである。

$$\sqrt{16} = 4 \quad -\sqrt{16} = -4$$

問 2 次の数を根号を使わずに表せ。

$$\sqrt{36} \quad -\sqrt{81} \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{7^2} \quad \sqrt{(-7)^2}$$

9の平方根, 3と-3をいっしょに表して ± 3 と書き, 「プラスマイナス3」と読むことがある。この土の記号を複号という。

問 3 根号を使って次の数の平方根を書け。

$$2 \quad 3 \quad 5 \quad 10 \quad 20 \quad 0.5 \quad \frac{3}{7}$$

一般に, a を正の数とすると, 次の式が成り立つ。

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (-\sqrt{a})^2 = a$$

問 4 次の数を求めよ。

$$(\sqrt{7})^2 \quad (-\sqrt{13})^2 \quad (\sqrt{16})^2 \quad \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$$

平方根の大小

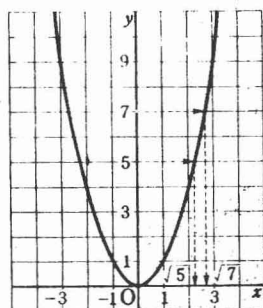
★3図によって5と7の正の平方根

$\sqrt{5}$ と $\sqrt{7}$ の大小を比べてみよ。

一般に, 正の数が大きくなるにしたがって, その数の正の平方根も大きくなる。
すなわち,

a, b が正で, $a < b$ ならば,

$$\sqrt{a} < \sqrt{b}$$



3図

例 2 $16 < 21$ であるから,

$$\sqrt{16} < \sqrt{21} \quad \text{すなわち} \quad 4 < \sqrt{21}$$

問 5 次の各組の数の大小をいえ。

- ① $\sqrt{12}, \sqrt{17}$ ② $5, \sqrt{23}$ ③ $7, \sqrt{50}$

§3 平方根の求め方

$\sqrt{2}$ の近似値を求めてみよう。

$$1^2 = 1 \quad (\sqrt{2})^2 = 2 \quad 2^2 = 4$$

であり, $1 < 2 < 4$

であるから,

$$1 < \sqrt{2} < 2$$

次に, 1.1^2 , 1.2^2 , 1.3^2 , …… を順に求めてみると,

$$1.4^2 = 1.96 \quad (\sqrt{2})^2 = 2 \quad 1.5^2 = 2.25$$

で, $1.96 < 2 < 2.25$

であるから,

$$1.4 < \sqrt{2} < 1.5$$

さらに, 1.41^2 , 1.42^2 , …… を順に求めてみると,

$$1.41^2 = 1.9881 \quad (\sqrt{2})^2 = 2 \quad 1.42^2 = 2.0164$$

となるから,

$$1.41 < \sqrt{2} < 1.42$$

であることがわかる。

★同じようにして, 次のことを確かめよ。

$$1.414 < \sqrt{2} < 1.415$$

このような計算を続けていくと, $\sqrt{2}$ にいくらでも近い近似値が求められる。すなわち,

$$\sqrt{2} = 1.41421356\cdots$$

問 1 上のような方法で, $\sqrt{3}$ の値を小数第 2 位まで求めよ。

(小数第 2 位未満は切りすてよ。)

平方根表

平方根の値を求めるには、巻末にあるような平方根表を使えばよい。この表には正の平方根の近似値があげてある。

これによると、たとえば、

$$\sqrt{2} = 1.4142$$

$$\sqrt{2.03} = 1.4248$$

と求められる。

2 の平方根は ± 1.4142

2.03 の平方根は ± 1.4248

数	0	1	2	3
1.0	1.0000	1.0050	1.0100	1.0149
1.1	1.0488	1.0536	1.0583	1.0630
1.2	1.0954	1.1000	1.1045	1.1091
1.3	1.1402	1.1446	1.1489	1.1533
1.4	1.1832	1.1874	1.1916	1.1958
2.0	1.4142	1.4177	1.4213	1.4248
2.1	1.4491	1.4526	1.4560	1.4595

である。

2 表 平方根表の一部

ただし、表に示した平方根の値は、^し四捨五入によって小数第4位まで求めたものである。

問 2 上の表によって、次の数の平方根を求めよ。

2.01 1.33 1.22 1.42 2.1

巻末の表には、1.00 から 99.9 までの数の平方根が示されているが、1.00 から 9.99 までは 0.01 ごとに、10.0 から 99.9 までは 0.1 ごとにでている。

【注意】 巻末の平方根表のあとについている補間法を用いれば、 $\sqrt{35.47}$ のような、表にない数の平方根の近似値を求めることもできる。

問 3 巻末の表によって、次の数の平方根を求めよ。

3 6.2 7.63 20 12.5 60.8 83.7

次に、100 より大きい数や、0 と 1 の間の数の平方根の求め方について調べよう。