

理論応用

物理学演習

①

力学・振動と波動

三輪光雄編

理論応用

物理学演習

①

力学・振動と波動

三輪光雄編

森北出版株式会社

物理学演習 (第1巻)

© 三輪光雄 1963

1963年 6月 20日 第1版第1刷発行

定価はカバー・ケース

1978年 2月 28日 第1版第12刷発行

に表示してあります.

編者との協議
により検印は
廃止します.

編者	三	輪	光	雄
発行者	森	北		肇
印刷者	上	田	三	明

発行所 森北出版 株式会社

東京都千代田区富士見 1-4-11
電話 東京 (265) 8 3 4 1 (代表)
振替 東京 1-34757 郵便番号 102

日本書籍出版協会・自然科学書協会・工学書協会 会員

落丁・乱丁本はお取替えいたします

印刷 育英印刷/製本 石毛製本

3042-1511-8409

F130/35 (日2-3/145-

Printed in Japan

は し が き

実際の役に立つような生きた物理学の学習には、実験と演習とを十分にやることが大切である。実験は物理学の法則がどのようにして導かれたかを知り、あるいは法則を実地に適用したときの限界を知るなど物理学の本質を正しく把握するために不可欠であり、また演習は個々の法則をいろいろな場合に適用してそれを確実に理解修得するために必要欠くべからざるものである。しかし実験も演習も学ぶ側はもちろん教える側にとっても、多くの時間と労力とを必要とするので、わが国ではとかく閑却されがちである。そのためせっかくの学習も本当に身につけていない憾が大学・高校を通じて強く感じられる。

本演習書はこの欠陥の一半を補うために編まれたもので、物理学全体を4巻に分け、東京教育大学助教授 永田恒夫、東京理科大学教授・理学博士 鈴木良治、東京学芸大学助教授・理学博士 花輪重雄の3氏が分担執筆し、編者が統一編集したものである。本書では

- 1) 基本事項をこまかく章にわけ、基本事項から導かれる重要事項は例題として示して理解を深めるようにし、
- 2) 続いて平易な問題Aを挿入して基本事項の理解を確実にするようにはかった。

わが国ではやさしい問題は自明のこととして素通りしてしまうことが多いが、試験の結果から見ると一般に基礎の理解が不十分である。必ずAをすましてのちBに進んでいただきたい。

なお第1巻は第1編力学と第2編振動と波動とからなっている。内容は

- 1) 初学者の基礎知識を確実にするため、最初はやさしく高校程度の基本事項から出発している。しかし数学は最初から微積分を使用した。
- 2) 他方第1編では剛体の運動、一般座標、第2編では波動方程式などの章を設けて高度の学習者のためにはかった。

読者諸君は本書によって確固たる基礎の上に立った高度の物理学の力を身につけて頂きたい。

目 次

第1編 力 学 (永田恒夫)

§ 1. 質点の運動	1
1. 直線運動の速度と加速度	1
2. 平面運動の速度と加速度	2
3. 重力加速度	3
4. 速度, 加速度の単位	3
例題(1)	3
[1・1] 加速度の単位変換	3
[1・2] 等加速運動	4
[1・3] 直線運動	4
[1・4] 直線運動	5
[1・5] 加速度の速度, 座標, 時刻による表示	5
[1・6] 等加速直線運動における時間に関する速度の平均値と距離に関する平均値	6
[1・7] ホドグラフ	6
[1・8] 等速円運動	7
問題(1)	8
§ 2. 力	11
1. 力の合成と分解	11
2. 座標軸方向の力の成分	11
3. 力のつりあい	12
4. 物体に働く力	12
重力・面の抗力と摩擦力・ばねの力と糸の張力	
例題(2)	13
[2・1] 力の合成	13
[2・2] 力のつりあい	14

問 題 (2)	15
§ 3. 運動の法則	18
1. 運動の法則	18
第 1 法則・第 2 法則・第 3 法則	
2. 次元と単位	18
次元・単位・力の絶対単位	
例 題 (3)	19
[3・1] 円すい振り子の糸の張力	19
[3・2] 単振り子の周期	20
問 題 (3)	20
§ 4. 直線運動の力学	22
1. 運動方程式	22
2. 自由落下運動	22
3. 斜面上の運動	23
4. 単振動と調和振動体	23
例 題 (4)	23
[4・1] 斜面上をすべり落ちるときの加速度	23
[4・2] 一定の力を受けて運動している物体の運動エネルギー	24
[4・3] 速度に比例する抵抗力を受ける場合の落下運動	24
[4・4] 原点からの距離に比例する引力を受けている質点の運動	25
問 題 (4)	26
§ 5. 平面運動の力学	28
1. 運動方程式	28
2. 極 座 標	28
3. 速度成分と速さとの関係	29
4. 時間に関する微分記号	29
5. 放物運動	30
例 題 (5)	30
[5・1] 放物運動の軌道	30
[5・2] 斜面上で投げ上げた物体の落下点	31

- [5・3] 初速一定のとき、仰角と射程距離および命中率との関係 32
 [5・4] 面積速度 33
 [5・5] 単振り子の運動方程式の極座標表示 33
 [5・6] 動径方向と動径に垂直な方向の速度成分と加速度成分 34

問 題 (5) 35

§ 6. ベクトル 37

1. 定 義 37
 2. ベクトルの成分 37
 3. スカラー積 38
 4. ベクトル積 38
 5. 位置ベクトルと速度, 加速度 38
 6. 運動方程式 39
 7. こ う 配 39

例 題 (6) 40

- [6・1] ベクトル積とスカラー積の加法定理 40
 [6・2] ベクトル積とスカラー積の成分表示 41
 [6・3] 時間の関数で大きさ一定のベクトルとそのベクトルの時間に関する微分との直交, 円運動の速度と半径の直交 41
 [6・4] 空間内の平面上の点の位置ベクトルと平面の法線方向の単位ベクトルとのスカラー積 42
 [6・5] 曲面 U と $\text{grad } U$ との直交, ある方向の U の変化率と $\text{grad } U$ のその方向への正射影との関係 42
 [6・6] $\text{grad} \frac{1}{r}$ ($r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$) 43
 [6・7] 等高面群の密度 43

問 題 (6) 44

§ 7. 運動方程式の積分と仕事 46

1. 仕 事 46
 2. 直線運動の運動方程式の積分 46
 3. 平面運動の運動方程式の積分 47
 4. 力学的エネルギー保存則 48
 5. 角運動量と力のモーメント 48
 6. 多くの力が作用している場合 48

7. 線 積 分	48
例 題 (7)	49
[7・1] 斜面に沿って物体に力を加え引き上げたときの仕事	49
[7・2] 単振動の復元力のポテンシャル	49
[7・3] 質点に働く重力のポテンシャル	49
[7・4] 放物運動の式と力学的エネルギー保存則との関係	50
[7・5] 原点に関して角運動量が一定の運動	51
[7・6] 空間内での運動エネルギーの増加と仕事との関係	51
[7・7] 保存力を受けている質点のつりあいの安定条件	52
問 題 (7)	53
§ 8. 単振動と減衰振動	55
1. 単 振 動	55
2. 単振り子の周期	55
3. 減 衰 振 動	56
4. 関数のテーラー展開	56
例 題 (8)	57
[8・1] 単振動の積分定数と初期条件の関係	57
[8・2] 単振動と減衰振動の周期	58
[8・3] 単振動の運動エネルギーの平均値	58
[8・4] 調和振動体に速度に比例する抵抗力が作用している場合の運動 方程式	59
[8・5] 単振動のグラフと全力学的エネルギー	60
[8・6] ばねにつるしたおもりの運動	60
[8・7] 保存力を受けている質点の安定なつりあいの位置付近の運動	61
問 題 (8)	62
§ 9. 強制振動と共振	65
1. 調和振動体の強制振動	65
2. 減衰振動体の強制振動	65
3. 共 振	65
調和振動体・減衰振動体	
4. 複 素 数	66
例 題 (9)	66

- [9・1] 減衰振動体の強制振動の方程式の解法 66
 [9・2] 調和振動体の共振の方程式の解法 68
 [9・3] バネにつけて水平面上におかれた物体の運動 69

問 題 (9)71

§ 10. 中心力と万有引力72

1. 中 心 力72
 2. 万 有 引 力72
 3. 静 電 気 力72
 4. ケプラーの法則73
 5. 地球の引力73
 6. 大きさのある物体の万有引力の計算法73

例 題 (10)73

- [10・1] ロケットが地球に戻らないようにするときの初速度 73
 [10・2] 月の公転周期 74
 [10・3] 太陽の質量と地球の質量との比 75
 [10・4] 密度一様な球状物体の及ぼす万有引力 75
 [10・5] 原点からの距離に比例する引力を受けている質点の運動 77
 [10・6] 重力の位置エネルギー mgh は地球の万有引力による位置エネルギーの近似である 79
 [10・7] ケプラーの法則 79

問 題 (10)81

§ 11. 2質点系の力学84

1. 運動量, 角運動量, 力のモーメント84
 2. 相互作用のポテンシャル84
 3. 保 存 則84
 運動量保存則・角運動量保存則・エネルギー保存則
 4. 衝 突85
 球と壁との衝突・球と球との衝突
 5. 相対座標と重心系座標36

例 題 (11)86

- [11・1] 角運動量保存則 86
 [11・2] 万有引力を及ぼしあう質点のエネルギー保存則 87

- [11・3] 2球が直心衝突をしたとき失なわれる運動エネルギー 88
- [11・4] 質量同じで速度の違う2球の直心衝突 88
- [11・5] 球Aが質量の同じ球Bに斜心衝突した場合 89
- [11・6] 2質点間に働く力の大きさが質点間の距離のみの関数である場合の運動 89
- [11・7] 定滑車を通した糸の両端に質量の違う質点をつりさげたときの運動(アトウッドの器械) 90

問 題 (11)91

§ 12. 振り子と拘束運動95

- 1. 単振り子95
- 2. 拘束運動95

拘力・摩擦力

例 題 (12)96

- [12・1] 単振り子の周期 96
- [12・2] 単振り子の糸の張力 98
- [12・3] 単振り子が鉛直面内を回転運動するとき、最下点から角 θ まで達する時間 99
- [12・4] 振動している単振り子の支点を上下に単振動させたときの単振り子の運動 100
- [12・5] 単振り子を斜めに傾け、鉛直面に対しある角度をなす方向に速度を与えたときの運動 101

問 題 (12) 102

§ 13. 座標系の変換 105

- 1. 基準系とガリレイ変換 105
- 2. 加速系と運動の法則 105

平行移動する加速系・回転座標系

- 3. 慣性力 107
- 4. 地球上の質点の運動の法則 107

例 題 (13) 108

- [13・1] 等速円運動をしている質点と同じ角速度で回転する回転座標系における運動方程式、円すい振り子の運動 108
- [13・2] 平面運動の極座標を用いた運動方程式の意味 108
- [13・3] 地球自転の遠心力、実測重力と遠心力との関係 109

問 題 (13)	110
§ 14. 物体のつりあい	112
1. 物体の重心	112
2. 剛体のつりあいの条件	112
3. つりあいの安定, 不安定	112
4. 仮想仕事の原理	112
例 題 (14)	113
[14・1] 密度一様な半円板状物体の重心	113
[14・2] 糸の一端を鉛直な壁につけ他端に球をつるしたとき糸が壁となす角	113
[14・3] 鉛直な壁に斜めに止められた棒のつるした綱の張力, 壁の抗力	114
[14・4] 梯子の最上端まで上ることのできる角度の最小値	115
[14・5] 棒と2本の鎖の支点に質点をつるしたときの棒の及ぼす力と張力	115
[14・6] 正方形の棒の角頂Aを固定し対するCにおもりをつるしたときの各棒の抗力	116
[14・7] 懸垂線の式	116
問 題 (14)	118
§ 15. 固定軸を持つ剛体の運動	122
1. 回転の角速度と角加速度	122
2. 慣性モーメントと回転半径	122
3. 運動方程式	122
例 題 (15)	123
[15・1] 物体中の1点を通る軸に関する慣性モーメントと重心を通る軸に関する慣性モーメントとの関係	123
[15・2] 棒の慣性モーメント	123
[15・3] 球の慣性モーメント	124
[15・4] 実体振り子の運動	125
[15・5] 2本つり振り子の運動	125
[15・6] 原点に関する力のモーメントの成分	126
問 題 (15)	126
§ 16. 剛体の平面運動	129

1. 剛体の平面運動	129
2. 運動方程式	129
3. 撃 力	129
4. 瞬間の回転の中心	130
5. エネルギー保存則	130
例 題 (16)	130
[16・1] 斜面上を円筒が転がりながらすべり落ちる運動	130
[16・2] 剛体に力積 $\bar{F}$ の撃力を加えた直後の剛体の運動	132
[16・3] 平面上を円板が転がる場合の瞬間の回転軸, 円板の周辺各部の角速度	132
問 題 (16)	133
§ 17. 剛体の運動方程式	136
1. 剛体の運動方程式	136
2. 角 速 度	136
3. 角速度と角運動量との関係	137
4. 慣 性 主 軸	138
5. ベクトルの回転	138
例 題 (17)	138
[17・1] 剛体の運動方程式	138
[17・2] 心棒が斜めになって回転しているこまの運動	139
問 題 (17)	140
§ 18. 解析力学初歩	142
1. ラグランジュの運動方程式	142
ラグランジュ関数・ラグランジュの運動方程式	
2. 正準方程式	142
押し広めた運動量・ハミルトン関数と正準方程式	
例 題 (18)	143
[18・1] 平面運動をしている質点の座標に極座標を用いた場合の共役な運動量	143
[18・2] 広義の運動の恒量	143

問 題 (18)	144
§ 19. 連 成 振 動	146
1. 2 重振り子	146
2. ばねで連結された 2 本の振り子	146
例 題 (19)	146
〔19・1〕 2 つの同じ単振り子でつくった 2 重振り子の振動	146
〔19・2〕 2 重振り子の運動方程式	148
〔19・3〕 真直ぐに張った糸に等間隔に質点をつけたときの振動	149
問 題 (19)	150
§ 20. 弾 性 体	154
1. 弾性とフックの法則	154
2. 伸びの弾性率	154
3. ポアッソン比	155
4. ずれの弾性率	155
5. 体積弾性率	155
6. 弾性率間の関係	155
7. 棒のまげ	156
8. ねじり	156
例 題 (20)	156
〔20・1〕 角棒の一端を固定し他端におもりをさげたときの棒の曲がり	156
〔20・2〕 まげのモーメント	157
〔20・3〕 ねじりのモーメント	158
〔20・4〕 角棒の一端を固定し他端におもりをさげたときの棒の曲がり	158
問 題 (20)	158
§ 21. 流体静力学	161
1. 流体の圧力	161
2. 自由表面と表面張力	161
3. ボイルの法則	161

4. アルキメデスの原理	162
5. パスカルの原理	162
6. 圧力中心	162
例 題 (21)	162
[21・1] 流体内の任意の場所の圧力はどの方向でも同じであること	162
[21・2] 大気圧の高さによる変化	163
[21・3] 液体が鉛直な側壁に及ぼす全圧力と圧力の中心の位置	163
[21・4] 毛細管中を上がる水の高さ	164
問 題 (21)	164
§ 22. 流体動力学	167
1. 完全流体と粘性流体	167
2. 流線と流管, 定常流	167
流線と流管・定常流	
3. 連続方程式とベルヌーイの定理	167
4. 粘性率	167
5. レイノルズ数	168
6. 2次元流	168
7. ベクトルの発散	168
問 題 (22)	169
[22・1] ベルヌーイの定理	169
[22・2] ポアズイユの法則	169
[22・3] 流れている流体内の閉曲面 S を通って S で囲まれる体積 V から単位時間に流れ出る量	170
[22・4] $\text{div}(\rho \mathbf{u})$ はその場所の単位体積から単位時間に流出する量を表わす	171
[22・5] 連続方程式	171
問 題 (22)	171
第2編 振動と波動 (永田恒夫・鈴木良治)	
§ 1. 正 弦 波	175

1. 正 弦 波	175
波・正弦波・波面・波長・エネルギーの伝播	
2. 重ね合せの原理と干渉	176
3. 定 常 波	176
4. ホイヘンスの原理	177
5. 分散と群速度	177
6. 数 学 公 式	177
例 題 (1)	178
[1・1] 2つの平面波の合成	178
[1・2] うなり	178
[1・3] 平面波の屈折	179
[1・4] 群速度	180
[1・5] 反射波の入射波に対する位相の変化	181
問 題 (1)	182
§ 2. 音 波	185
1. 音波の速度	185
2. 音波のエネルギー	185
3. ドップラー効果	185
4. 気柱の振動	186
5. 水 波	186
表面波・長い波・表面張力波	
例 題 (2)	187
[2・1] 波のエネルギー流	187
[2・2] 音源が観測者に近づくとき観測される振動数	188
[2・3] 細い管中で生ずる音波	188
[2・4] 水面に生ずる表面波の速度	189
問 題 (2)	190
§ 3. 弦の振動と波動方程式	193
1. 弦の振動の方程式	193
2. 1次元の波動方程式	193
3. 波動方程式の一般解	193

進行波・定常波

4. フーリエ級数	195
例題(3)	196
[3・1] 波動方程式の一般解	196
[3・2] 波動方程式の定常解	197
[3・3] 弦の運動方程式	198
[3・4] 弦の振動	199
[3・5] 波束の群速度	200
[3・6] フーリエ級数展開	201
問題(3)	202
§ 4. 弾性波と弾性振動	205
1. 弾性波	205
2. 弾性振動	205
3. 長方形の膜の振動	205
4. 弾性体の運動方程式	206
例題(4)	207
[4・1] 長方形膜の原振動の振動数	207
[4・2] 長方形膜の固有振動数	207
[4・3] 弾性体内の縦波と横波	208
問題(4)	209
解答	211
付録	223

2・3・4巻の主要内容

2巻	第3編	光
	第4編	熱と統計力学
3巻	第5編	電磁気学
4巻	第6編	相対性理論
	第7編	原子物理学

第1編 力 学

§ 1. 質点の運動

基 本 事 項

1. 直線運動の速度と加速度

直線上を運動する質点（点と見てもよいような小物体）の位置は、運動直線を座標軸にえらんだ位置座標 x で示される。

時刻 t と t' の間の平均速度 $\bar{v}$ は

$$\bar{v} = \frac{x' - x}{t' - t} \quad (1.1)$$

で定義される。ただし、 x, x' は時刻 t, t' における座標である。時刻 t からきわめて短い時間の間の平均速度を時刻 t における速度という。速度 v は、微分記号を用いれば

$$v = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{x' - x}{t' - t} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}. \quad (1.2)$$

$v = \text{const.}$ の運動を等速直線運動という。

時刻 t と t' の間の速度の変化率を平均加速度と呼び、時刻 t からきわめて短い時間の間の平均加速度を時刻 t における加速度という。すなわち v, v' を時刻 t, t' における速度とすれば、平均加速度 $\bar{\alpha}$ は

$$\bar{\alpha} = \frac{v' - v}{t' - t}$$

であり、時刻 t における加速度 α は

$$\alpha = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{v' - v}{t' - t} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \equiv \frac{dv}{dt} \quad (1.3)$$

である。また(1.2)式を(1.3)式に代入すれば

$$\alpha = \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (1.4)$$