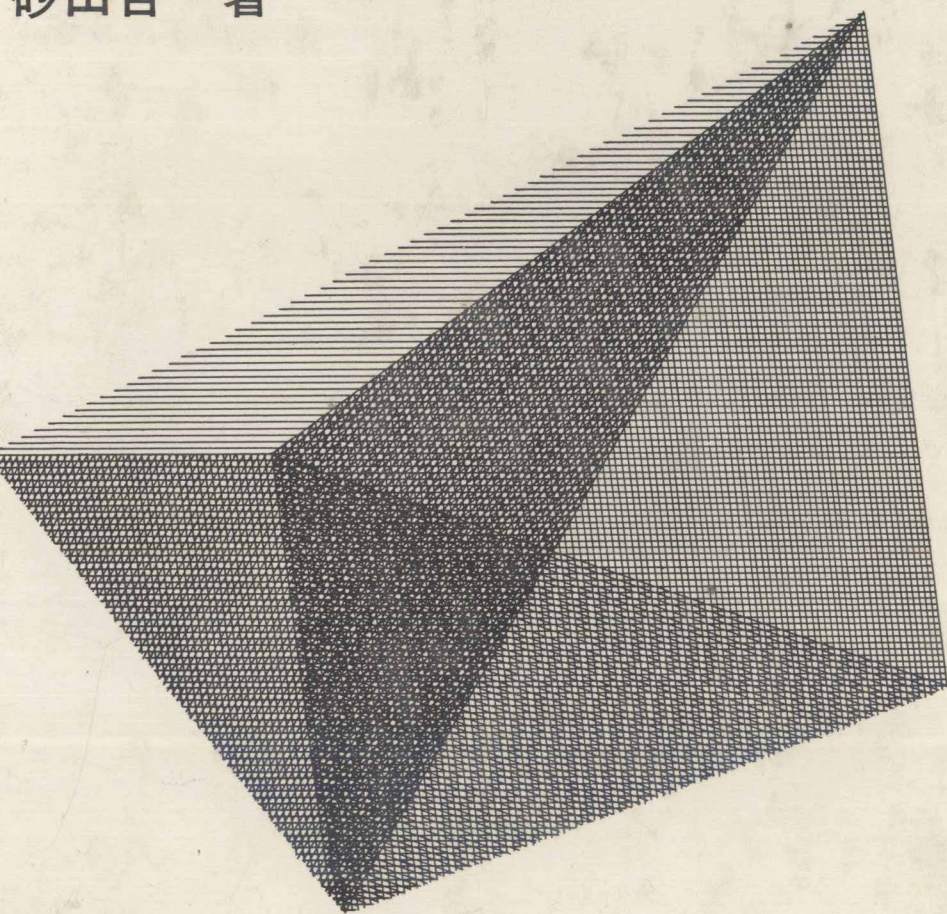


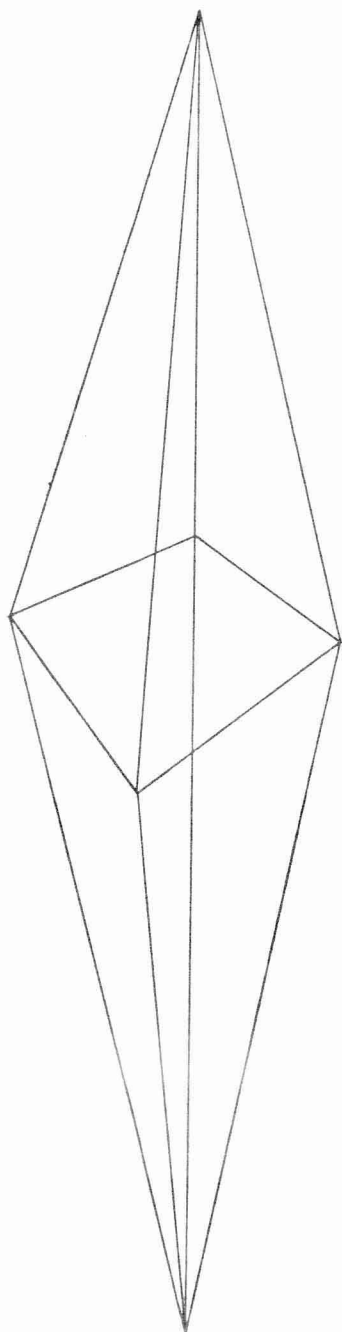
LP概論

企業行動と意思決定の分析

創価大学教授

砂田吉一著





LP概論

企業行動と意思決定の分析

創価大学教授

砂田吉一著

中央経済社

著者略歴

昭和25年 中央大学商学部卒業
昭和32年 中央大学大学院経済学研究科
博士課程修了
現在 創価大学経済学部教授
専攻 計量経済学・経済統計

LP 概論

——企業行動と意思決定の分析——

昭和47年4月25日 印刷
昭和47年5月1日 発行 定価1,300円

著者 砂田吉一
発行者 渡辺正一
印刷者 林俊男

発行所 株式会社中央経済社

東京都千代田区神田神保町1の31の2
電話・(293) 3371(代)
振替口座・東京8432

落丁・乱丁本はお取替え致します。 印刷真珠社/関川製本
3034—450737—4621

は　じ　め　に

最近のエレクトロニクスの技術革新には目を見張る。特に、コンピュータの発展はめざましく、企業への導入によって、今日、情報革命といわれるような企業経営に関する新しい活動分野があらわれてきた。同時に企業組織の上にもまた大幅な、近代化、合理化の必要性が生じたのである。

特に、企業行動の意思決定の問題に関しては、情報の嵐とまでいわれる混乱と雑多の中から、正確に、迅速に、必要な情報を収集することの重要性が、トップ・マネジメントの肩にのしかかってきた。MIS, EDPS, OR, という言葉が、今日ではそんなに目新しいものでなくなってきた。逆にいえば、それだけ実社会に浸とうしている証拠にもなるであろう。しかし、これらの言葉をいま少し掘下げて吟味してみる必要性があるのではなかろうか。たとえば、企業目的の最適効果をあげるための、企業努力は如何にあるべきか、換言すれば、最適意思決定の基礎になっているものは、一体何か、ということである。又、経済計画についても同様のことが言える。その要因の1つ1つを取上げて説明することは至難のことであり、本書の目的ではない。

コンピュータのソフトおよびハードウェアのイノベーションは社会の要請にこたえて著しく進歩した。近代統計学および計量経済学のたすけをかりて、シミュレーション分析 (Simulation Analysis) という、まことに便利な道具をわれわれに提供してくれた。この分析の進歩発達によって、経済現象および企業の活動現象の原因、結果の予測を的確に把握することがかなりできるようになり、その重要な役割を演じているのがリニヤー・プログラミング

2 はじめに

である。本書はこの立場から、リニヤー・プログラミングを徹底的に解明しようとするものである。

本書の基礎になっているものは、拙著『リニヤー・プログラミング——その手法と適用』である。内容を十分に吟味し、大幅に改正した。適切な例題を多数加え、特に、第10章を新しく加えて充実したつもりである。第1章から第8章まではリニヤー・プログラミングの説明であり、第9章、第10章はその具体的な研究である。

前半の導入部では難解な数学は極力これを避け、高等学校卒業程度の数学の素養あるものには完璧に理解できるように工夫してみた。また、本書の最大の特徴は、シンプレックス計算の徹底的理解にある。したがって、シンプレックス表が多い。

第1章および第2章では D. U. Greenwald 教授の名著 *Linear Programming* を、第3章の混合問題では、A. Charnes, W. W. Cooper, H. Henderson 教授の共著、*An Introduction to Linear Programming* を参考にした。双対問題に関しては、G. B. Dantzig 教授を除いては内外を問わず、経済および経営に関する適切な説明を試みた人は少ないように思われるが、小山昭雄教授の著『線型計画入門』は、この点で特筆に価するものがあり、本書で参照するところが多い。

最近、とくに感ずることは、美しき^{はな}華^{とけ}には棘がある。余りにも便利な道具には裏がある、ということである。その点でLPもまた、御他聞に洩れず例外ではない。斯学の発生および育成の土壤は欧米諸国であった。そして、LPが作戦計画の有力な武器であったことは、第2次世界大戦後、あるいは太平洋戦争で充分実証済である。用い方によっては両刃の剣である、ということこれである。

以上、先輩諸氏の恩恵により、特に恩師中川友長教授および寺尾琢磨教授の学徳に接することにより本書の誕生をみるに至ったことを深く感謝する次第である。出版にあたっては、いろいろと貴重な指示、および校正その他お世話になった中央経済社の栗山雄次、関博之、小林広明氏に心から御礼を申し上げる。なお、十分注意したつもりではあるが、誤りがあるやも知れず、御教示をお願いする次第である。

1972 年 4 月

砂 田 吉 一

目 次

第1章	リニヤー・プログラミング	3
1.	リニヤー・プログラミングの成立	3
2.	最適配分の問題——最大問題	6
第2章	シンプレックス法	23
1.	シンプレックス・タブロー計算	23
2.	シンプレックス・タブロー計算法の説明	44
3.	シンプレックス・タブロー計算のチェック	49
4.	最適配分の問題——追加条件の場合	51
第3章	混合問題	55
1.	ミックス・コーヒーの例	55
2.	ウィスキー混合の例	60
第4章	シンプレックス・タブロー計算上の 技術的操作の問題	65
1.	行置換えの困難な場合	65
2.	退化	66
3.	罰金係数	68
4.	代替計画の問題	76
第5章	最小化(最小問題)	79
1.	生産計画における機械の最適配置	79

2 目 次

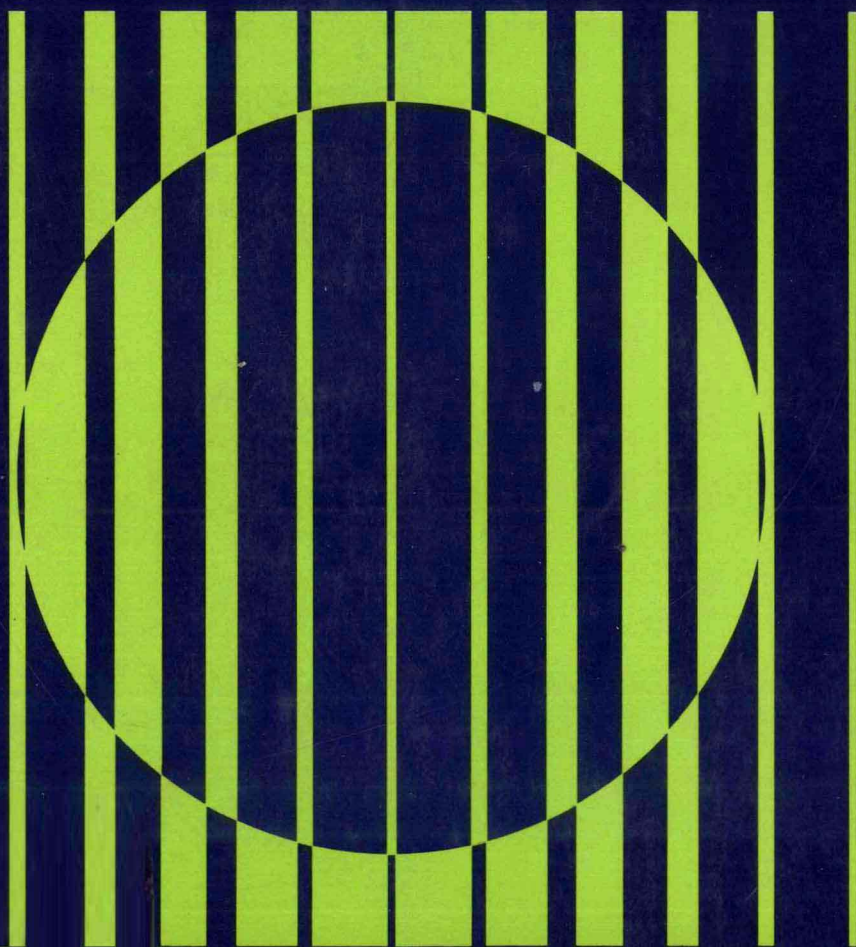
2. 費用分配の問題	86
3. 最小化と双対問題	91
第6章 双対問題	95
1. 基本型とその双対型	95
2. 双対問題の解法	98
3. 双対問題の幾何図形による解法	100
4. 双対問題の経済学的意味	103
5. 双対問題に関する若干の基本定理	107
第7章 輸送問題	117
1. 西北隅ルール	118
2. ハウタッカーのルール	120
3. 単位罰金法	122
4. 飛び石法	125
5. MODI 法	131
6. 退化の場合の処理法	134
第8章 割当(配置)問題	139
1. 目的最小化に関する割当問題	140
2. 目的最大化に関する割当問題	145
第9章 意思決定のためのリニャー・プログラ ミング<コンピュータの適用 例1>	149
1. 問題設定	149
2. 計 測	152
3. 吟 味	176

第10章 生産計画のシミュレーション分析

〈コンピュータの適用 例2〉	181
1. 季節的販売量と生産計画	183
2. 問題提起	185
3. 問題の定式化	187
4. 計 測	190
5. 吟 味(1)	198
6. 吟 味(2)	202
〔参 考 文 献〕	205

財務經營最適

編 夫 昭 森
男 幸 後
郎 二 小
野



有斐閣

第1章 リニヤー・プログラミング

1. リニヤー・プログラミングの成立

リニヤー・プログラミング (Linear Programming), 日本名では「線型計画法」と呼ばれているが、むしろ、リニヤー・プログラミングの今日発展している姿をみるならば、「線型計画法」と呼んでしまうと、何か一定の方向、あるいは限られた範囲についての計画方法というように捉えられる向もある。それは、本来のリニヤー・プログラミングの姿ではない。斯学は、もっと広い大きな範囲に進展しているものであり、その適用は無限の広がりをもつものと思われる。そこで、Linear Programmingは、やはり、リニヤー・プログラミングと呼んだ方が良いのではなかろうか。そのことは、丁度、オペレーションズ・リサーチ (Operations Research) が、ORあるいはオペレーションズ・リサーチと呼ばれているのと同じように、日本語にはない特別な響きをもっているので、あえてLPあるいはリニヤー・プログラミングと、呼称させていただく所以である。

リニヤー・プログラミングの歴史は、そんなに古いものではない。理論らしきものができ上ったのは、今から20年くらい前の1950年頃のこと、アメ

リカではイギリスより遅かったが、そのころからしっかりと根を下してきたように思われる。リニヤー・プログラミングと呼ばれる活動は、最初、軍事目的に端を発している。イギリス海軍は、第2次世界大戦にこの種の理論を輸送、配船、兵站、兵力の最適配分計画等に利用した。

それから10年の歳月を経て、大東亜戦争が勃発して、アメリカはこの理論を軍事上の問題に適用した。特に空軍はこれに力瘤を入れた。民間企業、大学における、数学、統計学に優秀な才能をもつ人々を動員し、研究グループを組織してグループ研究を委嘱した。カーネギー技術研究所 (Carnegie Institute of Technology) のようなアメリカ国内の民間の研究所等にも、この種の研究を多く委嘱している。George B. Dantzig 博士は、その中心的な推進力になった人で、斯学の創始者ともいわれている。

リニヤー・プログラミングの発展を大きく推進させたものは、このたびの世界大戦であったとはまことに皮肉なものである。

終戦後、資本主義を基調としている世界各国では、リニヤー・プログラミングのもつ特殊性を認め、経営における経営計画の合理化、近代化のため、活発にその適用が試みられるようになった。

わが国においても、企業は勿論のこと、政府官庁において、経営計画あるいは経済政策等々の重要な経済計画に利用され、かなりの成果をあげるにいたったのである。

一方、経済学の上にも、リニヤー・プログラミングの出現は大きな影響を与えている。例えば、線型経済学と呼ばれる、幅広い利用範囲をもつ一連の近代経済学の誕生をみた。従来の経済学は、非線型的な関数関係で把える場合が多かった。いわゆる微積分、微分方程式、定差方程式等々がその主要な分析手段となっていたのであるが、リニヤー・プログラミングの出現はアク

ティビティ・アナリシス(Activity Analysis) という新しい数学的手法を経済分析の手段として採用され、今日の理論経済学の先導的な役割を果たしている。線型経済学はそれらの総称である。これと相前後して投入産出分析(Input-output Relation Analysis)、ゲームの理論(Theory of Game)、待ち行列の理論(Theory of Queues) が経済分析の新しい数学的手段として近代経済学の中を取入れられるにいたった。

さらに、コンピュータ(Computer)の出現はLPの計測を容易にせしめ、適用範囲を大幅に広げている。と同時に、ハードウェアの進歩、技術革新は日進月歩、相呼応して、双方の発展を促進する結果となった。

LPが最適な決定、方針、設計を摘出しようとするものであることは、本質的な特徴である。それは単に現在用いられている方法よりもっと良い方法を見いだそう、というのではなくて、最適解、方法を見出そうとするものである。

経営および経済の分野において、いま取扱おうとしている問題を定式化することができるならば、具体的には、制限条件が数個の、線型不等式の数学的模型をつくることができ、それらの制限条件の下で目的問題が線型の n 元方程式であらわされるならば、必ずといってよいほどリニヤー・プログラミングの適用可能性がある。

かくして、数学的模型から解を導びく。その結果をもとにしてトップ・マネジメントが経営計画あるいは経済計画の意思決定を決断する、重要なキーポイントを形成する。それゆえ、LPは「企業行動の意思決定」に関して重大な関連を有するのである。

2. 最適配分の問題——最大問題 (The Optimal Allocation Problem)

リニヤー・プログラミングを理解するにあたって、つぎのような具体的な問題を提示し、これを解明することによって一層の理解を深めるたすけにしたい。

ある機械工場で、2種類の型の製品を製造している。第1型製品を製造するのには、旋盤 A、B とグラインダーの3種類の機械を使用し、それぞれ10時間、6時間、4.5時間をかけて第1型製品を1組製造する。つぎに、第2型製品を製造するには、第1型製品を製造するときと同じ旋盤、同じグラインダーを使用するならば、1組の第2型製品を製造するのにそれぞれ5時間、6時間、18時間かかる。この際、第1型製品および第2型製品の1組の利潤は9万円、7万円である。おのおの何組製造したならば、最大の利潤を獲得することができるか、という問題である。ただし、A旋盤、B旋盤およびグラインダーの可動時間は、50時間、36時間、81時間とする。

これをまとめ、表示するならば、表 1-1 のようになる。

表 1-1

機 械 製 品	製 造 機 械			1 組の利潤
	A	B	G	
第 1 型 製 品	10時間	6 時間	4.5時間	9 万円
第 2 型 製 品	5	6	18	7
稼動可能時間	50	36	81	

いま最適な各型の製造組数を第1型製品は λ_1 組、第2型製品は λ_2 組であ

るとするならば、以上の諸条件から、つぎのように定式化することができる。

$$(1) \quad 10\lambda_1 + 5\lambda_2 \leq 50$$

$$(2) \quad 6\lambda_1 + 6\lambda_2 \leq 36$$

$$(3) \quad 4.5\lambda_1 + 18\lambda_2 \leq 81$$

$$(4) \quad \lambda_1 \text{ or } \lambda_2 \geq 0$$

$$(5) \quad Z = 9\lambda_1 + 7\lambda_2 \longrightarrow \max$$

(1), (2), (3) 式を制約条件式, (4) 式を非負条件式, (5) を目的関数という。

問題は, (1), (2), (3), (4) の4式の条件のもとに(5)式の目的関数を最大にするような λ_1, λ_2 はどんな数値か, ということである。3式あるので, (1) と(2)式の組合せと, (2) と(3)式, (1) と(3)式の3つの組合せが考えられる。

〔解 1〕 (1) と(2) の場合

$$(1) \cdots \cdots 10\lambda_1 + 5\lambda_2 \leq 50$$

$$(2) \cdots \cdots 6\lambda_1 + 6\lambda_2 \leq 36$$

代数的解法は,

$$(1) \cdots \cdots 10\lambda_1 + 5\lambda_2 = 50$$

$$(2) \cdots \cdots 6\lambda_1 + 6\lambda_2 = 36$$

$$(1) \times 3 \cdots \cdots 30\lambda_1 + 15\lambda_2 = 150$$

$$(2) \times 5 \cdots \cdots 30\lambda_1 + 30\lambda_2 = 180$$

$$\therefore 15\lambda_2 = 30$$

$$(6) \cdots \cdots \lambda_2 = 2 \quad \therefore \lambda_1 = 4$$

(6) の λ_1, λ_2 の値を (3) に代入,

$$4.5 \times 4 + 18 \times 2 = 54 \cdots \cdots 54 < 81$$

したがって, $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 2$ は (3) 式を満足する。

(6) を (5) に代入, そのときの利潤を求めると,

$$Z_1 = 9 \times 4 + 7 \times 2 = 50 \text{ 万円}$$

この際の最大利潤は, 50万円である。

〔解 2〕 (2) と (3) の場合

$$(2) \cdots \cdots 6\lambda_1 + 6\lambda_2 \leq 36$$

$$(3) \cdots \cdots 4.5\lambda_1 + 18\lambda_2 \leq 81$$

代数的解法, 記号が等号のときについて解く。

$$(2) \times 3 \cdots \cdots 18\lambda_1 + 18\lambda_2 = 108$$

$$(3) \cdots \cdots 4.5\lambda_1 + 18\lambda_2 = 81$$

$$\therefore 13.5\lambda_1 = 27$$

$$(7) \cdots \cdots \therefore \lambda_1 = 2 \quad \therefore \lambda_2 = 4$$

(7) を (1) 式に代入して, その可能性を検定する。

$$10 \times 2 + 5 \times 4 = 40 \cdots \cdots 40 < 50$$

したがって, $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 4$ は (1) 式を満足する。(7) 式を (5) に代入, そのときの利潤を求めると,

$$Z_2 = 9 \times 2 + 7 \times 4 = 46 \text{ 万円}$$

この組合せから生ずる最大利潤は, 46万円である。それゆえに $Z_1 > Z_2$ である。したがって, (1) と (2) の組合せが, (2) と (3) の組合せよりも優位であることがわかった。

〔解 3〕 (1) と (3) 式の組合せは, つぎの通りである。

$$(1) \cdots \cdots 10\lambda_1 + 5\lambda_2 \leq 50$$

$$(3) \cdots \cdots 4.5\lambda_1 + 18\lambda_2 \leq 81$$

代数的解法, 記号が等号の場合について解くと,

$$(1) \times 18 \cdots \cdots 180\lambda_1 + 90\lambda_2 = 900$$