



北斗系统与应用出版工程
“十二五”国家重点图书出版规划项目
国家出版基金项目



北斗/GPS 双模软件接收机 原理与实现技术

◎ 鲁 郁 著



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

北斗系统与应用出版工程

“十二五”国家重点图书出版规划项目

国家出版基金项目

北斗/GPS 双模软件 接收机原理与实现技术

鲁 郁 著



電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书从电子工程和通信技术的角度详细讲解 GPS 和北斗双系统接收机的原理,在对 GPS 和北斗系统的历史演进进行介绍的同时,详细讲解了 GPS 和北斗接收机内部从信号跟踪与捕获,到卫星位置速度计算、观测量模型分析和定位导航解算的几乎所有信号处理理论,同时也融进了作者在该领域多年的研发经验和心得。全书在对理论知识进行详细阐述的同时,紧密结合理论知识点实现了一台 GPS 和北斗双系统软件接收机,给出了该软件接收机源代码,该源代码实现了本书讲解的所有理论知识点,读者可以在阅读本书理论部分的同时运行相应程序,理解和分析运行结果,同时也可以根据自身需求修改源代码,更快更好地理解 GPS 和北斗双系统接收机设计的理论,为进一步地深化学习打下坚实的基础。

本书内容翔实,理论和实践并重,适合电子、航空航天、测绘测控、自动控制、地理、交通、农林、遥感、规划等领域从事卫星导航定位专业的工程技术人员和科研院所人员,以及通信电子类专业的高年级本科生和研究生阅读,既可作为参考资料,也可作为教辅参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

北斗/GPS 双模软件接收机原理与实现技术 / 鲁郁著. —北京: 电子工业出版社, 2016.4

北斗系统与应用出版工程

ISBN 978-7-121-28525-7

I. ①北… II. ①鲁… III. ①全球定位系统—接收机 IV. ①P228.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 069447 号

策划编辑: 宋 梅

责任编辑: 宋 梅

印 刷: 三河市双峰印刷装订有限公司

装 订: 三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 720×1000 1/16 印张: 28.25 字数: 586 千字

版 次: 2016 年 4 月第 1 版

印 次: 2016 年 4 月第 1 次印刷

印 数: 3 000 册 定价: 98.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: mariams@phei.com.cn。

北斗系统与应用出版工程

指导委员会

主 任

孙家栋：中国科学院院士，两弹一星功勋奖章获得者

副主任

张履谦：中国工程院院士

刘经南：中国工程院院士

沈荣骏：中国工程院院士

杨元喜：中国科学院院士

杨小牛：中国工程院院士

谭述森：中国工程院院士，北斗卫星导航系统副总设计师

杨长风：北斗卫星导航系统总设计师

李祖洪：北斗卫星导航系统副总设计师

夏国洪：原中国航天科工集团公司总经理，党组书记，科技委主任

张荣久：中国卫星导航定位协会会长

委 员（以下按姓氏汉语拼音排列）

敖 然 陈少洋 刁石京 高晓滨 李忠宝 刘九如 柳其许 苗前军
冉承其 宋起柱 于春全 赵 坚

编审委员会

主 任

曹 冲

副主任（以下按姓氏汉语拼音排列）

郭树人 景贵飞 李冬航 陆明泉 施 闯 王传臣 王飞雪 王俊峰
王 莉 魏永刚 夏 青 肖雄兵 杨强文 郁文贤 张代平 赵丽松
周建华

委 员（以下按姓氏汉语拼音排列）

鲍志雄 蔡 毅 陈涤非 陈洪卿 陈向东 高玉平 韩云霞 何在民
华 军 金永新 李 变 李成钢 鲁 郁 潘高峰 蒲小兵 施浒立
王李军 吴才聪 吴海涛 武建锋 夏建中 夏林元 熊 立 姚 铮
俞能杰 苑严伟 郑瑞锋

秘书组成员（以下按姓氏汉语拼音排列）

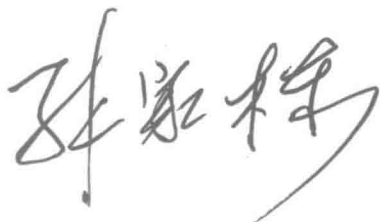
来春丽 宋 梅

策划编辑

宋 梅

总 序

“北斗系统与应用出版工程”丛书，能作为国家出版工程推进，是件很好的事情，我表示热烈的祝贺，欣然作序予以鼓励支持。北斗系统不仅是项充满活力的新兴技术，而且是国家重要的时空信息基础设施，同时由于它与其他技术和产业的多重关联性和融合性，故成为现代智能信息产业集群的重大技术支持系统和具有巨大带动力的时代产业发展引擎，与国家安全、国民经济和社会民生密切相关，与两个“中国梦”密切相关，能够服务全中国和全世界。北斗系统的建设和运营，给国家和社会的兴邦强国、行业 and 企业的建功立业、团队和个人的著书立说与创新创业创造精神的大发挥、大发展，提供了百年难遇的良好机会。“北斗系统与应用出版工程”丛书，也承载着同样的使命，它所包括的内容包括系统、技术和应用三个方面，这种选择非常符合实际需要，很全面，且顾及了眼前和长远，而且应用方面所占的分量相当大。我建议在应用的服务领域要多下点功夫，这是北斗系统和时空信息服务体系的关键。在当今的条件下，推进这个出版工程，具有明显的现实意义和长远价值。为此，我在这里要强调三点：一是一定要把国内外 GNSS 领域的成功经验和教训，进行系统总结，作为良好的参考；二是应该将我们在系统建设中的实践，上升为理论与模式，进一步推进我们的工作与事业；三是在上面两点的基础上，我们要有所前进，有所创造，在理论、实践、产业和体系化发展推进上有所突破，逐步走向世界的前列，真正把这一出版工程，做成北斗系统伟大工程的一个不可分割的组成部分，反过来对于系统工程发挥指导促进作用，发挥其 GNSS 里程碑效应和效能。



2015 年 12 月

前 言

全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 是利用空间卫星实现定位和导航目的的系统, 这项技术在早期只为少数专业人士所熟悉, 在 GPS 发展的早期, 应用最多的领域是军事国防、精密制导、国土测绘、专业测量、大气层研究等, 但在 21 世纪的今天, 普通大众发现在日常生活中越来越离不开这项技术, 如今随处可见的车辆导航、手机导航、儿童防丢手表、基于位置的服务等就是明证。

目前, 世界上主要的 GNSS 系统包括美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、中国的北斗系统和欧盟的 Galileo 系统。GPS 是发展最为成熟、市场接收度也最高的系统; GLONASS 的发展受苏联解体的影响, 一度处于停滞状态, 但在进入 21 世纪以后发展迅速; 中国的北斗系统虽然起步较晚, 但发展速度很快, 已经于 2012 年 12 月建成覆盖中国和部分亚太地区的区域服务系统, 并计划于 2020 年建成覆盖全球的全球服务系统。

在这种背景下, 国内相关科研技术人员对于北斗接收机研究和设计的技术书籍一直比较期待, 而由于北斗系统目前还处于不断发展过程中, 有些方面还存在不够完善的地方, 所以成熟的技术文献资料还比较少, 本书的出版在一定程度上顺应了这种呼声, 为国内从事北斗接收机研发设计以及算法研究的人员提供了一本参考资料。

本书的前期工作基础是笔者 2009 年在电子工业出版社出版的《GPS 全球定位接收机——原理与软件实现》。在编写完那本书以后, 笔者又在北斗接收机的系统设计和算法研究方面做了一部分工作, 但主要集中在工程实现方面, 后来又实现了 GPS 和北斗双系统的软件接收机, 对于一些以前不太明白的理论问题有了更深刻的理解和认识。早在 2011 年, 电子工业出版社的宋梅编审便邀请我写一本有关北斗接收机的专业书籍, 但由于感觉自己的技术积累不是太充足, 加之北斗系统还在不断完善和演进之中, 很多技术并没有成熟和稳定下来, 略显重复恐有误人子弟之嫌, 所以一直没有应承下来。后来宋梅编审的一再鼓励使我打消了顾虑, 因为像北斗系统这样发展迅速的技术领域, 一味地等待技术的成熟和稳定将是不现实的, 阶段性的总结和讨论也是很有意义的, 由此便有了本书的问世。

本书内容共 9 章: 第 1 章对 GNSS 系统中使用的空间系统和时间系统进行了介绍, 对定位的基本原理做了简介, 使读者 (尤其是初学者) 能够对整个系统的框架有一个基本认识; 第 2 章详细描述了 GPS 和北斗系统的历史由来, 并对两个 GNSS 系统目前的状况和未来的发展趋势进行了阐述; 第 3 章对 GPS 和北斗的信号格式和导航电文格式进行了讲解, 这一章是后续理解基带信号处理的基础, 也是接收机设计中实现数据解调、比特同步、载波同步、子帧同步等功能的理论基础; 第 4 章用较大的篇幅讲解了信号捕获和跟踪的理论原理, 详细分析了目前工程实际中使用的几种信号捕获的技术方案, 同时对载波跟踪和伪码跟踪的原理进行了理论分析, 这

一章最后还分析了 GPS 和北斗子帧同步技术，并进行了对比；第 5 章讲解了 GNSS 接收机常用的观测量，包括伪距观测量、载波相位观测量和多普勒观测量，在分析观测量的数学原理的同时，也对其噪声特性进行了分析，这一章是后续理解 PVT 解算的基础；第 6 章分析了卫星的位置和速度的计算方法，包括 GPS 卫星和北斗 GEO/MEO/IGSO 卫星，对现在市场上主流的商业接收机中使用的扩展星历技术进行了简要介绍；第 7 章详细讲解了位置、速度和时间解算的理论和具体方法，分析了目前接收机中几种常用的卡尔曼滤波模型，这一章包括一部分状态参数估计的理论，以及最小二乘法和卡尔曼滤波方法的原理；第 8 章主要讲解了接收机中的射频前端，对其中的理论原理和性能参数的选择进行了详细分析，并结合实例给出射频前端设计要点，这一章内容可以帮助读者将接收机作为一个整体来理解；第 9 章详细讲解了根据本书所涵盖的理论原理而设计的 GPS 和北斗双系统软件接收机的源代码，同时对一段实际采集的 GPS 和北斗双模中频信号进行处理，以数据曲线、图形等直观的形式给出了数据处理的结果，包括信号捕获、信号跟踪、位置速度和时间解算等结果，建议读者在阅读这一章时结合软件接收机源代码一起阅读，这样能够将前几章讲解的理论部分融会贯通，起到事半功倍的效果。由于书中理论部分的一些公式推导稍显烦琐，所以作为附录在书后单列出来，感兴趣的读者可以阅读。

在工程技术领域，知易行难。只有真正去“行”了，才能实现真正的“知”，在 GNSS 接收机技术领域更是如此。鉴于此，在组织本书材料的过程中，实现 GPS 和北斗双模软件接收机的源代码是不得不着重提出的一点。这些源代码用 C 语言和 Matlab 语言编写，实现了从信号捕获、载波和伪码跟踪、子帧同步、电文解调、卫星星历位置计算、PVT 解算（LSQ 和卡尔曼滤波）的全部功能，读者可以对代码进行修改以适应自身需要，也可以在此基础上实现自己的软件接收机。全部源代码可以从网站 <http://www.gnssbook.cn/> 上免费下载，笔者的电子邮件和微信联系方式也可以在该网站上找到，欢迎读者交流。

在本书编写过程中，得到了笔者在中国科学院微电子研究所工作时的同事们的支持，他们睿智的头脑总能给我启发，让我收益颇多；电子工业出版社的宋梅编审给我最大的鼓励，没有她的鼓励我甚至不可能动笔；中国科学院微电子研究所的硕士研究生黄健参与了本书初稿的校对，并参与了软件接收机源代码中图形界面的编写。在此，对上述人士一并表示感谢。我还需要感谢的是我的妻子何炎女士和我的孩子们，他们是我不断前行的动力。

由于自己的学识和经验有限，加之 GPS 和北斗系统还在快速发展和完善中，在全书编写过程中，错误和纰漏在所难免，希望通过本书结交更多的朋友，也欢迎广大读者朋友批评斧正，共同提高。

鲁郁

2016 年 1 月

目 录

第 1 章 定位、坐标系和时间标准	1
1.1 问题的提出	2
1.1.1 基本目的和基本定位系统	2
1.1.2 时钟问题	5
1.1.3 一个改进的系统	6
1.1.4 改进后系统的总结	10
1.2 常用坐标系	11
1.2.1 地心惯性坐标系	11
1.2.2 测地坐标系	12
1.2.3 ECEF 坐标系	15
1.2.4 ENU 或 NED 坐标系	19
1.2.5 运动本体坐标系	21
1.3 时间系统	23
1.3.1 太阳时和恒星时	23
1.3.2 力学时	24
1.3.3 原子时和协调世界时 (UTC)	25
1.3.4 GPS 时 (GPST)	26
1.3.5 北斗时 (BDT)	28
参考文献	29
第 2 章 GPS 和北斗卫星导航系统简介	31
2.1 GPS 系统的历史由来	32
2.2 GPS 系统的构成	39
2.3 GPS 的现代化计划	47
2.4 北斗导航系统概述	53
参考文献	60
第 3 章 GPS 和北斗的信号格式与导航电文	63
3.1 GPS 信号	64
3.1.1 GPS 信号的产生机制	64
3.1.2 C/A 码发生器	70

3.1.3	C/A 码自相关和互相关特性	76
3.2	北斗信号	82
3.2.1	北斗信号结构	82
3.2.2	北斗伪随机码发生器	86
3.2.3	北斗伪随机码的自相关和互相关特性	90
3.3	导航电文	93
3.3.1	GPS 导航电文	93
3.3.2	北斗导航电文	101
3.4	不同卫星信号的时间关系	111
	参考文献	114
第 4 章	信号捕获和跟踪	117
4.1	信号捕获	119
4.1.1	信号捕获的基本概念	119
4.1.2	基于时域相关器的信号捕获	125
4.1.3	基于匹配滤波器的信号捕获	132
4.1.4	基于 FFT 的信号捕获	134
4.1.5	短时相关匹配滤波器和 FFT 结合的信号捕获	139
4.1.6	基于数据分块和频率补偿的信号捕获	145
4.1.7	信号捕获的门限设定	153
4.1.8	相干积分和非相干积分	157
4.2	信号跟踪	163
4.2.1	基本的锁相环	164
4.2.2	线性锁相环的热噪声性能分析	173
4.2.3	载波跟踪环	175
4.2.4	伪码跟踪环	186
4.2.5	跟踪环实现和调试中的问题	197
4.2.6	比特同步	214
4.2.7	子帧同步	219
	参考文献	222
第 5 章	双模观测量提取和误差分析	227
5.1	伪距观测量	228
5.2	载波相位观测量	233
5.3	多普勒频率和积分多普勒观测量	236
5.4	观测量误差特性分析	240

5.4.1	卫星时钟误差	241
5.4.2	星历误差	242
5.4.3	电离层延迟	244
5.4.4	对流层延迟	247
5.4.5	多径效应	249
5.4.6	接收机误差	253
5.5	差分 GNSS 技术	253
	参考文献	267
第 6 章	卫星位置和速度的计算	271
6.1	卫星轨道理论	272
6.2	GPS 卫星和北斗 MEO/IGSO 卫星	279
6.3	北斗 GEO 卫星	284
6.4	卫星位置和速度的插值计算	287
6.5	精密星历和星历扩展	289
	参考文献	294
第 7 章	位置、速度和时间解算	297
7.1	最小二乘法解算	298
7.1.1	基本原理	298
7.1.2	加权的最小二乘法	301
7.1.3	利用伪距观测量计算位置和钟偏	304
7.1.4	利用多普勒观测量计算速度和钟漂	311
7.1.5	卫星的仰角和方位角	313
7.1.6	几何精度因子	316
7.1.7	接收机自主完好性监测 (RAIM)	322
7.2	卡尔曼滤波解算	328
7.2.1	递归最小二乘法	328
7.2.2	基本的卡尔曼滤波器	333
7.2.3	从连续时间系统到离散时间系统	336
7.2.4	扩展卡尔曼滤波器	339
7.2.5	接收机中常用的几种 KF 模型	342
7.2.6	卡尔曼滤波具体实现中的技术处理	351
7.3	最小二乘法和卡尔曼滤波总结	356
	参考文献	360

第 8 章 射频前端	363
8.1 卫星信号的发射与接收	364
8.2 级联系统的噪声系数	367
8.3 带通采样原理	369
8.4 中频采样方案和射频采样方案	373
8.4.1 中频采样方案	373
8.4.2 射频采样方案	376
8.5 自动增益控制 (AGC) 和量化位宽	380
8.6 射频载噪比和基带信噪比的关系	384
8.7 射频前端频率方案实例分析	386
参考文献	388
第 9 章 北斗和 GPS 双模软件接收机的实现	391
9.1 双模软件接收机的信号源	392
9.2 双模接收机的软件模块和程序运行界面	395
9.3 双模接收机数据处理结果	400
附录 A 基本矩阵和向量运算	409
A.1 逆矩阵及其性质	410
A.2 矩阵的特征值和特征向量	411
A.3 二次型和有定矩阵	412
A.4 几种重要的矩阵分解	414
A.5 矩阵分析初步	418
附录 B 直角坐标系的转换和旋转	421
附录 C NBP 和 WBP 的均值和方差	429
附录 D 和卫星椭圆轨道相关的推导	433
附录 E 电离层延迟的 Klobuchar 模型	437

第 1 章

定位、坐标系和时间标准

本章要点

- 问题的提出
- 常用坐标系
- 时间系统



全球导航卫星系统, 英文全称为 Global Navigation Satellite System, 简称为 GNSS, 其系统主要思想是通过位于空间的导航卫星发射无线电导航信号实现终端用户的定位和导航功能。通常意义上的 GNSS 泛指所有的导航卫星系统, 包括全球的、区域的和增强的系统。目前世界上有四种主要的全球 GNSS 系统, 分别是美国的 GPS、俄罗斯的 GLONASS、中国的北斗 (BDS) 和欧盟的 Galileo, 区域系统包括中国的北斗一代、日本的 QZSS 和印度的 IRNSS, 增强系统包括 WAAS、EGNOS 等, 其中从系统成熟度和公众知名度来说, 当属美国的 GPS 系统, 其他几个全球 GNSS 系统虽然各自的射频频段、信号调制方式以及卫星导航电文均和 GPS 存在或多或少的差异, 但实现定位和导航的基本原理却大同小异。所以从这个意义来说, 对卫星导航领域的初学者来说 GPS 系统是一个很好的起点。

本章第一节将从最基本的问题出发, 一步步用浅显易懂的语言来描述 GPS 系统的基本原理。“貌似非常复杂的 GPS 全球定位接收机的基本原理竟然如此简单”——希望读者读了本章以后有如此的惊叹。在这一节中尽量用浅显的生活语言来描述问题, 繁杂的理论推导和数学公式将尽量避免, 这样做的目的是让初学者从阅读本书的开始就能保持对学习接收机理论的兴趣。

定位目的本身要求接收机必须身处一定的坐标系中, 这样才能给出有意义的定位结果。所以本章第二节简要阐述了几种不同的坐标系, 并对常用坐标系之间的相互转换进行了介绍。GNSS 系统对于时间的要求非常高, 时间测量的精确程度直接影响到定位的准确性。有些学者甚至认为 GNSS 系统首先是一个严格的时间同步系统, 然后才能谈论其定位的功能, 所以在本章第三节讨论了目前世界上常用的几种时间系统, 并对不同时间系统之间的关系进行了分析。



1.1 问题的提出

1.1.1 基本目的和基本定位系统

GPS 接收机最基本的目的是定位, 通俗地说, 就是回答一个问题: 我身在何处? 关于这一点, 很少有人会表示异议。于是就让我们从这个最基本的目标谈起。

我们生活的世界是个三维空间, 所以最直接的问题应该是个三维的定位问题。可是三维的情况比较复杂, 我们还是从二维开始比较容易入手。当然我们也可以从一维开始, 可是这个切入点有些过于简单了。二维的情况相比三维世界要简单很多, 同时也很容易扩展到三维的情况。

考虑一个二维世界的 A 先生, 生活在一个二维直角坐标系, 如图 1.1 所示。

A 先生想知道自己的坐标 (x, y) , 最简单最直接的方法就是用一把尺子量一量自己距离两个坐标轴的远近, 可是这个方法有很大的局限性。首先, A 先生必须知道

坐标轴的位置，在实际生活中坐标轴只是一个虚的概念，并没有物理的实现。比如有时虚拟的坐标轴要穿过高山或海洋，此时直接的物理测量就无从谈起；其次，当 A 先生距离坐标轴很远的时候，比如 1 000 km，如何能得到一把如此长的尺子？

为了解决这些问题，A 先生不选择坐标轴作为测量的参考点，而在二维平面内选择了两个已知坐标的点， $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$ ，作为测量的参考点，如图 1.2 所示。这样如果 he 知道自己距离 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$ 的距离 S_1 和 S_2 就可以列出两个方程：

$$S_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \quad (1.1)$$

$$S_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} \quad (1.2)$$

这样就可以解出坐标 (x, y) 。式(1.1)和式(1.2)

均为非线性方程，具体的方程解法可以采用迭代法。这两个方程的物理意义是给出了两个圆的轨迹，而 A 先生就在这两个圆的交点上。当然，理论上他会得到两个交点，但其中有一个交点是不合理的，比如有一个交点在天空，而 A 先生知道自己只能在地球表面上。

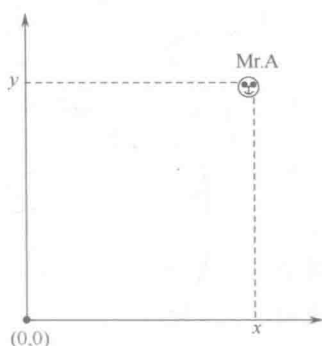


图 1.1 生活在二维世界里的 A 先生

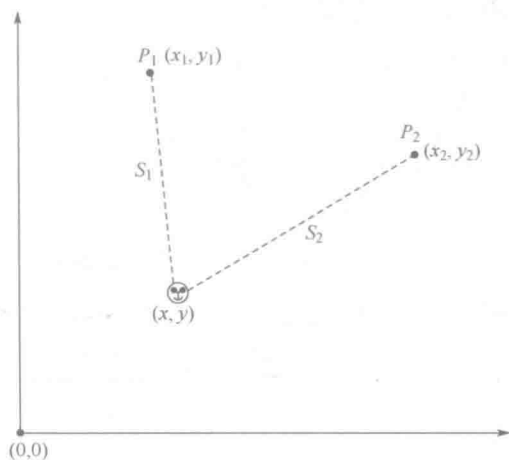


图 1.2 A 先生利用两个参考点实现定位

这种变通的方法把对坐标的直接测量变成了对距离的测量，而且是测量 A 先生对某个具体的参考点的距离，参考点的位置是事先知道的。对距离的测量方法很多，简单的方法如用尺子量，复杂的如通过三角关系法进行计算，或者通过测距仪器，例如，采用激光测距仪或超声波测距仪等测量。这里我们所要使用的是另一种方法，这种方法和上述的方法有所不同，之所以采用这种方法是因为它是目前 GNSS 接收机中实现伪距测量的方法，这种方法的基本原理就是测量电磁波在参考点和用户之间的传播时间而得到距离。

众所周知,电磁波在自由空间的传播速度是恒定的,具体数值为光速,一般用 c 表示,如果知道了电磁波信号从参考点到用户之间的传播时间,那么将时间乘以光速就得到了用户和参考点之间的距离,即式(1.1)和式(1.2)左边的 S_1 和 S_2 。

一个很睿智的方法是让参考点在一个已知的时刻 t_s 发出一个闪光, A 先生在时刻 t_r 看到这个闪光,于是他就可以利用公式 $S = c(t_r - t_s)$ 得到闪光传播的距离,而这也就是自己距离参考点的距离。此处 c 是光速,大概为 $2.997 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。这里有两个参考点,于是就有两个发射时间 t_{s1} 和 t_{s2} , 同时也就有两个接收时间 t_{r1} 和 t_{r2} , 为了使事情简单一些, P_1 点和 P_2 点的闪光可以同步起来共用一个发射时间,即 $t_{s1} = t_{s2}$, 下面的分析中就只有一个 t_s 。但接收时间却总是不同的,除非 A 先生所在的位置距离 P_1 和 P_2 点一样,即 A 先生的位置和 P_1 、 P_2 组成一个等腰三角形,否则总有两个不同的接收时间 t_{r1} 和 t_{r2} 。

到此为止, A 先生成功地把距离的测量转化为了时间的测量。于是,现在的问题变为:如何测量闪光到达的时间 t_{r1} 和 t_{r2} 。

很容易想到,在 P_1 和 P_2 点及 A 先生自身处各放置一个时钟,三个时钟在最开始就彼此对准,大家约定好 P_1 点和 P_2 点在同一个时刻——比如 7:00:00——开始发射闪光,于是假如 A 先生分别在 7:00:01 和 7:00:02 看到 P_1 点和 P_2 点的闪光,那么他就知道自己和 P_1 点的距离是闪光走 1 秒的距离,而和 P_2 点的距离就是闪光走 2 s 的距离。

看起来这个方案不错, A 先生无须一个超长的尺子,而只需要携带一个时钟就可以了。实际上,这个原理也正是 GPS 系统最基本的工作原理。听起来有点匪夷所思,但 GPS 的基本原理就是这么简单。

这个测量时间的方案看起来很简单,可是仔细想一想就会发现一些明显的问题。

第一个困难是,如果 P_1 点和 P_2 点发射的是一样的闪光的话, A 先生如何能区别出先后收到的闪光分别来自 P_1 点还是 P_2 点?

第二个困难是,如何保证接收时刻 t_{r1} 和 t_{r2} 的准确测量? 理解这个问题的提出必须结合光速的绝对值来考虑,光在 1 s 的时间里大概可以走 300 000 km。所以如果 A 先生携带的时钟不那么精准,比如错了 1 s,那么 t_{r1} 和 t_{r2} 的测量值就会错 1 s,由此而带来的距离测量值就会错 300 km,因为 $2.997 \times 10^8 \times 1 \text{ ms} = 299.7 \text{ km}$ 。1 s 在我们日常生活中看似微不足道,但这里却带来巨大的误差,这实在是差之毫厘,谬以千里。

第一个问题比较好解决,我们可以让 P_1 点发红色的闪光,而 P_2 点发蓝色的闪光,这样 A 先生就知道哪个闪光来自哪个参考点。推而广之,也就是说,每一个参考点必须用一个唯一的标识(ID号)来标志自己发射的信号。

第二个问题比较棘手。为了理解这个问题,我们有必要先来了解一下时钟的工作原理。

1.1.2 时钟问题

在人类文明前进的征途中, 不论世事如何变迁、技术如何进步, 当我们回顾时间测量技术时, 会发现一个不变的结论, 即时间的测量总是通过对于某个周期事件的计数来实现的。远古时期的人们通过对日升日落进行计数, 得知以天为单位的时间尺度, 伽利略和惠更斯时代人们已经可以制作利用单摆的简谐运动的周期进行计时的摆钟了, 进入电子时代以后更是通过更为精巧和稳定的电子振荡器进行计时, 现代数字电路中大量使用的时钟信号其实就是某种周期事件的具体实现。

现代的时钟大量采用石英晶体振荡器作为频率基准, 例如, 石英钟里使用的 32 768 Hz 的晶振。为了产生秒的计数, 就必须用一个计数器对 32 768 Hz 晶振的振荡周期进行计数, 当计数器计满 2^{15} 个振荡周期时就产生一个秒进位信号。可是这个秒进位信号只有在晶振确实是以 32 768 Hz 的频率值振荡时才是准确的一秒。32 768 Hz 只是这个晶振的标称值, 其实际测量值却不一定就是如此。衡量一个晶振最重要的两个指标是频率准确度 (Accuracy) 和频率稳定度 (Stability)。晶振的频率测量值和标称值之间几乎是一定会有一个偏差的, 这个偏差就是频率准确度。比如标称值为 1 MHz 的晶振, 实际测量值可能是 999 999 Hz, 那么, 其频率准确度就是 1 Hz。更为合理的表示方法是相对频率准确度 (Relative Frequency Accuracy), 其表示值为 $\frac{\Delta f}{f_0}$, 其中 Δf 是测量值和标称值的差, f_0 为晶振的标称频率值。可以看出频率准确

度其实是个比率值, 是个没有量纲的量, 一般来说可以表示为 ppm, $1 \text{ ppm} = 10^{-6}$ 。在上面的例子中, 其相对频率准确度就是 10^{-6} , 即 1 ppm。频率测量值和标称值之间的偏差还会随着时间变化, 这个偏差对时间的导数反映了晶振的频率稳定度。频率稳定度和多种因素相关, 常见的有温度变化、电压变化、自身老化、外界动态应力等。

相对频率准确度可以表示为

$$F = \frac{f - f_0}{f_0} \quad (1.3)$$

式(1.3)中, f_0 是标称值; f 是实际测量值。

如果对频率标称值为 f_0 的晶振进行计数, 计数长度取决于所定时的长短, 此处设为 N , 则理论计时时间为

$$T_0 = \frac{N}{f_0} \quad (1.4)$$

但由于频率准确度的问题, 实际计时时间为

$$T = \frac{N}{f} \quad (1.5)$$

设 $\Delta f = f - f_0$, 则有计时误差

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{N\Delta f}{f_0} \approx \frac{T_0\Delta f}{f_0} = T_0 F \quad (1.6)$$

式(1.6)最后一步的近似是因为一般来说, $\Delta f \ll f_0$ 。

由式(1.6)可以很容易得到 $\frac{\Delta T}{T_0} = F$, 这个式子表明, 只要 F 不为 0 就必定会导

致计时误差, 而且该误差和 F 成正比。如果取 $T_0=1\text{ s}$, 那么 $\Delta T = F$ 。这个结论的物理意义就是, 对任何一个晶振的标称值频率计时 1 s, 实际得到的时间长度和理论上的 1 s 的偏差就是这个晶振的相对频率准确度。这个结论在 GPS 接收机里的应用在后续章节里还要详述。

所以 A 先生就面临这个难题: 即使在一开始他把自己的时钟和 P_1 、 P_2 点的时钟都对准了, 可是由于晶振的频率准确度问题, 过一段时间后就不能准确地从本地时钟得到时间的信息。除非他不停地与 P_1 点和 P_2 点的时钟进行校对, 这显然是不现实的。

在考虑第二个问题的时候, 不可避免地出现第三个问题: 如果时钟的严格对准是件困难的事情, 我们又如何保证 P_1 和 P_2 两点的时钟保持对准? 这个问题的出现是因为我们前面的讨论都是基于 P_1 和 P_2 的闪光严格地同时发出, 这样它们才能共享一个发射时间, 否则后续的讨论都无从谈起。

第三个困难是这样解决的: 因为参考点只有两个, 我们可以运用非常复杂的技术和高昂的成本制作两个非常精准的时钟, 这两个时钟之精确性近乎完美。实际上, GPS 系统中的卫星, 作为定位的参考点, 就使用了铷或铯的原子钟, 其相对频率稳定度可达 $10^{-12} \sim 10^{-14}$, 同时地面控制站还时刻在监控卫星上的原子钟, 并在需要的时候及时进行调整。

此时会有人问, 如果 A 先生也配置一台原子钟, 那么第二个困难不就解决了吗? 理论上可以, 可实际上不可行。因为原子钟高昂的成本和复杂的技术, 最终用户负担不起使用原子钟的接收机¹。之所以参考点可以配置原子钟是因为只有屈指可数的几个参考点, 而用户却有成千上万个。

所以到目前为止, 我们还没有解决第二个困难的好办法。

1.1.3 一个改进的系统

我们先把第二个问题放在一边, 姑且认为 A 先生的时钟非常准, 可以足够精确地测量闪光到达的时间, 于是他就可以基于式(1.1)和式(1.2)来实现定位。可是这个方案还是有一些缺憾。现在的方案简单描述如下: 参考点 P_1 和 P_2 只在一些约定好的

¹ 随着技术的进步和成本的降低, 目前考虑在 GPS 接收机中使用原子钟也不是一件不可能的事情。有一些公司已经在进行片上原子钟 (Chip-Scale Atomic Clock) 的开发和生产, 这种原子钟体积在厘米级别, 功耗几十毫瓦左右, 已经能在小型接收机内使用。在将来的接收机设计中, 也许会考虑使用这种芯片级的原子钟。