

初中数学复习与评测

翟连林

范柱宝

主编

徐玉明

林福堂

北京理工大学出版社

初中数学复习与评测

主 编 翟连林 范柱宝

徐玉明 林福堂

编 者 王志康 李正平 林允祥

范大铭 兰宏初 林卫东

北京理工大学出版社

(京)新登字149号

内 容 简 介

为了提高初中数学教学质量,帮助教师特别是青年教师备好课,本书主编组织长期从事初中数学总复习教学的高级教师和特级教师,总结他们的教学经验编成本书。

本书把初中代数和几何各分成五个单元,并精心设计成51节课,每课包括:(1)复习要求;(2)例题选讲;(3)复习小结;(4)课堂练习;(5)作业。本书可供初三数学教师参考,初中学生亦可作课外读物。

初中数学复习与评测

主 编 翟连林 范柱宝
徐玉明 林福堂

北京理工大学出版社出版

(北京海淀区白石桥7号)

新华书店北京发行所经销

河北省新城县劳动服务公司印刷厂印刷

*

787×1092 1/32 印张9.4375 字数209千字

1993年6月第1版 1993年6月第1次印刷

印数:1—5000册

ISBN7-81013-672-0/G·163

定价:5.50元

目 录

代数部分

第一单元	数与式·····	(1)
第二单元	方程组及其应用·····	(36)
第三单元	指数·····	(93)
第四单元	平面直角坐标系与函数·····	(102)
第五单元	不等式(组)·····	(130)

几何部分

第一单元	基本概念、相交线、平行线·····	(157)
第二单元	三角形·····	(165)
第三单元	四边形·····	(212)
第四单元	圆·····	(227)
第五单元	命题、轨迹作图·····	(261)
综合测试题	·····	(274)

代数部分

第一单元 数与式

本单元主要内容是：实数的概念及其运算，整式及其运算，因式分解，分式，数的开方与二次根式，统计初步，共需7课时复习。

一、实数的概念及其运算 (第1课时)

(一) 知识要点

1. 有理数：正整数、负整数和零统称为整数；正分数、负分数统称为分数；整数和分数的全体称为有理数。
2. 无理数：无限不循环小数叫做无理数。
3. 实数：有理数和无理数的全体统称为实数。
4. 数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。
5. 相反数：只有符号不同的两个数叫做互为相反数。零的相反数是零。 a 、 b 互为相反数 $\iff a+b=0$
6. 绝对值：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

一个数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距

离。

7. 倒数：1除以一个数所得的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。 a 、 b 互为倒数 $\Leftrightarrow a \cdot b = 1$ 。

8. 实数大小比较：正数大于零，负数小于零，正数大于负数；两个负数相比较，绝对值大的反而小。

9. 基本运算：实数有加、减、乘、除、乘方、开方（负数不能开偶次方）运算。加与减，乘与除，乘方与开方是互为逆运算。加减可以统一成加法，乘除可以统一成乘法。

10. 运算律：

(1) 加法交换律： $a + b = b + a$ 。

(2) 加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$ 。

(3) 乘法交换律： $ab = ba$ 。

(4) 乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$ 。

(5) 分配律： $a(b + c) = ab + ac$ 。

11. 运算顺序：同级运算从左到右依次进行，混合运算应先乘方、开方，然后乘除，最后加减；如有括号应先算小括号，然后算中括号，最后算大括号。有时可根据运算律改变上述运算顺序。

(二) 复习要求

1. 理解有理数、实数、数轴、相反数、绝对值等有关概念，了解数轴上的点和全体实数是一一对应的关系，会进行实数、有理数的大小比较。

2. 理解有理数的加、减、乘、除、乘方、开方的意义，能熟练地进行有理数的加、减、乘、除、乘方及其混合运算。

3. 了解近似值、有效数字的概念，会查平方表、立方表。

(三) 例题选讲

例1 把下面各数分别填入相应的括号里： $\frac{3}{4}$ ， $+1$ ，

π , $-\sqrt{2}$, 0 , $1-\sqrt{3}$, $\sqrt{16}$, $1.\dot{3}$, -2.5% ,
 $0.2020020002\cdots$ (每两个2之间依次多一个零)

整数集合: { }

分数集合: { }

无理数集合: { }

解: 整数集合: $\{+1, 0, \sqrt{16}, \cdots\}$

分数集合: $\{\frac{3}{4}, 1.\dot{3}, -2.5\%, \cdots\}$

无理数集合: $\{-\sqrt{2}, \pi, 1-\sqrt{3}, 0.2020020002\cdots$ (每两个2之间依次多一个零) }

例2 计算

$$(1) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{11}{12}) \times (-24)$$

$$(2) -13.5 + 8\frac{3}{7} - 6.5 + 11\frac{2}{7}$$

$$(3) [2\frac{1}{3} \times (-\frac{1}{2}) - \frac{2}{3} \times \sqrt{-8} \div \frac{1}{6}] \times (-6)$$

解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} \times (-24) + \frac{1}{3} \times (-24) -$

$$\frac{1}{4} \times (-24) - \frac{11}{12} \times (-24)$$

$$= -12 - 8 + 6 + 22 = 8$$

(2) 原式 $= (-13.5 - 6.5) + (8\frac{3}{7} + 11\frac{2}{7})$

$$= -20 + 19\frac{5}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 原式} &= \left[\frac{7}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3} \times (-2) \times 6 \right] \\
 &\quad \times (-6) = \left(-\frac{7}{6} + 8\right) \times 6 \\
 &= -7 + 48 = 41
 \end{aligned}$$

例3 如果 a 的倒数是 $1 + \sqrt{2}$, 那么 a 的相反数是多少?

解: $\because \frac{1}{a} = 1 + \sqrt{2} \quad \therefore a = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$

$$-a = 1 - \sqrt{2} \quad \therefore a \text{ 的相反数是 } 1 - \sqrt{2}$$

(四) 复习小结

1. 有关一个数的绝对值、倒数、相反数, 符合某一关系可设未知数列方程求得。如上例3。又如一个数的相反数等于它本身, 求这个数, 可设这个数为 x , 则 $-x = x$, 解得 $x = 0$, $\therefore$ 这个数是0。

2. 正、负数的乘除运算中, 先决定运算结果的符号。含有偶数个负因数时, 结果为正; 含有奇数个负因数时, 结果为负。

(五) 课堂练习

1. 填空题

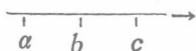
(1) _____ 的倒数是它本身, _____ 的绝对值与它的倒数的和等于零

(2) 比 $-1\frac{1}{2}$ 大 而比 $3\frac{1}{2}$ 小的所有非负整数是

(3) 比较大小: -1.28 _____ $-1\frac{2}{7}$

(4) 查表得 $2.401^2 = 5.765$, 那么 $240.1^2 =$ _____;
_____ ; $0.2041^2 =$ _____

(5) 实数 a 、 b 在数轴上的对应点如图所示,



则 ab _____ 0; $-a$ _____ $-b$;

$|a|$ _____ $|b|$, $a+b$ _____ $a-b$

2. 选择题*

(1) 数轴上所有的点所表示的数是 ()

(A) 全体有理数 (B) 全体无理数

(C) 全体实数 (D) 全体整数

(2) 下列各组数中, 相等的是 ()

(A) $-(-3)$ 和 -3 (B) $+(-3)$ 和 -3

(C) $-(-3)$ 和 $-|-3|$ (D) $-(-3)$ 和 $|3|$

3. 计算:

(1) $-10 + 8 \div (-2)^2 - (-4) \times (-3)$

(2) $(-5) \div (-1\frac{2}{7}) \times 0.8 \times (-2\frac{1}{4}) \div 7$

(六) 课外作业

1. 选择题

(1) 若 $a = (-2) \times (-3)$, $b = (-2)^3$,
 $c = (-3)^2$, 则它们的关系是 ()

(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$

(C) $c > a > b$ (D) $b > a > c$

(2) 零是 ()

* 本书的选择题都是单项选择题, 即给出的代号为 (A)、(B)、(C) (D) 的四个答案中, 只有一个是正确的, 请把正确答案的字母代号填入括号内。

- (A) 最小的自然数 (B) 最小的整数
(C) 最小的有理数 (D) 最小的非负整数

2. 比较大小: $-\frac{5}{6}$, $-\frac{6}{7}$, -0.85

3. 计算:

$$(1) -0.75^2 \div (-1\frac{1}{2})^3 + (-1)^6 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})^2$$

$$(2) -1^4 - (1 - 0.5) \times \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$$

4. 若 $|a| = 1$, $|b| = 2$, 求 $a+b$ 的值。

二、整式的运算

(第2课时)

(一) 知识要点

1. 用运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方)把数或表示数的字母连结而成的式子叫代数式, 单独的一个数或一个字母也是代数式。

2. 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值。

3. 象 $2x$, ab^3 , $-(2/3)x^2yz$ 等都是数与字母的积, 这样的代数式叫单项式, 几个单项式的和叫多项式。

单项式和多项式统称为整式。

4. 合并同类项的方法: 把同类项的系数之和作为结果的系数, 字母和字母的指数都不变。

5. 去括号的法则: 括号前面是“+”号, 去括号时括号内各项的符号不变; 而括号前是“-”号, 去括号时括号内各项的符号都改变; 添括号的法则: 添括号后, 括号前是

“+”号时，括号里各项符号都不变；括号前是“-”号时，括号里各项的符号都变号。

6. 幂的运算法则： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (a^m)ⁿ = a^{mn}
(ab)ⁿ = $a^n b^n$ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$) (m, n 为正整数)

7. 单项式乘法：单项式乘以单项式，用它的系数的积，作为积的系数，用相同字母的指数之和作为积里这个字母的指数，一个单项式里单有的字母连同它的指数也作为积里的一个因式。单项式除以单项式，把系数、同底数幂分别相除作为商的因式，被除式里单有的字母，连同它的指数也作为商的一个因式。

8. 单项式乘以多项式 $m(a+b+c) = ma + mb + mc$
多项式乘以多项式 $(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb$
多项式除以单项式 $(ma + mb + mc) \div m$
 $= ma \div m + mb \div m + mc \div m$
 $= a + b + c$

多项式除以多项式可用竖式演算。

9. 乘法公式：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

(二) 复习要求

1. 理解用字母表示数的意义，理解代数式、代数式的值、整式、单项式等概念。

2. 能够分析简单的数量关系，并能根据题中的数量关系列出代数式，会求代数式的值。

3.掌握合并同类项,去括号和添括号的方法,能熟练地进行整式的加减运算。

4.掌握幂的运算法则,整式乘除法的运算法则,能够熟练地运用这些法则进行整式运算。

5.掌握平方差、完全平方、立方和(差)等公式及其推导。能够熟练地利用这些公式进行运算。

(三)例题选讲

例1 用代数式表示

(1) x 的平方与 y 的差除 x 的3倍的商。

(2) 三个连续奇数中间一个是 $2n+1$, 用代数式表示这三个连续奇数的平方和。

解: (1) $\frac{3x}{x^2-y}$ (2) $(2n-1)^2 + (2n+1)^2 + (2n+3)^2$

例2 计算

$$(1) \frac{1}{2}x - (2x - \frac{2}{3}y^2) + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2)$$

$$(2) [(a+b)^2 + (a-b)^2] (a^2 - b^2)$$

$$(3) (a+1)(a-1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$$

$$(4) (x^3+4x-8x^2-7) \div (x^2-5x+8)$$

解: (1) 原式 $= \frac{1}{2}x - 2x + \frac{2}{3}y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2$
 $= -3x + y^2$

(2) 原式 $= [(a^2+2ab+b^2) + (a^2-2ab+b^2)]$
 $(a^2-b^2) = (2a^2+2b^2)(a^2-b^2)$
 $= 2(a^4-b^4) = 2a^4-2b^4$

(3) 原式 $= [(a+1)(a^2-a+1)]$
 $[(a-1)(a^2+a+1)]$

$$(4) \quad = (a^3 + 1)(a^3 - 1) = a^6 - 1$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 5x + 8 \overline{) x^3 - 8x^2 + 4x - 7} \\ \underline{-(x^3 - 5x^2 + 8x)} \\ -3x^2 - 4x - 7 \\ \underline{-(3x^2 + 15x - 24)} \\ -19x + 17 \end{array}$$

∴ 商式为 $x-3$ ，余式为 $-19x+17$

(四) 复习小结

1. 整式的乘法应先观察能否运用乘法公式。
2. 求代数式的值，一般应先化简再求值。
3. 乘法公式和因式分解同时应用，有时能使计算简便。
4. 被除式 = 除式 × 商式 + 余式。

(五) 课堂练习

1. 填空题

(1) 在下列括号里填上适当的代数式：

$$a^2 - b^2 - c^2 - d^2 = - (\quad)$$

(2) 计算： $(-3ax^2) \cdot (-2ax^2b) = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 计算： $(-\frac{1}{2}a + 2b)(-\frac{1}{2}a - 2b) = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 用代数式表示：长、宽为 a 、 b 的长方形铁皮每个角剪去边长为 x 的正方形铁皮，则剩下部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方单位

2. 选择题

(1) 浓度为 70% 的酒精溶液 x 克，其中含水 ()

(A) $\frac{70}{100}x$ 克 (B) $\frac{30}{100}x$ 克

$$(C) \frac{170}{100}x \text{ 克} \quad (D) \frac{100}{70}x \text{ 克}$$

(2) 下列等式成立的是 ()

$$(A) 3a+2b=5ab \quad (B) 4m^2n-5mn^2=-m^2n$$

$$(C) 3x^2 \cdot 2x^3 = 6x^6 \quad (D) 4a^3b \div (-2a^2b) = -2a$$

3. 计算:

$$(1) (3a-2b)^2(3a+2b)^2 \quad (2) (2a-b+c)^2$$

$$(3) (m+1)^2 - 5(m+1)(m-1) + 3(m-1)^2$$

(六) 课外作业

1. 填空题

$$(1) \text{ 多项式: } -7 + \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - x \text{ 是 } \underline{\quad} \text{ 次 } \underline{\quad}$$

项式, 把它按 x 的升幂排列是

$$(2) -\frac{3}{2}x^3y^{m-1} \text{ 与 } 0.7x^{n+1}y^2 \text{ 是同类项, 则 } m =$$

$$\underline{\quad}, n = \underline{\quad}$$

(3) 已知除式 $= 3x - 5$, 商式 $= 2x + 7$, 余式 $= 10$, 则被除式 $=$

(4) 用代数式表示: x 的平方减去 y 的立方的差的一半是

2. 计算:

$$(1) (-5a^2b^3)^2 \div \frac{1}{2}a^3b \quad (2) t^2 - (t+1)(t-5)$$

$$(3) (x-y+z)(y-z+x)$$

$$(4) (x-3)(x+3)(x^2-9)$$

$$3. \text{ 化简: } (x-2)(2x+1) - 2(x-1)^2 +$$

$(x+1)(x^2-x+1)$ ，并求 $x=-2$ 时的值

三、因式分解

(第3课时)

(一) 知识要点

1. 把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫因式分解。

2. 因式分解的基本方法：

(1) 提取公因式法： $ma+mb+mc=m(a+b+c)$

(2) 公式法： $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

(3) 十字相乘法： $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(4) 求根公式法： $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

(其中 x_1, x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根)

(5) 分组分解法：如果应用上述方法都不能分解，那末将多项式适当分组（有时需添、拆项分组）后，再应用上述方法分解。

3. 因式分解必须分解到每一个因式都不能再分解为止，若有重因式应写成幂的形式。

(二) 复习要求

1. 了解因式分解的意义，能区分整式的乘法和因式分解。

2. 掌握因式分解的五种基本方法。

3. 掌握因式分解的一般步骤，会根据条件，选择相应的方法进行因式分解。

(三) 例题选讲

例1 分解因式：

(1) $5a^2(x-y)+20(y-x)$

(2) $4(a+2)^2-9(a+3)^2$ (3) a^6-b^6

$$(4) (x^2+3x)^2-8(x^2+3x)+16$$

$$\text{解: (1) 原式} = 5a^2(x-y) - 20(x-y)$$

$$= 5(x-y)(a^2-4)$$

$$= 5(x-y)(a+2)(a-2)$$

$$(2) \text{原式} = [2(a+2)]^2 - [3(a+3)]^2$$

$$= [2(a+2)+3(a+3)][2(a+2)-$$

$$3(a+3)] = (5a+13)(-a-5)$$

$$= -(5a+13)(a+5)$$

$$(3) \text{原式} = (a^3)^2 - (b^3)^2 = (a^3+b^3)(a^3-b^3)$$

$$= (a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$(4) \text{原式} = (x^2+3x-4)^2 = [(x+4)(x-1)]^2$$

$$= (x+4)^2(x-1)^2$$

例2 分解因式:

$$(1) x^2-5xy-6y^2 \quad (2) (m-n)^2-3(m-n)+2$$

$$(3) 2mn+1-m^2-n^2$$

$$(4) (ax+by)^2 + (bx-ay)^2$$

$$\text{解: (1) 原式} = (x-6y)(x+y)$$

$$(2) \text{原式} = (m-n-2)(m-n-1)$$

$$(3) \text{原式} = 1 - (m^2+n^2-2mn) = 1 - (m-n)^2$$

$$= (1+m-n)(1-m+n)$$

$$(4) \text{原式} = a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy +$$

$$a^2y^2 = (a^2x^2 + a^2y^2) + (b^2x^2 + b^2y^2)$$

$$= a^2(x^2+y^2) + b^2(x^2+y^2)$$

$$= (a^2+b^2)(x^2+y^2)$$

(四) 复习小结

1. 二项式因式分解的步骤, 首先要提取公因式, 然后再考虑公式法用平方差、立方和或立方差, 最后要分解到不能

再分解为止。

2. 三项式因式分解的步骤：首先要提取公因式，然后考虑用完全平方公式，十字相乘法，求根公式法，最后要分解到不能再分解为止。

3. 四项式因式分解的步骤：先考虑提取公因式法，然后考虑分组分解法，应用分组分解法的关键在于使所分各组之间有公因式可以提出或能应用公式进行分解。

(五) 课堂练习

1. 选择题

(1) 计算： $(-2)^{20} + (-2)^{21}$ 的结果是 ()

(A) 20^{20} (B) -2 (C) -1 (D) -2^{20}

(2) 下列从左到右的变形中是因式分解的变形是 ()

(A) $(x+2)(x^2-3) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$

(B) $x^2 - 4x - 7 = (x+2)^2 - 11$

(C) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

(D) $a^3 - b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

2. 分解因式：

(1) $x^5 - x^3$ (2) $16mx^2 - 4my^2$

(3) $x^3 + x^2 - 2x$ (4) $a^3 - 64$

(5) $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$ (6) $a^6 + 7a^3 - 8$

(7) $x^4 + x^2 - 6$

(六) 课外作业

把下列各式分解因式

(1) $3x^2 + 5x - 2$ (2) $x^4 - 3x^2 - 4$

(3) $x^3 + 2x^2 - 3x$ (4) $y^2 - x^2 + 6x - 9$

(5) $4a - 4a^5$ (6) $(x+y)^2 + 6(x+y) + 9$

(7) $a^3(a-2b) - b^3(2b-a)$