



普通高等教育“十一五”国家级规划教材
教育部国家级精品课程配套教材

Mathematics

大学数学应用教程

[第二版]

DAXUE SHUXUE YINGYONG JIAOCHENG

仇志余 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

教育部国家级精品课程配套教材

大学数学应用教程

第二版

仇志余 编著



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材和教育部国家级精品课程配套教材的第二版,是根据教育部制定的《高职高专教育基础课程数学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》,深入总结多年来数学改革和国家级精品课程建设与研究的经验,在第一版的基础上,充分吸收使用院校同仁的宝贵意见修订而成的。

全书内容包括函数、极限与连续,导数与微分,不定积分与定积分,导数与微分的应用,定积分的应用,常微分方程,空间解析几何与向量代数,多元函数微分学及其应用,多元函数积分学及其应用等微积分的内容;还包括行列式,矩阵, n 维向量,线性方程组等线性代数的内容和随机事件与概率,随机变量及其数字特征等概率论的内容.其中打“*”者为选学内容.

本书适合对数学要求较高的高职高专工科和财经管理类专业使用,也适合同层次的成人教育以及工程技术人员使用.

图书在版编目(CIP)数据

大学数学应用教程(第二版)/仇志余编著. —北京:北京大学出版社,2009.9
(普通高等教育“十一五”国家级规划教材)

ISBN 978-7-301-05128-3

I. 大… II. 仇… III. 高等数学-高等学校:技术学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 155878 号

书 名: 大学数学应用教程(第二版)

著作责任者: 仇志余 编著

责任编辑: 潘丽娜

标准书号: ISBN 978-7-301-05128-3/O·0790

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路 205 号 100871

网 址: <http://www.pup.cn> 电子邮箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752021 出版部 62754962

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787 毫米×980 毫米 16 开本 25.75 印张 515 千字

2005 年 7 月第 1 版 2009 年 9 月第 2 版 2013 年 10 月第 6 次印刷

定 价: 49.00 元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究

举报电话: 010-62752024 电子邮箱: fd@pup.pku.edu.cn

第二版前言

《大学数学应用教程》(上、下)第一版由北京大学出版社于2005年出版以来,深受高等院校同仁青睐,已6次重印,2008年又被教育部评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材.随着我国高等教育大众化过程的推进和高职高专教育教学改革的深入,高职高专学生的构成和人才培养目标要求已经发生了很大变化.为了及时适应变化了的实际教学要求,根据许多使用原教程教师的意见,作者认为很有必要按照进一步精简的方向将其修订为高职高专普通型和少学时型两种不同版本使用.这是普通型版本.

这一版本精简为一册,其内容仍然包括高等数学、线性代数和概率论三大模块.但其深度和广度均作了较大幅度的降低.本次修订的指导思想是,在保证满足教学基本要求的基础上,大力度改革课程内容体系,降低例题、习题的难度和数量,以缓解与理论教学时数不足的矛盾.本次修订仍然保持了第一版强调应用的特色,并且在减少理论、突出应用上又作了进一步的努力.

这一版本适合于普通高职高专一般工科类专业和具有较高要求的财经、管理类文科专业使用.其另一特点是,模块化意识更强了,各教学管理部门和教师可以根据各院校人才培养方案自主地选择教学模块.

本次修订,山西省多所高职高专院校的多位教师做了大量工作,在此一并致谢!

仇志余

2009年6月7日

第一版前言

本书是根据教育部制定的《高职高专教育基础课程数学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，深入总结多年来参与高职高专教学改革和国家级精品课程建设与研究的经验，并充分考虑到高职高专学制转换的要求而编写的。

自从1993年原国家教委在高等工程专科教育中实施专业教学改革试点工作以来，我校高分子材料加工专业被确定为第一批国家级试点专业。随之，我们对数学课程的改革按照“以应用为目的”、“以必需、够用为度”的原则设计改革方案，将原属《高等数学》和《工程数学》的多门课程有机地构成了工科数学课群。1997年我们又展开了由原中国兵器工业总公司批准立项的课题“高等工科数学课程体系、教学内容与教学模式的研究”的教改研究与实践工作。1998年我校化工工艺专业被教育部批准为全国第四批产学研结合的试点专业，我们又积极投入了高职高专教育数学课程教改实践。经过十年的不懈努力，我们取得了阶段性成果，形成了符合高职高专人才培养目标，特色明显的数学课程体系、教学内容和教学模式，2002年获得了省级教学成果一等奖。其中“线性代数”课程于2003年被教育部确定为首届国家级精品课程之一。

根据高职高专教育人才培养目标及规格的要求，我们认为，高职高专教育既要“质高”，又要“专职”，而数学课程是满足这一要求的必修课之一。因此定名为《大学数学应用教程》的这套教材，力图充分体现以下特色。

(1) 精选内容，构架新的课程体系，使受教育者学会运用数学方法与工具分析问题、解决问题，达到“质高”的人才培养目标。同时，又要考虑到“专职”和以“必需、够用”为度，因而必须对数学的“系统性”和“严密性”赋予新的认识。本书中对数学结论的严密性和论证的简明化处理就是一种较好的处理方法。例如，极限方法可以跳出“ ϵ - δ ”语言体系，微分学中值定理可以用几何方法证明等。

(2) 新的课程体系充分体现“以应用为目的”的要求。众所周知，数学的产生和发展就是从实践中来再到实践中去的，我们理应取其精髓，还其本来面目，使受教育者明其应用背景，知其应用方法。因此本书的目的就是使学生学会如何应用数学方法解决实际问题。于是，本书大量的篇幅是数学应用，而不是公式的推导或定理的证明。

(3) 在第二篇一元微积分的应用部分，本书选择典型问题介绍了数学建模方法，这是数学应用的重要方法之一。而第四篇线性代数构建的体系就是按照“建立数学模型—寻找解模工具—解模答问”这条主线进行的。

(4) 考虑到文科学生的需要,本书特意在第二篇引入了数学在经济学中的应用问题.当然理工科学生了解一些数学在经济学中的应用基础也是很有必要的.

(5) 考虑到高职高专教育学制和学生基础实际情况,本书在内容安排上尽力做到重点突出,难点分散;在问题的阐述上,尽力做到开门见山、简明扼要、循序渐进和深入浅出;并注重几何解释、抽象概括与逻辑推理的有机结合,以培养学生数学应用的意识、兴趣和综合能力.

本书既适合高等专科和高等职业技术教育院校或少学时本科专业使用,也适合同层次的成人教育以及工程技术人员使用.为了便于教师更好地使用本教材,我们充分考虑到高等教育大众化对教学设计多样性和学生发展个性化的要求,并根据多年的教学经验,提出如下几套教学方案,以供参考.

(1) 对于数学要求较高的专业,可以安排 160~180 学时,分两个学期,全部讲完第一至第五篇;也可安排 150 学时左右,分两个学期,在对带“*”的内容作适当取舍后,讲完第一至第五篇.

(2) 对于只安排 120 学时左右的专业,可以完成第一篇、第二篇(其中第九章除外)和第三篇的讲授;或者可以选择第一篇,第二篇(其中第九章除外),第四篇的第一、二、三章,以及第五篇的第一、二、三章讲授.

(3) 对于仅给 80 学时左右的专业,可以完成第一篇、第二篇(其中第八、第九章除外)和第四篇第一、二、三章的讲授.而第四篇完全可以放在其他各篇之前讲授.

本书的出版得到了山西省教育厅有关领导和高职高专人才培养委员会各领导及专家的大力支持和帮助.此外,十多年来,在实施教改过程中,也得到了校内外专家和同仁的大力支持,特别是精品课程组成员的积极参与等,在此一并致谢.

由于本人水平所限,书中不妥甚至错误之处在所难免,敬请各位同仁与读者批评指正.

编者
2005 年 2 月

目 录

第一篇 一元微积分

第一章 函数、极限与连续	(1)
第一节 函数	(1)
一、函数的概念	(1)
二、函数的基本性态	(3)
三、反函数	(4)
四、初等函数	(5)
第二节 极限	(10)
一、数列极限	(10)
二、函数极限	(11)
三、无穷小与无穷大	(14)
第三节 极限的四则运算法则	(15)
第四节 两个重要极限	(18)
一、极限存在准则	(18)
二、两个重要极限	(20)
三、无穷小的阶	(21)
第五节 函数的连续性	(23)
一、函数连续的概念	(23)
二、函数的间断点	(24)
第六节 初等函数的连续性	(26)
一、连续函数的四则运算	(26)
二、反函数与复合函数的连续性	(26)
三、初等函数的连续性	(27)
四、闭区间上连续函数的性质	(28)

第二章 导数与微分	(31)
第一节 导数的概念	(31)
一、导数概念	(31)
二、求导数举例	(33)
三、导数的几何意义	(35)
四、可导与连续的关系	(36)
第二节 基本求导法则	(37)
一、四则求导法则	(37)
二、反函数求导法则	(38)
三、复合求导法则	(39)
四、基本导数公式	(40)
五、初等函数的导数	(41)
第三节 高阶导数	(42)
第四节 隐函数与参数求导法则	(44)
一、隐函数求导法则	(44)
二、参数求导法则	(45)
第五节 函数的微分	(46)
一、微分的概念	(46)
二、微分的运算法则	(49)
第六节 微分学中值定理	(51)
一、罗尔(Rolle)定理	(51)
二、拉格朗日(Lagrange)中值定理	(51)
三、柯西(Cauchy)中值定理	(53)
第三章 不定积分	(55)
第一节 不定积分的概念与性质	(55)
一、原函数与不定积分的概念	(55)
二、基本积分公式	(56)
三、不定积分的性质	(57)
第二节 换元积分法	(59)
一、第一换元法(凑微分法)	(59)
二、第二换元法	(62)
第三节 分部积分法	(65)

第四章 定积分	(71)
第一节 定积分的概念	(71)
一、两个实例	(71)
二、定积分的概念	(73)
三、定积分的几何意义	(74)
第二节 定积分的性质	(75)
第三节 微积分基本定理	(77)
一、变上限定积分	(78)
二、牛顿-莱布尼茨公式	(79)
第四节 定积分的计算	(80)
一、定积分的换元法	(81)
二、定积分的分部积分法	(83)
第五节 广义积分	(85)
一、无穷限的广义积分	(86)
二、无界函数的广义积分	(87)

第二篇 一元微积分的应用

第五章 导数与微分的应用	(89)
第一节 未定式极限的求法	(89)
第二节 函数单调性的判别法	(93)
第三节 函数极值与最值的求法	(95)
第四节 曲线凹凸及拐点的判别法	(101)
第五节 函数作图法	(104)
第六节 微分的应用	(107)
一、弧微分公式	(107)
二、微分在近似计算中的应用	(108)
第七节 导数的经济学应用	(109)
一、成本函数与收入函数	(109)
二、边际分析	(109)
三、弹性分析	(111)
第六章 定积分的应用	(115)
第一节 平面图形面积的求法	(115)
一、直角坐标情形	(115)

二、参数方程情形	(117)
三、极坐标情形	(118)
第二节 体积的求法	(120)
一、旋转体的体积	(120)
二、已知截面立体的体积	(121)
第三节 平面曲线弧长的求法	(123)
一、直角坐标情形	(123)
二、参数方程情形	(124)
三、极坐标情形	(124)
第四节 定积分的物理学应用	(125)
一、变力沿直线所作的功	(125)
二、液体静压力	(127)
* 第五节 定积分的经济学应用	(129)
一、已知边际求总量	(129)
二、资金流量及其现值	(130)
第七章 常微分方程与数学建模	(134)
第一节 基本概念	(134)
第二节 一阶微分方程的解法	(136)
一、可分离变量的一阶微分方程	(136)
二、齐次方程	(138)
三、数学建模举例	(139)
第三节 一阶线性微分方程的解法	(142)
第四节 可降阶的高阶微分方程的解法	(147)
第五节 二阶线性微分方程解的结构	(148)
一、两个数学模型实例	(148)
二、二阶线性微分方程及其解的结构	(150)
第六节 二阶常系数齐次线性微分方程	(152)
第七节 二阶常系数非齐次线性微分方程	(154)
第三篇 多元微积分及其应用	
第八章 向量与空间解析几何	(158)
第一节 空间直角坐标系与向量	(158)
一、空间直角坐标系	(158)

二、向量及其线性运算	(159)
三、向量的坐标	(161)
第二节 向量的数量积与向量积	(164)
一、向量的数量积	(164)
二、向量的向量积	(166)
第三节 平面方程	(169)
第四节 曲面与曲线	(171)
一、曲面方程的概念	(171)
二、旋转曲面	(173)
三、柱面	(174)
四、二次曲面	(175)
五、空间曲线的方程	(177)
第九章 多元函数微分学及其应用	(181)
第一节 多元函数的极限与连续	(181)
一、多元函数概念	(181)
二、二元函数的极限与连续	(183)
第二节 偏导数	(187)
一、偏导数概念	(187)
二、偏导数的几何意义	(188)
三、高阶偏导数	(189)
第三节 全微分	(191)
一、可微的概念与条件	(191)
二、全微分的应用	(194)
第四节 多元复合微分法则	(195)
一、多元复合求导法则	(195)
二、隐函数微分法则	(198)
第五节 偏导数的几何应用	(200)
一、空间曲线的切线与法平面	(200)
二、曲面的切平面与法线	(202)
第六节 多元函数的极值问题	(204)
一、二元函数极值的概念及求法	(204)
二、最大值与最小值的求法	(206)
三、条件极值与拉格朗日乘数法	(207)

第十章 多元函数积分学及其应用	(210)
第一节 二重积分的概念及性质	(210)
一、两个实例	(210)
二、二重积分的概念	(212)
三、二重积分的性质	(212)
第二节 二重积分的计算	(214)
一、直角坐标情形	(214)
二、极坐标情形	(220)
第三节 二重积分的应用	(224)
一、曲面的面积	(224)
二、平面薄片的质心	(226)
第四节 对坐标的曲线积分	(228)
一、概念与性质	(228)
二、计算方法	(231)
第五节 格林公式及其应用	(234)
一、格林公式	(234)
二、平面曲线积分与路径无关的条件	(236)
三、二元函数的全微分求积分	(237)

第四篇 线性代数

第十一章 行列式	(240)
第一节 行列式的概念	(240)
一、2阶和3阶行列式	(240)
二、 n 阶行列式	(241)
第二节 行列式的性质	(244)
第十二章 矩阵	(251)
第一节 矩阵概念	(251)
第二节 矩阵运算	(254)
一、矩阵加法	(254)
二、数与矩阵的乘法	(255)
三、矩阵与矩阵的乘法	(256)
四、矩阵的转置	(260)
五、方阵的行列式	(261)

第三节 逆矩阵	(262)
一、逆矩阵的概念及性质	(262)
二、逆矩阵的存在性及求法	(262)
三、逆矩阵对线性方程组的应用	(264)
第四节 矩阵的秩	(266)
第五节 矩阵的初等变换	(267)
一、初等变换与初等矩阵	(267)
二、初等变换与逆矩阵	(269)
三、初等变换与矩阵的秩	(271)
第十三章 线性方程组	(274)
第一节 高斯消元法	(274)
一、高斯消元法示例	(274)
二、高斯消元法的矩阵表示	(275)
三、线性方程组解的判定及求法	(277)
第二节 向量的线性关系	(281)
一、向量的概念及运算	(281)
二、向量的线性相关性	(282)
第三节 线性方程组解的结构	(289)
一、齐次线性方程组	(289)
二、非齐次线性方程组	(292)

第五篇 概 率 论

第十四章 随机事件及其概率	(296)
第一节 随机事件	(296)
一、随机试验	(296)
二、随机事件的概念	(297)
三、事件间的关系及运算	(298)
第二节 事件的概率	(302)
一、古典概率	(302)
二、几何概率	(305)
三、概率的统计定义	(306)
四、概率的公理化定义	(308)
第三节 条件概率	(311)

一、条件概率的概念	(311)
二、概率的乘法公式	(313)
三、全概率公式	(314)
第四节 事件的独立性	(316)
一、事件的独立性	(316)
二、伯努利概型及二项概率公式	(318)
第十五章 随机变量及其概率分布	(322)
第一节 随机变量及其分布函数	(322)
一、随机变量的概念	(322)
二、随机变量的分布函数	(323)
第二节 离散型随机变量	(326)
一、离散型分布的概念	(326)
二、常用的离散型分布	(327)
第三节 连续型随机变量	(330)
第四节 常用的连续型分布	(334)
一、均匀分布	(334)
二、指数分布	(335)
三、正态分布	(336)
第五节 随机变量函数的分布	(340)
一、离散型	(340)
二、连续型	(342)
第十六章 随机变量的数字特征	(344)
第一节 数学期望	(344)
一、离散型数学期望	(344)
二、连续型数学期望	(346)
三、随机变量函数的数学期望	(347)
第二节 方差	(349)
一、方差的概念	(349)
二、方差的简单性质	(351)
第三节 常用分布的数学期望与方差	(353)
一、(0-1)分布	(353)
二、二项分布	(353)
三、泊松分布	(354)

四、均匀分布	(355)
五、指数分布	(355)
六、正态分布	(356)
附 录	(359)
I 希腊字母	(359)
II 代数	(359)
III 三角函数	(360)
IV 初等几何	(362)
V 几种常用的曲线	(363)
VI 积分公式	(364)
VII 概率论	(374)
习题答案	(378)

第一篇 一元微积分

微积分学是大学数学的主体内容. 本篇主要讲述一元函数的极限与连续; 导数与微分以及不定积分与定积分的基本知识. 它们是大学数学的重要基础, 因此是各科大学生必须掌握的基本内容. 中学数学中已经学习过函数、极限、连续和导数等初步知识, 这里需要进一步扩展和系统化.

第一章 函数、极限与连续

函数关系是变量之间的依赖关系, 微积分学以函数为主要研究对象. 极限理论是微积分研究函数的重要工具, 借助极限方法可用函数的连续性刻画函数的整体性质. 本章是学习微积分学的重要基础. 本章将介绍函数、极限和函数的连续性等基本概念和性质.

第一节 函 数

一、函数的概念

在中学数学中, 我们已经学习过有关函数的概念和性质等. 为了进一步学习微积分的知识, 我们再概要介绍如下.

定义 1 假设在某一变化过程中有两个变量 x 和 y . 如果当变量 x 在其变化范围内任取一个数值时, 变量 y 按照一定法则总有唯一确定的数值与之对应, 则称 y 是 x 的一元单值函数(简称为函数), 记做 $y=f(x)$. x 称为自变量, y 称为因变量.

自变量 x 的变化范围 D 称为函数的定义域, 因变量 y 的取值范围 W 称为函数的值域, f 称为对应关系或函数关系.

函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 点的值常用 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$ 表示.

在上述定义中, 如果对应于自变量 x 的一个值, 因变量 y 的值不唯一时, 称函数 $y=f(x)$ 为多值函数. 例如, 满足关系 $x^2+y^2=R^2$ 的函数 $y=\pm\sqrt{R^2-x^2}$, 对于定义域 $[-R, R]$ 中

的每一个值,对应的函数 y 有两个值,因此 y 是 x 的多值函数.

今后,若无特别说明,所指函数均为单值函数.

函数定义包括两个要素:定义域和对应法则.当定义域和对应法则都确定之后,函数就唯一确定了.只有当定义域与对应法则都分别相同时,两个函数才是相同的函数.

例如, $f(x) = \frac{x^2}{x}$ 和 $g(x) = x$ 是两个不同的函数,再如, $y = 2\log_a x$ 与 $y = \log_a x^2$ 也是两个不同的函数.

例 1 求函数 $y = \frac{1}{\log_a(3x-2)}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的定义域.

解 函数的定义域就是使得上式有意义的全体实数 x 集.当 $3x-2 > 0$ 且 $3x-2 \neq 1$ 时,上式才有意义,即有 $x > \frac{2}{3}$ 且 $x \neq 1$,所以定义域为 $(\frac{2}{3}, 1) \cup (1, +\infty)$.

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 D ,则对任意取定的 $x \in D$,总有 $y = f(x)$ 与之对应.这样,以 x 为横坐标、 y 为纵坐标在 Oxy 平面上确定了一点 (x, y) ,这些点的集合

$$\{(x, y) | y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 $y = f(x)$ 的图形.

函数的表示法通常有三种:公式法,即用数学式子表示自变量与因变量之间的关系的方法,如例 1;表格法,即将一系列自变量与对应函数值列成表格的方法,如对数表、三角函数表等;图示法,即用直角坐标系中曲线表示函数的方法,例如,用温度自动记录仪描出 24 小时的温度变化曲线,就表示温度 T 与时间 t 的函数关系.

今后,常用公式法与图示法结合,表示函数.

例 2 函数 $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$,值域为 $[0, +\infty)$,图形如图 1-1 所示.该函数称为绝对值函数.

例 3 函数 $y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 称为符号函数,它的定义域为 $(-\infty, +\infty)$,值域

为集合 $\{-1, 0, 1\}$,它的图形如图 1-2 所示.对于任何实数 x ,有 $|x| = x \cdot \operatorname{sgn} x$.

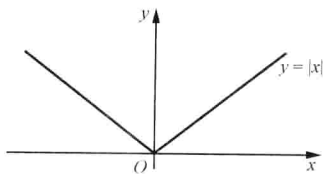


图 1-1

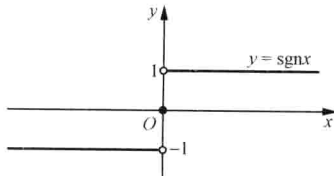


图 1-2