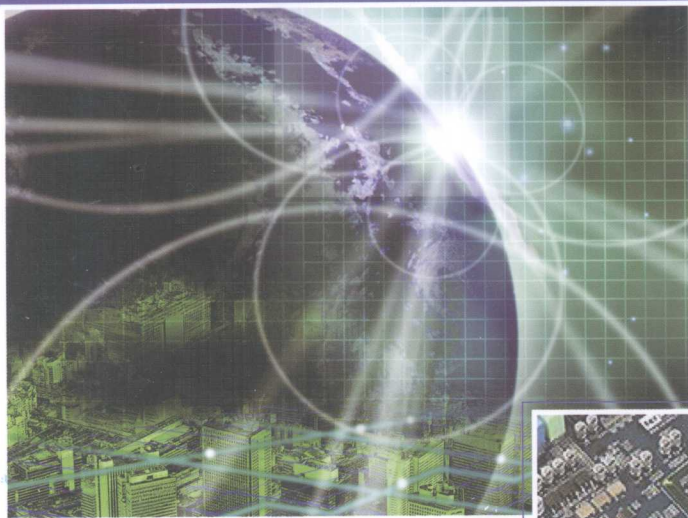




高等学校应用型特色规划教材

数字电路 与逻辑设计

张雪平 赵娟 主编
曾菊容 杨欣 邹云峰 副主编



免费赠送电子课件

- ◎ 对教学内容进行了整合和充实，精简了分立元件部分，增加了集成逻辑器件的内容。
- ◎ 教学重点从逻辑电路分析转向逻辑电路设计和集成芯片的应用。
- ◎ 侧重器件的逻辑功能及输入、输出电气特性，增加了CPLD、FPGA等新型可编程逻辑器件的内容。



清华大学出版社

高等学校应用型特色规划教材

数字电路与逻辑设计

张雪平 赵娟 主编

曾菊容 杨欣 邹云峰 副主编

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是根据教育部高等学校电子类本科指导性专业规范的要求,结合电类专业人才培养新模式的需求而编写的。本书共分9章,系统地介绍了数字电路的基础知识,包括逻辑代数基础、逻辑门电路、组合逻辑电路、时序逻辑电路、存储器与可编程逻辑器件、脉冲产生和整形电路、数/模和模/数转换电路、EDA技术基础、数字系统设计基础等。另外,本书还介绍了集成电路的产生、发展过程,当前技术水平,未来发展方向等相关知识的背景,以激发学生的求知欲望。

本书概念清楚,内容先进,体系合理,在系统介绍基础知识的基础上,突出逻辑器件的功能及应用,用VHDL语言描述基本逻辑电路并采用Multisim软件仿真。每章均安排有小结、思考题、习题、读物,力求做到通俗易懂,便于使用。

本书可作为高等院校电气信息类、电子信息类、仪器仪表类及其他相近专业的本科生教材或教学参考书,也可供有关工程技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。
版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字电路与逻辑设计/张雪平,赵娟主编.——北京:清华大学出版社,2016
(高等学校应用型特色规划教材)
ISBN 978-7-302-43856-4

I. ①数… II. ①张… ②赵… III. ①数字电路—逻辑设计—高等学校—教材 IV. ①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第108723号

责任编辑:李春明 郑期彤
封面设计:杨玉兰
责任校对:周剑云
责任印制:杨艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62791865

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:23.25 字 数:561千字

版 次:2016年6月第1版 印 次:2016年6月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:46.50元

产品编号:066653-01

前 言

随着我国教育的不断深入，教育的重点是培养人的创新意识和应用能力已成为共识。本书是根据教育部高等学校电子类本科指导性专业规范的要求，结合电类专业人才培养新模式的需求而编写的。

数字电路与逻辑设计作为一门技术基础课，是计算机信息类、电子类、仪器仪表类、机电类等专业的必修课。随着电子科学技术的飞速发展，电子计算机和集成电路获得了广泛的应用，电子技术的发展对科学技术、国民经济和国防各个领域的影响日益深入，数字电路理论和方法在相关专业的地位越来越重要。

EDA 技术、大规模集成电路，特别是可编程逻辑器件的高速发展，对数字电路课程的教学内容提出了更高的要求。为适应科学技术的发展和社会对人才培养的要求，本书对教学内容进行了整合和充实，精简了分立元件部分，增强了集成逻辑器件的内容，教学重点也从逻辑电路分析转向逻辑电路设计和集成芯片的应用。本书具有以下几个特点。

(1) 突出方法，适应发展。本书体现了近期教改成果，重点介绍通用集成电路的基本原理及特性，略去其内部复杂电路及分析，侧重器件的逻辑功能及输入、输出电气特性，增强了 CPLD、FPGA 等新型可编程逻辑器件的内容，使学生以此进行实际工程设计与应用的初步训练。

(2) 书中引入了 EDA 技术的基础知识，在介绍 VHDL 语言和 Multisim 10.0 软件的基础上，对主要章节的电路采用 VHDL 语言描述并用 Multisim 10.0 软件仿真，使学生能够在微机上对典型电路进行功能验证，加深对数字电路的认识，也为后续数字系统设计课程的学习打下必要的基础。考虑到不同学校的需要，这部分作为选学内容，以“*”号标出。

(3) 本书以“神奇的集成电路”为主线，用读物的形式在各章最后分别介绍电子管、晶体管溯源，集成电路的发明，硅谷的故事，半导体的奥秘，巧夺天工的集成电路制造工艺，用计算机设计集成电路，腾飞的中国芯，微电子技术新领域，未来畅想曲等内容供学生选读，让学生了解相关知识的背景。

(4) 为便于读者加深理解，书中针对重点、难点内容都设有相应的例题，每章均安排有小结、思考题、习题、读物，力求做到通俗易懂，便于教学。

(5) 书中各部分内容均从基本概念入手，提供学习数字电路的分析方法和设计方法，通过具体电路系统加以归纳和总结，从而培养学生分析问题、解决问题的能力。

本书由张雪平任第一主编，负责制订编写提纲并全书统稿。赵娟编写第 1、2、3 章，张雪平编写第 4、6 章，曾菊容编写第 5、9 章，杨欣编写第 7 章，邹云峰编写第 8 章。

在本书的前期编写过程中，杨兴全、李双喜、张玉芝、许振伟、牛慧娟、周妮娜等做了大量的工作，在此一并表示感谢！

限于作者水平，书中缺点和错误在所难免，衷心希望选用本书的师生提出批评意见。

编 者

目 录

绪论.....	1	2.4.1 TTL 反相器的电路结构 和工作原理	66
第 1 章 逻辑代数基础.....	5	2.4.2 TTL 反相器的动态特性	72
1.1 概述.....	5	2.4.3 其他类型的 TTL 门电路	73
1.2 数制和码制.....	6	2.4.4 TTL 数字集成电路系列	78
1.2.1 数制.....	6	2.5 CMOS 门电路	82
1.2.2 几种常用数制之间的转换.....	8	2.5.1 CMOS 反相器的电路结构 和工作原理	82
1.2.3 码制.....	11	2.5.2 CMOS 与非门和或非门	84
1.2.4 算术运算和逻辑运算.....	17	2.5.3 CMOS 传输门	85
1.3 逻辑代数基础.....	19	2.5.4 CMOS 三态门和漏极开路门	85
1.3.1 基本逻辑运算.....	19	2.5.5 CMOS 数字集成电路系列	87
1.3.2 逻辑代数的基本公式.....	25	小结.....	88
1.3.3 逻辑代数的基本规则.....	28	思考题.....	88
1.3.4 逻辑函数的表示方法.....	30	习题.....	89
1.3.5 逻辑函数的公式化简法.....	35	读物: 神奇的集成电路 2——集成电路的 发明.....	94
1.3.6 逻辑函数的卡诺图化简法.....	38	第 3 章 组合逻辑电路.....	97
1.3.7 具有无关项的逻辑函数 及其化简.....	47	3.1 概述.....	97
小结.....	49	3.2 组合逻辑电路的分析和设计方法.....	98
思考题.....	49	3.2.1 组合逻辑电路的分析方法	98
习题.....	50	3.2.2 组合逻辑电路的设计方法	101
读物: 神奇的集成电路 1——电子管、 晶体管溯源.....	52	3.3 常用组合逻辑器件及应用.....	103
第 2 章 逻辑门电路.....	60	3.3.1 编码器和译码器	104
2.1 概述.....	60	3.3.2 数据选择器和数据分配器	116
2.2 逻辑门电路中的开关器件.....	62	3.3.3 加法器和数值比较器	119
2.2.1 二极管及其开关特性.....	62	3.3.4 中规模集成电路实现组合 逻辑函数	123
2.2.2 三极管及其开关特性.....	62	3.4 组合逻辑电路中的竞争与冒险.....	126
2.2.3 MOS 管及其开关特性.....	63	3.4.1 代数法	127
2.3 分立元件门电路.....	64	3.4.2 卡诺图法	128
2.3.1 二极管与门和或门.....	64	3.4.3 冒险现象的清除	129
2.3.2 三极管非门.....	66	小结.....	130
2.3.3 MOS 管非门.....	66	思考题.....	131
2.4 TTL 门电路	66	习题.....	132



读物：神奇的集成电路 3——硅谷的 故事.....	135	5.2.1 可编程逻辑器件的结构	216
第 4 章 时序逻辑电路	141	5.2.2 可编程逻辑器件的表示 方法	217
4.1 概述.....	141	5.3 存储器.....	218
4.1.1 时序逻辑电路的一般模型 和结构特点.....	141	5.3.1 只读存储器	218
4.1.2 时序逻辑电路的类型.....	142	5.3.2 随机存储器	222
4.2 触发器.....	142	5.3.3 存储器的扩展	223
4.2.1 基本触发器.....	143	5.4 可编程逻辑器件.....	224
4.2.2 同步触发器.....	145	5.5 可编程逻辑器件的开发流程.....	225
4.2.3 边沿触发器.....	147	小结.....	227
4.2.4 触发器的逻辑功能及其描述 方法.....	149	思考题.....	228
4.3 时序逻辑电路的分析方法.....	155	习题.....	228
4.3.1 时序逻辑电路状态的描述.....	155	读物：神奇的集成电路 5——巧夺天工的 集成电路制造工艺.....	230
4.3.2 时序逻辑电路的分析步骤.....	158	第 6 章 脉冲产生和整形电路	232
4.3.3 时序逻辑电路的分析举例.....	159	6.1 概述.....	232
4.4 时序逻辑电路的设计方法.....	162	6.2 555 定时器.....	233
4.4.1 时序逻辑电路的设计步骤.....	163	6.2.1 555 定时器的电路结构	233
4.4.2 时序逻辑电路的设计举例.....	165	6.2.2 555 定时器的基本功能	234
4.5 时序逻辑电路的竞争与冒险.....	170	6.3 施密特触发器.....	235
4.5.1 触发器的竞争-冒险.....	171	6.3.1 555 定时器构成的施密特 触发器	235
4.5.2 时序逻辑电路竞争与冒险的 处理方法.....	173	6.3.2 集成施密特触发器	237
4.6 常用时序逻辑器件及应用.....	173	6.3.3 施密特触发器的应用	239
4.6.1 寄存器和移位寄存器.....	174	6.4 单稳态触发器.....	241
4.6.2 计数器.....	180	6.4.1 555 定时器构成的单稳态 触发器	241
4.6.3 顺序脉冲发生器.....	196	6.4.2 集成单稳态触发器	243
4.6.4 常用时序逻辑器件的应用.....	199	6.4.3 单稳态触发器的应用	246
小结.....	203	6.5 多谐振荡器.....	247
思考题.....	204	6.5.1 555 定时器构成的多谐 振荡器	247
习题.....	205	6.5.2 石英晶体多谐振荡器	250
读物：神奇的集成电路 4——半导体的 奥秘.....	211	6.5.3 多谐振荡器的应用	251
第 5 章 存储器与可编程逻辑器件	215	小结.....	252
5.1 概述.....	215	思考题.....	253
5.2 可编程逻辑器件的结构和表示 方法.....	216	习题.....	253
		读物：神奇的集成电路 6——用计算机设计 集成电路.....	257

第 7 章 数/模和模/数转换电路261	8.3.2 VHDL 语言简介.....312
7.1 概述.....261	8.3.3 VHDL 程序基础.....313
7.2 D/A 转换电路.....262	8.3.4 VHDL 数字电路程序设计 实例.....322
7.2.1 倒 T 形电阻网络 D/A 转换器.....262	小结.....324
7.2.2 权电流型 D/A 转换器.....263	思考题.....325
7.2.3 双极性输出 D/A 转换器.....266	习题.....325
7.2.4 D/A 转换器的转换精度 和转换速度.....268	读物: 神奇的集成电路 8——微电子技术 新领域.....326
7.3 A/D 转换电路.....271	第 9 章 数字系统设计基础333
7.3.1 A/D 转换器的基本原理.....271	9.1 概述.....333
7.3.2 并联比较型 A/D 转换器.....272	9.2 数字系统设计方法.....333
7.3.3 反馈比较型 A/D 转换器.....274	9.2.1 传统设计方法.....333
7.3.4 双积分型 A/D 转换器.....276	9.2.2 现代设计方法.....336
7.3.5 A/D 转换器的转换精度 和转换速度.....279	9.3 多路智力竞赛抢答器设计.....338
小结.....280	9.3.1 抢答器的功能要求.....338
思考题.....280	9.3.2 抢答器的组成框图.....339
习题.....281	9.3.3 抢答器的电路设计.....340
读物: 神奇的集成电路 7——腾飞的 中国芯.....284	9.4 多功能数字钟设计.....344
*第 8 章 EDA 技术基础287	9.4.1 数字钟的功能要求.....344
8.1 EDA 技术简介.....287	9.4.2 数字钟电路系统的组成 框图.....344
8.2 Multisim 10.0 软件简介.....287	9.4.3 主体电路的设计与装调.....345
8.2.1 Multisim 10.0.....287	9.4.4 功能扩展电路设计.....348
8.2.2 Multisim 10.0 的操作界面.....287	小结.....351
8.2.3 Multisim 10.0 操作界面的 设置.....289	思考题.....352
8.2.4 Multisim 10.0 绘制电路的 常用操作.....294	习题.....352
8.2.5 Multisim 10.0 虚拟仪器.....301	读物: 神奇的集成电路 9——未来 畅想曲.....353
8.2.6 Multisim 10.0 数字电路应用 举例.....307	附录 1 基本逻辑单元图形符号 对照表359
8.3 VHDL 语言基础.....312	附录 2 常用数字系统名词中英文 对照表361
8.3.1 可编程逻辑器件与硬件描述 语言.....312	参考文献363

绪 论

1. 数字电路和模拟电路

在人们生存的环境中，存在着各种各样的物理量，这些物理量有的以电的形式出现，有的以声、光、磁、力等形式出现。尽管它们的性质各异，但就其变化规律的特点而言，不外乎两大类。

一类物理量的变化在时间上或数值上是连续的，这一类物理量称为模拟量。把表示模拟量的信号称为模拟信号，并把工作在模拟信号下的电子电路称为模拟电路，研究模拟信号的技术就是模拟电子技术。

例如，热电偶在工作时输出的电压信号就属于模拟信号，因为在任何情况下被测温度都不可能发生突变，所以测得的电压信号无论在时间上还是在数量上都是连续的。而且，这个电压信号在连续变化过程中的任何一个取值都有具体的物理意义，即表示一个相应的温度。

另一类物理量的变化在时间上和数值上是离散的。也就是说，它们的变化在时间上是不连续的，总是发生在一系列离散的瞬间。同时，它们的数值大小和每次的增减变化都是某一个最小数量单位的整数倍，而小于这个最小数量单位的数值没有任何物理意义。这一类物理量称为数字量。把表示数字量的信号称为数字信号，并把工作在数字信号下的电子电路称为数字电路，研究有关数字信号的产生、整形、编码、存储、计数和传输的技术就是数字电子技术。

例如，用电子电路记录从自动生产线上送出的零件数目时，每送出一个零件便给电子电路一个信号，使之记 1，而没有零件送出时加给电子电路的信号是 0，不记数。可见，送出零件这个信号无论在时间上还是在数值上都是不连续的，因此它是一个数字信号，最小的数量单位就是 1。

图 0.1 所示为模拟信号和数字信号的电压-时间波形。

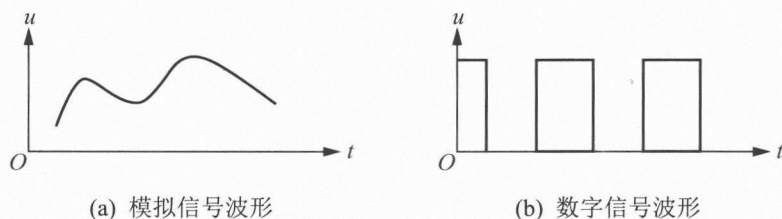


图 0.1 模拟信号和数字信号的电压-时间波形

模拟信号和数字信号之间是可以相互转换的，模拟信号经过取样、量化转换为数字信号的过程称为模数转换(A/D 转换)。对模拟信号进行数字化处理时，只要取样频率大于或等于信号最高频率的两倍，并有足够的二进制位数来表示每一个取样信号，就可以用序列二进制数来表示模拟信号。随着数字电子技术的迅速发展，特别是计算机技术在通信、电子

信息处理、自动控制等领域的广泛应用,模拟量与数字量的相互转换变得非常重要。

2. 数字电路的分类和特点

数字电路有多种分类方法,具体如下。

(1) 按集成度分类:根据电路中集成元件的数目不同,数字电路可分为小规模集成电路(SSSI,每片数十个器件)、中规模集成电路(MSI,每片数百个器件)、大规模集成电路(LSI,每片数千个器件)和超大规模集成电路(VLSI,每片器件个数超过一万个)等。

(2) 按所用器件制作工艺的不同分类:数字电路可分为双极型集成电路(TTL型)和单极型集成电路(MOS型)两类。

(3) 按电路的结构和工作原理的不同分类:数字电路可分为组合逻辑电路和时序逻辑电路。组合逻辑电路没有记忆功能,其输出信号只与当时的输入信号有关,而与电路以前的状态无关。时序逻辑电路具有记忆功能,其输出信号不仅与当时的输入信号有关,而且与电路以前的状态有关。

数字电路处理的信号包括反映数字大小的数字量信号和反映事物因果关系的逻辑量信号,它们在时间和数值上都是不连续变化的离散信号,在数字电路中用高、低电平来表示,高电平通常为+3.5V左右,低电平通常为+0.3V左右,在运算中则用“1”和“0”来表示,因此,数字电路具有以下特点。

(1) 数字电路所研究的问题是输入的高、低电平与输出的高、低电平之间的因果关系,称为逻辑关系。

(2) 研究数字电路逻辑关系的主要工具是逻辑代数。在数字电路中,输入信号称为输入变量,输出信号称为输出变量,也称逻辑函数,它们均为二值量,非“0”即“1”。逻辑函数为二值函数,逻辑代数概括了二值函数的表示方式、运算规律及变换规律。

(3) 由于数字电路的输入与输出变量都只有两种状态,因此组成数字电路的半导体器件绝大多数工作在开关状态。当它们导通时相当于开关闭合,当它们截止时相当于开关断开。

(4) 数字电路不仅可以对信号进行算术运算,而且还能够进行逻辑判断,即具有一定的逻辑运算能力,这使它在数字计算机、数字控制、数据采集和处理及数字通信等领域中获得了广泛的应用。

(5) 因为数字电路的主要研究对象是电路的输入与输出之间的逻辑关系,所以,数字电路也称为逻辑电路。它的一套分析方法也与模拟电路不同,采用的是逻辑代数、真值表、卡诺图、特性方程、状态转换图和时序波形图等。

(6) 由于数字系统所使用的电路是开关电路,开关电路中电压或电流值的精确与否并不重要,重要的是其所处的范围(高或低)。数字系统的精度容易保持一致,信号一旦数字化,在处理过程中所包含的信息不会降低精度。

3. 数字电子技术的发展

数字电路从20世纪60—70年代的中、小规模集成电路开始起步,经过几十年的发展,经历了大规模集成电路、超大规模集成电路以及大规模专用集成电路的历程。集成电路工艺已从以TTL(Transistor Transistor Logic,晶体管-晶体管逻辑)电路为主变为以CMOS(Complementary

Metal Oxide Semiconductor, 互补金属氧化物半导体)电路为主, 现代电子产品正在以前所未有的速度, 向着功能多样化、体积更小化、功耗最低化迅速发展。现代电子产品设计与传统电子产品设计的显著区别之一就是大量使用大规模可编程逻辑器件, 以提高产品性能、缩小产品体积、降低产品功耗为主要目标; 区别之二就是广泛运用现代计算机技术, 提高电子设计自动化程度, 缩短开发周期, 提高产品的竞争力。

多年来, 数字系统设计包括两个方面, 即系统硬件设计和软件设计。设计人员也因工作性质不同, 被分成硬件设计人员和软件设计人员。他们各自从事自己的工作, 很少涉足对方的领域, 软件设计人员更是如此。随着计算机技术的发展和硬件描述语言 VHDL(Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language)的出现, 这种界限已经被打破。数字系统的硬件构成及其功能可以用 VHDL 语言来描述, 其功能也可以通过相应软件来仿真。这样, 软件设计人员就可以借助 VHDL 语言, 设计出符合要求的硬件系统。利用 VHDL 语言来设计电子系统是设计领域中的一次变革, 对系统的硬件设计产生了巨大的影响。

随着数字电子技术和计算机技术的发展, 数字系统的设计从传统的单纯硬件设计方法变为计算机辅助设计软硬件的方法, 即电子设计自动化(Electronic Design Automation, EDA)。EDA 技术是以计算机为工作平台, 以相关的 EDA 开发软件为工具, 以大规模可编程逻辑器件(包括 CPLD、FPGA、EPLD 等)为设计载体, 以硬件描述语言为逻辑描述的主要表达方式, 自动完成系统算法和电路设计, 最终形成电子系统或专用集成芯片的一门新技术。EDA 目前已经成为现代电子系统设计的主要技术手段。

4. 本课程的学习方法

在学习数字电子技术课程的过程中, 学生应掌握数字器件及其电路的工作原理、性能, 学会逻辑分析和逻辑设计的基本方法, 具备分析和解决一般数字电子电路问题的能力。因而在本课程的学习过程中, 要根据课程特点, 注意以下两点。

一是提高对本课程重要性的认识。本课程在电类各专业的人才培养中具有十分重要的地位和作用, 本课程中所学习的元器件和基本电路在工程实践中具有广泛的实用价值。因此, 本课程是计算机信息类、电子类、仪器仪表类、机电类等专业的主干课程, 必须认真学习。

二是理论联系实际, 重视实践环节。本课程是实践性很强的课程, 学习的目的在于应用, 强调理论联系实际显得尤为重要。实践教学环节(包括实验、电子实训及实习等)是培养能力、实现知识向能力转化的重要途径。能力的培养对学生十分重要, 具有较强的实践动手能力是应用型人才在社会上立足的条件之一。

要学好本课程, 应注意掌握以下学习方法。

(1) 在数字集成电路中, 所有变量都可用“0”和“1”两个对立状态来表示。因此在讨论集成电路的过程中, 只需关心电平的高和低、信号的有和无, 而不用关心某个变量数值的大小。

(2) 重点掌握集成逻辑单元和逻辑部件的功能、使用方法及其功能扩展。数字集成电路的种类虽然很多, 但只要掌握了数字集成电路的分析方法和设计方法, 理解数字集成电路的功能是不难的。

(3) 逻辑代数是分析研究数字电路的工具, 它主要研究输入和输出变量之间的逻辑关系, 所以应掌握逻辑函数的基本运算与化简方法。

(4) 实验技能的训练在课程中占有特别重要的地位, 应认真完成课程中的每一项实验和技能训练。应通过亲手组装和调试电路、排除故障、验证结果等实践过程, 使课程内容得到进一步的理解和巩固, 同时也提高自己从事电子技术工作的实际本领。

数字电路课程是高等院校电类各专业的必修基础课, 是一门理论和实践紧密结合的课程。通过对本课程的学习, 学生能够掌握各种基本功能电路的组成、工作原理、性能特点, 熟悉常用电子仪器的正确使用方法; 具备查阅电子元器件手册及合理选用元器件的能力; 能够识读常见数字电子线路图, 具有测试常用数字电子电路性能及排除故障的能力。学习时应注意掌握数字电路的基本分析方法和设计方法, 能应用所学的知识去分析和解决从工程中抽象出的逻辑问题, 为后续课程的学习和今后从事实际工作打下必要的基础。

第 1 章 逻辑代数基础

通过本章的学习,要求学生理解数制和码制的基本概念及常用数制之间的转换;掌握逻辑代数中的基本公式、基本定理和基本原则;掌握逻辑函数的表示方法及不同逻辑函数之间的相互转化;理解逻辑函数化简的意义并熟练掌握逻辑函数化简的两种方法,即公式法和卡诺图法;理解最小项和无关项的概念及相邻项的含义。

本章是分析和设计逻辑电路的数学基础,在介绍常用的数制和码制的基本概念和基本特性的基础上对几种常用数制之间的转换进行了说明;重点介绍了常用的算术运算和逻辑运算及逻辑代数基础,其中逻辑代数基础包括基本运算、基本公式、基本规则、基本定理、逻辑函数的不同表示方法和逻辑函数的化简方法。基本的运算规则、定理是基础,逻辑函数的化简是教学重点,公式化简法是本章的难点。本章最后给出了包含无关项的逻辑函数的化简方法,从而引出实际问题,解决实际问题,为后面学习逻辑电路的分析和设计做好铺垫。

1.1 概 述

逻辑代数是数字系统逻辑设计的理论基础和重要的数学工具,是分析和设计逻辑电路的数学基础。

逻辑代数是哲学领域中的逻辑学发展而来的。

1847年,英国数学家乔治·布尔(G. Boole)提出了用数学分析方法表示命题陈述的逻辑结构,并成功地将形式逻辑归结为一种代数演算,就是著名的“布尔代数”。

1938年,克劳德·香农(C. E. Shannon)将布尔代数应用于电话继电器的开关电路,提出了“开关代数”。

随着电子技术的发展,集成电路逻辑门已经取代了机械触点开关,故“开关代数”这个术语已很少使用。为了与“数字系统逻辑设计”这一术语相适应,人们更习惯于把开关代数称为逻辑代数。

逻辑代数和普通代数一样,都是用英文字母 A、B、C、…表示变量,只不过逻辑代数的变量称为逻辑变量;都是用函数描述客观事物间的关系,只不过逻辑代数描述的是客观事物间的逻辑关系。因此逻辑变量和逻辑函数的状态只有两种,取值也只有两种,非“1”即“0”。“1”和“0”只表示两个相对的逻辑状态,不具有具体的含义,也不表示具体的数值大小。比如在数字系统中,开关的开和关、电位的高和低、灯的亮和灭、信号的有和无、二极管和三极管的导通和截止等都表示两个相对的逻辑状态。只要是具有两个相对量的事物的状态,都可以用“1”和“0”这两种不同的逻辑状态来表示。

人们在生活和学习中常常会接触到各种各样的数据,如果只用“1”和“0”这两种取值来表示显然是不够的,因此为了记录和交流的方便,人们提出并发明了各种计数方法。

如广泛使用的十进制数就是十进制计数方法，计算机处理数据采用的二进制数就是二进制计数方法，还有八进制、十六进制、六十进制等。当计数方法中有多位数码时，每位的构成方法以及从低位到高位进位的规则称为数制，又称进位制，是计数进位制的简称。数制主要是从计算机的角度来研究数的表示方法及其特点，同时在实际生产和生活中，各种数制之间经常还需要相互转换。由数字符号构成且表示物理量大小的数字和数字组合就是码制，是一种编码制度，就是用二进制码来表示给定的信息符号。

1.2 数制和码制

1.2.1 数制

数制是人们对数量计数的一种统计规则，是表示数值大小的各种方法的统称。用数字量表示物理量的大小时，一位数码往往不够用，所以需要采用进位计数的方法组成多位数码，多位数码中每一位的构成方法及从低位到高位进位的规则称为进位计数制，简称进位制。在数制中，同一个数码在不同的数位上所表示的数值是不同的。如十进制数 1111，同样都是 1，但所处的数位不一样，则代表的数值就不一样。进位计数制可以用少量的数码表示较大的数，因而被广泛采用。一种进位计数制包含着以下两个基本因素。

(1) 基数：它是计数制中规定使用的数码符号的个数，常用 R 表示，也称为进位基数或进位模数。例如十进制，每个数位规定使用的数码符号为 $0\sim 9$ ，共 10 个，故其进位基数 $R=10$ 。

(2) 位权：处在不同数位的数码，代表着不同的数值，每一个数位的数值是由该位数码的值乘以与数位相关的一个固定常数。不同数位上的固定常数称为该数位的权值，简称位权，有时也直接称为“权”。各个数位的权值均可表示成 R^i 的形式，其中 R 是进位基数， i 是各数位的序号。 i 按如下方法确定：整数部分，以小数点为起点，自右向左依次为 $0, 1, 2, \dots, n-1$ ；小数部分，以小数点为起点，自左向右依次为 $-1, -2, \dots, -m$ 。其中 n 是整数部分的位数， m 是小数部分的位数。某个数位上的数码 a_i 所表示的数值等于数码 a_i 与该数位的权值 R^i 的乘积。例如， R 进制的数 $(N)_R = a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_2a_1a_0a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$ 可以写成如下多项式的形式：

$$\begin{aligned}(N)_R &= a_{n-1}R^{n-1} + a_{n-2}R^{n-2} + \cdots + a_2R^2 + a_1R^1 + a_0R^0 + a_{-1}R^{-1} + a_{-2}R^{-2} + \cdots + a_{-m}R^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} a_i R^i\end{aligned}$$

式中： n 是该数整数部分的位数； m 是小数部分的位数； a_i 是 i 位的数码； R 是表示任意进制时的基数，如二进制数 $R=2$ 、八进制数 $R=8$ 、十六进制数 $R=16$ 等。下面以常用的进位计数制，即十进制、二进制、八进制和十六进制为例，来分析数制的基本特性。

1. 十进制(Decimal)

十进制有 $0\sim 9$ 十个数码，任何一个大小的数字都由这十个数码组成。十进制是最常用的进位计数制。十进制用下标 10 或 D 表示，例如 $(475.8)_{10}$ 或 $(475.8)_D$ ，这个十进制数也可以按其权值展开，其权展开式为

$$(475.8)_{10} = 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1}$$

它表明,十进制的进位基数 R 为 10(即 $R=10$),运算规则为逢十进一,高位至低位的权值为 $10^{n-1}, 10^{n-2}, \dots, 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-m}$ 。

十进制数的特点:人们生活中习惯采用的是十进制,若在数字电路中采用十进制,必须要有十个电路状态与十个数码相对应,这样将在技术上带来许多困难,而且很不经济。

2. 二进制(Binary)

在二进制中,每个数位上规定使用的数码为 0 和 1,共两个。二进制数用下标 2 或 B 表示,例如,二进制数 101.01 的权展开式为

$$(101.01)_B = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (5.25)_D$$

二进制的运算规律为逢二进一,即 $1+1=10$ 。其进位基数 R 为 2,各位的权值为 2^i ,其中 i 是各数位的序号。

二进制的优点:电路中任何具有两个不同稳定状态的元件都可用来表示一位二进制数,数码的存储和传输简单、可靠。

二进制的缺点:位数较多,不便于读数;不符合人们的习惯,需要在输入时将十进制数转换成二进制数,输出运算结果时再将二进制数转换成十进制数。

二进制数只有 0 和 1 两个数码,它的每一位都可以用电子元件来实现,且运算规则简单,相应的运算电路也容易实现,因而二进制代码是数字系统唯一认识的代码,但二进制代码书写时耗时太长。

3. 八进制(Octal)

在八进制中,每个数位上规定使用的数码为 0~7,共 8 个。八进制用下标 8 或 O 表示,例如,八进制数 207.04 的权展开式为

$$(207.04)_O = 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 0 \times 8^{-1} + 4 \times 8^{-2} = (135.0625)_D$$

八进制的运算规则为逢八进一,即 $7+1=10$ 。其进位基数 R 为 8,各位的权值为 8^i ,其中 i 是各数位的序号。

因为 $2^3=8$,因而 3 位二进制数可用 1 位八进制数表示。

4. 十六进制(Hexadecimal)

在十六进制中,每个数位上规定使用的数码为 0~9 和 A~F,共 16 个。十六进制数用下标 16 或 H 表示,例如,十六进制数 D8.A 的权展开式为

$$(D8.A)_H = 13 \times 16^1 + 8 \times 16^0 + 10 \times 16^{-1} = (216.625)_D$$

十六进制的运算规则为逢十六进一,即 $F+1=10$ 。其进位基数 R 为 16,各位的权值为 16^i ,其中 i 是各个数位的序号。

因为 $2^4=16$,所以 4 位二进制数可用 1 位十六进制数表示。

进制总结:

(1) 一般地, R 进制需要用到 R 个数码,基数是 R ;运算规律为逢 R 进一。

(2) 如果一个 R 进制数 M 包含 n 位整数和 m 位小数,即

$$(r_{n-1}r_{n-2} \cdots r_1r_0r_{-1}r_{-2} \cdots r_{-m})_R$$

则该数的权展开式为

$$(M)_R = r_{n-1}R^{n-1} + r_{n-2}R^{n-2} + \cdots + r_1R^1 + r_0R^0 + r_{-1}R^{-1} + r_{-2}R^{-2} + \cdots + r_{-m}R^{-m}$$

(3) 由权展开式很容易将一个 R 进制数转换为十进制数。

注意： 在计算机系统中，二进制主要用于机器内部的数据处理，八进制和十六进制主要用于书写程序，十进制主要用于运算最终结果的输出。表 1.1 列出了上述四种常用数制的对照关系。

表 1.1 四种常用数制的对照关系

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0	0	0	9	1001	11	9
1	1	1	1	10	1010	12	A
2	10	2	2	11	1011	13	B
3	11	3	3	12	1100	14	C
4	100	4	4	13	1101	15	D
5	101	5	5	14	1110	16	E
6	110	6	6	15	1111	17	F
7	111	7	7	16	10000	20	10
8	1000	10	8	17	10001	21	11

1.2.2 几种常用数制之间的转换

1. 将 R 进制数转换成十进制数

将基数为 R 的 R 进制(包括二进制、八进制和十六进制)数转换为十进制数的方法很简单，只要按公式计算即可，具体来说就是将 R 进制数按权展开，然后将各项数值按十进制数相加，便可得到等值的十进制数。

例1-1 将二进制数 $(1010.011)_2$ 转换为十进制数。

$$\text{解：} (1010.011)_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = (10.375)_{10}$$

例1-2 将八进制数 $(126.53)_8$ 转换为十进制数。

$$\text{解：} (126.53)_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i = 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 5 \times 8^{-1} + 3 \times 8^{-2} = (86.671875)_{10}$$

例1-3 将十六进制数 $(7A.58)_{16}$ 转换为十进制数。

$$\text{解：} (7A.58)_{16} = 7 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 5 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2} = (122.34375)_{10}$$

2. 将十进制数转换成 R 进制数

因为一个任意的十进制数可以由整数部分和小数部分构成，设整数部分为 M_1 ，小数部分为 M_2 ，将十进制数转换为 R 进制(包括二进制、八进制和十六进制)数时，需要对十进制数的整数部分和小数部分分别进行转换，然后再将两部分合并起来。

(1) 整数部分：除基取余法，逆序排列。

任意十进制数的整数部分可以表示为

$$(M_1)_{10} = a_{n-1}R^{n-1} + a_{n-2}R^{n-2} + \cdots + a_2R^2 + a_1R + a_0$$

除基取余法也称基数连除法或辗转相除法，即将该十进制数的整数位逐次除以目标数制的基数 R ，然后取余数，先得到的余数为低位，后得到的余数为高位。具体操作是：用目标数制的基数 R 去除十进制数，第一次相除所得余数为目的数的最低位(Least Significant Bit, LSB) K_0 ，将所得商再除以基数，反复执行上述过程，直到商为 0，所得余数为目的数的最高位(Most Significant Bit, MSB) K_{n-1} 。

例1-4 将十进制数 $(47)_{10}$ 转换成二进制数。

解：将十进制数转换为二进制数，应当采取“除 2 取余”的方法，按如下步骤进行转换：

$$\begin{array}{r|l} \ddots & 2 \quad 47 \quad \text{余数} \\ \hline & 2 \quad 23 \quad \cdots \cdots \cdots 1=K_0 \\ \hline & 2 \quad 11 \quad \cdots \cdots \cdots 1=K_1 \\ \hline & 2 \quad 5 \quad \cdots \cdots \cdots 1=K_2 \\ \hline & 2 \quad 2 \quad \cdots \cdots \cdots 1=K_3 \\ \hline & 2 \quad 1 \quad \cdots \cdots \cdots 0=K_4 \\ \hline & 0 \quad \cdots \cdots \cdots 1=K_5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow \text{低位} \\ \downarrow \text{高位} \end{array}$$

$$\therefore (47)_{10} = (101111)_2$$

例1-5 将十进制数 $(83256)_{10}$ 转换成八进制数。

解：将十进制数转换为八进制数，应当采取“除 8 取余”的方法，按如下步骤进行转换：

$$\begin{array}{r|l} \ddots & 8 \quad 83256 \quad \text{余数} \\ \hline & 8 \quad 10407 \quad \cdots \cdots \cdots 0=K_0 \\ \hline & 8 \quad 1300 \quad \cdots \cdots \cdots 7=K_1 \\ \hline & 8 \quad 162 \quad \cdots \cdots \cdots 4=K_2 \\ \hline & 8 \quad 20 \quad \cdots \cdots \cdots 2=K_3 \\ \hline & 8 \quad 2 \quad \cdots \cdots \cdots 4=K_4 \\ \hline & 0 \quad \cdots \cdots \cdots 2=K_5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \uparrow \text{低位} \\ \downarrow \text{高位} \end{array}$$

$$\therefore (83256)_{10} = (242470)_8$$

同理，若将十进制整数转换成任意 N 进制数，则应采用除 N 取余法。

(2) 小数部分：乘基取整法，顺序排列。

任意十进制数的小数部分可以表示为

$$(M_2)_{10} = a_{-1}R^{-1} + a_{-2}R^{-2} + \cdots + a_{-m}R^{-m}$$

乘基取整法也称基数连乘法或辗转相乘法，即将该十进制数的小数位乘以目标数制的基数 R ，然后取整数，先得到的整数为高位，后得到的整数为低位。具体操作是：用十进

制数的小数乘以目标数制的基数 R ，第一次相乘结果的整数部分为目的数的最高位 K_{-1} ，将其小数部分再乘以基数，依次记下整数部分，反复进行下去，直到小数部分为 0 或满足要求的精度为止(即根据设备字长限制，取有限位的近似值)。

例1-6 将十进制数 $(0.375)_{10}$ 转换成误差不大于 2^{-3} 的二进制数。

解：因为题目要求转换误差不大于 2^{-3} ，即要求保留小数点后 3 位。采用“乘 2 取整”的方法，按如下步骤进行转换：

$$\begin{array}{r}
 \therefore 0.375 \\
 \times 2 \quad \text{整数} \\
 \hline
 0.750 \cdots \cdots 0=K_{-1} \quad \text{高位} \\
 0.750 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.500 \cdots \cdots 1=K_{-2} \\
 0.500 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.000 \cdots \cdots 1=K_{-3} \quad \text{低位}
 \end{array}$$

$\therefore (0.375)_{10}=(0.011)_2$

例1-7 将十进制数 $(0.0125)_{10}$ 转换成误差不大于 0.1% 的十六进制数。

解：题目要求转换误差不大于 0.1%，而 $16^{-2}<0.1%<16^{-3}$ ，所以需要精确到小数点后 3 位。采用“乘 16 取整”的方法，按如下步骤进行转换：

$$\begin{array}{r}
 \therefore 0.0125 \\
 \times 16 \quad \text{整数} \\
 \hline
 0.2000 \cdots \cdots 0=K_{-1} \quad \text{高位} \\
 0.2000 \\
 \times 16 \\
 \hline
 3.2000 \cdots \cdots 3=K_{-2} \\
 0.2000 \\
 \times 16 \\
 \hline
 3.2000 \cdots \cdots 3=K_{-3} \quad \text{低位}
 \end{array}$$

$\therefore (0.0125)_{10}=(0.033)_{16}$ ，其误差不大于 0.1%

同理，若将十进制小数转换成任意 N 进制数，则采用乘 N 取整法。

3. 二进制数与八进制数、十六进制数之间的相互转换

八进制数和十六进制数的基数分别为 $8=2^3$ 和 $16=2^4$ ，所以 3 位二进制数恰好相当于 1 位八进制数，4 位二进制数相当于 1 位十六进制数，它们之间的相互转换是很方便的。

二进制数与八进制数之间的转换方法为：从小数点开始分别向左、向右，将二进制数的整数和小数部分每三位分为一组，不足三位的分别在整数的最高位前和小数的最低位后加“0”补足，然后每组用等值的八进制码替代，即得目的数。

例1-8 求 $(11010111.0100111)_2$ 的等值八进制数。

解：

二进制	011	010	111	.	010	011	100
八进制	3	2	7	.	2	3	4