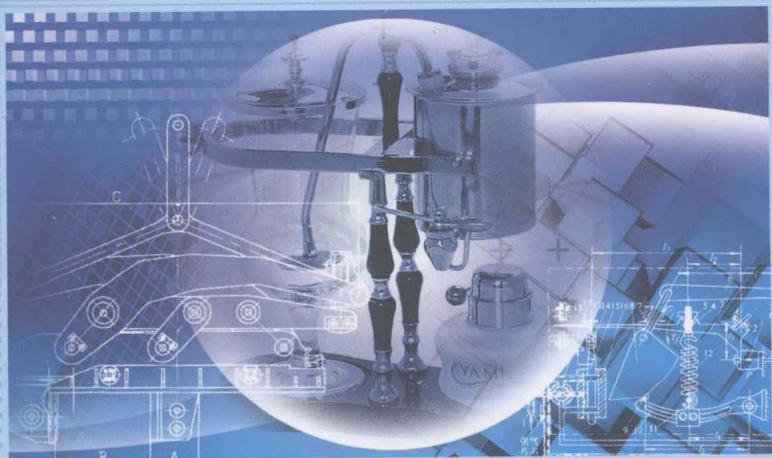




高等教育“十二五”应用型人才重点建设规划教材



# 工程力学

GONGCHENG LIXUE

主编 刘英卫 何世松 张洪涛  
主审 张岐生

# 工程力学

主编 刘英卫 何世松 张洪涛  
副主编 李中平 刘玉华 郭芳芳  
姜迪友 聂美英  
主审 张岐生

 北京理工大学出版社  
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

根据高职、高专,特别是应用型本科方面的紧缺人才培养改革规划的要求,本书以培养学生的  
技术应用能力为主线设计培养方案,以应用为主旨构建课程体系和教材内容,旨在为国家培养更  
多的高等技术应用型人才。在编写过程中,力求以“应用”为导向,基础理论以“必需、够用”为度,  
以“讲清概念,强化应用”为重点,突出了教学内容的实用性。在介绍工程力学知识时,删除了烦琐的  
数学推导,文字与内容力求简练。本书参考学时数为 $2 \times 60$  学时,对于选学内容,本书在标题前  
加以“\*”号标明,供学有余力者选学。

本书可用做高等院校的机械、材料、土建类相关专业的教材,也可以作为高等专科学校以及职  
大、夜大、业大、电大、函大等成人教育的教学用书和广大工程技术人员的自学用书。

版 权 专 有 侵 权 必 究

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 刘英卫, 何世松, 张洪涛主编. —北京 : 北京理工大学出版社,  
2010. 8

ISBN 978 - 7 - 5640 - 3413 - 9

I . ①工… II . ①刘… ②何… ③张… III . ①工程力学-高等学校-教材  
IV . ①TBI2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 138824 号

出版发行 / 北京理工大学出版社  
社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号  
邮 编 / 100081  
电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)  
网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>  
经 销 / 全国各地新华书店  
印 刷 / 北京慧美印刷有限公司  
开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16  
印 张 / 24.75  
字 数 / 577 千字  
版 次 / 2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷  
印 数 / 1~3000 册  
定 价 / 45.80 元

责任编辑 / 王玲玲  
责任校对 / 陈玉梅  
责任印制 / 边心超

# 前　　言

本书以培养学生的技术应用能力为主线设计培养方案,以应用为主旨构建课程体系和教材内容,旨在为国家培养更多的高等技术应用型人才。因此,本书在编写过程中,力求以“应用”为导向,基础理论以“必需、够用”为度,以“讲清概念,强化应用”为重点,突出了教学内容的实用性。在介绍工程力学知识时,删除了烦琐的数学推导,文字与内容力求简练。另外,本书为使学生具备一定的进一步深化知识的能力,增加了一些选学内容。本书参考学时数为 $2\times60$ 学时,对于选学内容,本书在标题前加以“\*”号标明,供学有余力者选学。

本教材在编写过程中努力做到语言精练、通俗易懂。为符合应用型本科、高职、高专教学的特点,在力求工程力学的完整性和严格性的前提下,注重语言规范,并且理论联系实际,增强教材的应用性。本教材在理论的讲解上以及例题和习题的选择上结合工程实例,突出实训环节,突出培养学生的实际动手能力和解决实际问题的能力。

本书每章后都附有小结、思考题及习题,旨在指导学生学习、启发学生思考、巩固和训练应用工程力学知识的能力。同时在书末还附有习题答案。

本书可用做高等院校的机械、材料、土建类相关专业的教材,也可以作为高等专科学校以及职大、夜大、业大、电大、函大等成人教育的教学用书和广大工程技术人员的自学用书。

本书由刘英卫、何世松、张洪涛等共同编写。分工如下:绪论,第1~第12章由刘英卫(江西蓝天学院)编写,第13~第15章由何世松(江西交通职业技术学院)编写,第16、第17章由张洪涛(江西蓝天学院)编写,第18章由聂美英(萍乡高等专科学校)编写。李中平(江西蓝天学院)参与第7、第8、第12章部分内容修改,刘玉华(江西省交通设计院)参与第13~第17章及附录部分修改,郭芳芳(江西蓝天学院)参与第1~第6章内容的修改、校对,姜迪友(江西蓝天学院)参与第7~12章内容的修改、校对,胡伟(江西蓝天学院)、廖炜(江西环境工程职业学院)参与文字、图片编辑。本教材由刘英卫、何世松、张洪涛任主编,李忠平、刘玉华、郭芳芳、姜迪友、聂美英任副主编。

本书由江西蓝天学院张岐生教授主审。张岐生教授认真审阅了全部书稿,并提出了许多宝贵的修改意见。对此,我们表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中,得到了江西蓝天学院于果董事长、王志峰院长、许祥云副院长及教务处等相关教辅部门的大力支持,在此致以诚挚的谢意。

限于作者水平,加之编写时间仓促,书中难免有不足和疏漏之处,恳请各位专家、同仁和广大读者批评指正。

编　　者

# || 求

绪论	1
<b>第1章 静力学基础</b>	4
1.1 静力学的基本概念	4
1.2 静力学基本公理	6
1.3 约束与约束反力	8
1.4 物体的受力分析	11
小结	14
思考题与习题	14
<b>第2章 平面基本力系</b>	19
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	19
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	23
2.3 平面力对点的矩	30
2.4 平面力偶系合成与平衡	32
小结	35
思考题与习题	35
<b>第3章 平面一般力系</b>	42
3.1 力向一点平移	42
3.2 平面一般力系的简化	43
3.3 合力矩定理	46
3.4 平面一般力系的平衡方程及应用	47
3.5 物体系统的平衡	53
* 3.6 考虑摩擦时的平衡问题	59
小结	62
思考题与习题	62
<b>第4章 空间力系与重心</b>	70
4.1 力在空间直角坐标系上的投影	70
4.2 空间汇交力系的合成与平衡	71
4.3 力对轴的矩	73
4.4 空间一般力系的平衡方程及应用	74
4.5 空间平行力系的中心和物体的重心	78
小结	83
思考题与习题	84

## ■ 工程力学 ■

<b>第 5 章 拉伸与压缩</b>	88
5.1 拉伸与压缩的概念	91
5.2 轴力与轴力图	92
5.3 横截面上的应力	94
5.4 轴力杆的变形及拉伸与压缩时的虎克定律	96
5.5 材料拉伸与压缩的力学性质	99
5.6 轴力杆斜截面上的应力	102
5.7 轴力杆的强度计算	104
* 5.8 杆系静不定问题	109
* 5.9 应力集中的概念	113
小结	114
思考题与习题	116
<b>第 6 章 剪切和挤压</b>	121
6.1 剪切和挤压的概念	121
6.2 剪切和挤压的实用计算	123
6.3 剪应变及剪切虎克定律	129
小结	130
思考题与习题	130
<b>第 7 章 扭转</b>	134
7.1 扭转的概念及外力偶矩的计算	134
7.2 扭转时的内力	135
7.3 圆轴扭转时的应力和强度计算	138
7.4 圆轴扭转时的变形和刚度计算	147
7.5 非圆截面等直杆的自由扭转简介	150
小结	151
思考题与习题	152
<b>第 8 章 弯曲内力</b>	156
8.1 平面弯曲的概念	156
8.2 梁的内力——剪力和弯矩	158
8.3 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	161
8.4 载荷集度、剪力和弯矩之间的微分关系及其应用	167
8.5 用叠加法作剪力图和弯矩图	171
小结	174
思考题与习题	175
<b>第 9 章 梁的弯曲强度</b>	178
9.1 平面弯曲时横截面上的正应力	178
9.2 弯曲正应力的强度条件	183
9.3 弯曲剪应力简介	188
9.4 提高梁弯曲强度的措施	191

小结	194
思考题与习题	194
<b>第 10 章 梁的弯曲刚度</b>	198
10.1 梁变形的概念	198
10.2 用积分法求梁的变形	199
10.3 用叠加法求梁的变形	202
10.4 梁的刚度计算及提高梁弯曲刚度的措施	206
* 10.5 梁的静不定问题	208
小结	211
思考题与习题	211
<b>第 11 章 应力状态和强度理论</b>	215
11.1 点的应力状态	215
11.2 平面应力状态分析的解析法	216
11.3 主应力与最大剪应力	220
11.4 平面应力状态分析的图解法	221
11.5 平面应力状态下的应力-应变关系	223
11.6 强度理论简介	226
小结	228
思考题与习题	230
<b>第 12 章 组合变形的强度计算</b>	233
12.1 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形的强度计算	233
12.2 弯扭组合变形时的强度计算	236
12.3 截面核心的概念	240
小结	242
思考题与习题	242
<b>第 13 章 压杆稳定</b>	246
13.1 压杆稳定的概念	246
13.2 压杆的临界载荷和临界应力	247
13.3 压杆稳定性校核	251
13.4 提高压杆稳定的措施	253
小结	254
思考题与习题	255
<b>第 14 章 运动学基础</b>	257
14.1 点的运动	257
14.2 刚体的基本运动	265
14.3 点的合成运动	270
14.4 刚体的平面运动	274
* 14.5 科里奥利加速度简介	280
小结	282

## ■ 工程力学 ■

思考题与习题	283
<b>第 15 章 动力学基础</b>	<b>287</b>
15.1 质点动力学基本方程	287
15.2 刚体绕定轴转动动力学基本方程	291
15.3 动量定理	295
15.4 动量矩定理	297
15.5 动能定理	300
* 15.6 达朗贝尔原理	304
小结	312
思考题与习题	313
<b>第 16 章 构件的动强度简介</b>	<b>318</b>
16.1 概述	318
16.2 虚加惯性力时的构件动应力计算	318
16.3 构件受冲击时的动应力计算	321
16.4 提高构件抗冲击能力的措施	324
小结	324
思考题与习题	325
<b>第 17 章 疲劳强度简介</b>	<b>328</b>
17.1 交变应力与疲劳断裂的概念	328
17.2 交变应力的变化规律和种类	328
17.3 材料的疲劳极限	329
17.4 构件的疲劳极限	330
17.5 构件疲劳强度计算方法简介	331
17.6 提高构件疲劳强度的措施	332
小结	333
思考题与习题	333
<b>第 18 章 材料成型与模具技术中的力学问题</b>	<b>335</b>
18.1 冲压加工中金属塑性变形的基本规律	335
18.2 金属板料的冲裁变形	341
18.3 坯料的弯曲变形	346
18.4 圆筒形工件拉深变形	350
18.5 塑胶注射模具的强度、刚度	354
<b>附录</b>	<b>362</b>
附录 A 材料力学课程实验	362
附录 B 型钢表(附表 B-1~附表 B-4)	367
附录 C 几种常见简单形状均质物体的转动惯量(附表 C-1)	378
<b>习题参考答案</b>	<b>380</b>
<b>参考文献</b>	<b>387</b>

# 绪 论

工程力学的内容极其广泛,本书所讲述的是工程力学的最基础的内容,包含静力分析、构件承载能力分析、运动学及动力学四部分。

## 1. 机械工程中的力学问题

在工农业生产、建筑、交通运输、宇航等工程中,广泛地运用各种机械设备和工程结构。而各种机械设备和工程结构都是由若干个基本的零部件按照一定的规律组成的,组成机械的基本零件、部件称为构件。当机械工作时,组成机械的各构件都要受到来自相邻构件和其他物体的外力的作用,这些力在工程上称为载荷。

在载荷的作用下,构件可能平衡,也可能发生运动状态的改变,与此同时,构件也发生变形。每个构件都是由一定的材料制成的,若构件所承受的载荷超过材料的承载能力,就会使构件产生过大的变形或断裂而不能正常地工作,即失效。例如,起重机的横梁(图 0-1)若载荷过大而断裂,起重机就无法工作;机床的主轴(图 0-2),若变形过大,将造成齿轮间不能正常啮合,引起轴承间的不均匀磨损,从而影响加工精度和产生噪声;又比如千斤顶的螺杆,当承受的轴向压力超过一定的限度时就会突然变弯而不能正常工作。以上这些就是构件的强度、刚度和稳定性问题。因此为保证机械安全正常的工作,要求任何一个构件都要具有足够的承受载荷的能力,即承载能力。构件的承载能力是机械工程中经常遇到的力学问题。此外,在机械中也需要分析物体运动状态的改变与作用在物体上的力的关系。本书将为分析和解决这些问题提供必要的基础理论和方法。

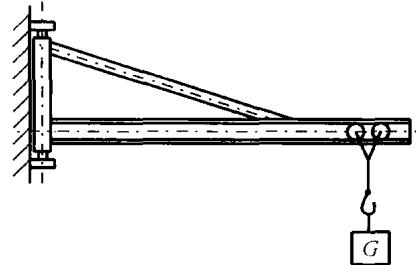


图 0-1

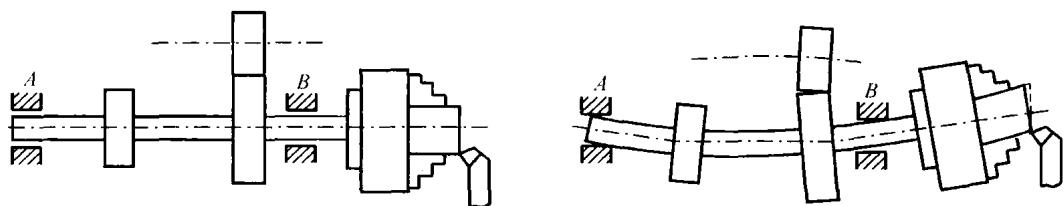


图 0-2

## 2. 工程力学的主要内容和任务

工程力学是研究构件在载荷的作用下的运动规律和平衡规律及构件承载能力的一门学科,本课程的主要内容包括以下四部分。

(1) 静力分析。平衡是指物体处于静止或匀速直线运动状态,是机械运动的特殊形式,所

以在工程力学中首先要研究物体受力后的平衡条件以及平衡条件在工程中的应用。

(2) 构件的承载能力分析。主要研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏规律,为合理设计构件提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和方法。

(3) 运动学分析。主要研究质点的运动和刚体的基本运动。

(4) 动力学分析。动力学对物体的机械运动进行全面的分析,研究作用于物体的力与物体运动之间的关系,建立物体机械运动的普遍规律。

### 3. 工程力学的研究对象及其模型

实际构件的形状是多种多样的,工程力学主要研究的对象是杆类零件,即杆件。所谓杆件,就是其长度方向的尺寸远远大于横向尺寸,如连杆、梁、键、轴等机械零件。杆件轴线为曲线的杆称为曲杆,轴线为直线的杆件称为直杆。本课程主要研究等直杆的力学问题。

任何物体在外力的作用下都要发生变形,但工程问题中的变形通常是很小的,称为小变形。所谓小变形,是指变形量远远小于构件原始尺寸的变形。所以,在静力分析和研究物体的运动时,小变形可以忽略不计,这时可以将物体抽象为刚体。所谓刚体,是指在力的作用下,大小和形状不变的物体。

在研究构件的强度、刚度、稳定性等问题时,由于这些问题与构件的变形密切相关,因而即使变形很小也必须加以考虑,这时将物体抽象为在外力作用下会产生变形的固体,称为变形固体。并对变形固体作如下假设:

(1) 连续性假设:变形固体在其体积内连续不断地充满着物质,毫无空隙。

(2) 均匀性假设:物体内各处的力学性质相同。

(3) 各向同性假设:变形固体在各个方向上具有相同的力学性质。

变形固体在外力的作用下会产生两种变形:弹性变形和塑性变形。所谓弹性变形,是指当外力卸除时变形也随着消失的变形。塑性变形是指外力卸除后,变形不能全部消失,所残留的变形称为塑性变形。一般情况下,物体受力后既有弹性变形又有塑性变形。一般工程材料,当外力不超过一定范围时,仅仅产生弹性变形,称为理想弹性体。由于工程力学研究的物体的变形是小变形,所以在考虑构件的平衡和运动时,可以忽略其变形。而且在研究构件的承载能力时,计算构件的尺寸时可以忽略其变形,按照构件变形前的尺寸和形状来计算,其受力也按照静力分析的结果计算。

构件所受的外力不同,变形也不同,本课程研究的杆件变形的基本形式有以下四种:①轴向拉伸与压缩(图 0-3);②剪切(图 0-4);③扭转(图 0-5);④弯曲(图 0-6)。

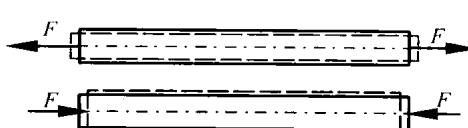


图 0-3

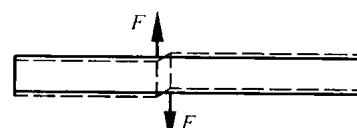


图 0-4

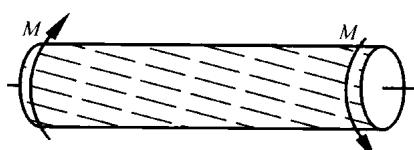


图 0-5

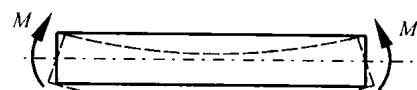


图 0-6

#### 4. 工程力学的研究方法

现代工程力学方法有理论解析方法、实验力学方法及计算力学方法三大类。

##### (1) 理论解析方法。

工程力学中的理论解析方法是本课程的主要内容。其研究方法是实验观察—假设建模—理论分析—实验(实践)验证。这也是自然科学研究问题的一般方法。

工程力学研究的物体,大多是工程结构物及其构件。这些结构物和构件的形状、大小、组成各异。在研究它们时,首先是根据问题的性质,借助于实验与观察,抓住主要矛盾,略去次要因素,合理简化,抽象为力学模型。

如在研究物体的平衡规律时,由于物体变形量很小或变形因素对所研究的问题影响很小,可忽略物体的变形而将其抽象为“刚体”。又如在研究运动学时,因物体的运动范围远远大于物体本身的大小,则可将物体抽象为一个“质点”,或由质点组成的“质点系”。但在研究物体的变形与受力之间的关系时,则不能再将物体视为刚体,而应看成可变形的固体。

建立力学模型之后,采用数学方法对其进行解析分析与计算。这种解决工程力学问题的方法称为理论解析方法。

这一方法是整个工程力学方法的基础,优点是可以得到某些简单工程问题的解析解,缺点是难以直接应用于大型、复杂的工程实际结构。

##### (2) 实验力学方法。

这种方法是借助于加载设备及测量仪器,直接通过对构件或结构物加载、激振与测量,得到实际工程结构及构件中的力学量。目前用得较多的是电测法与光测法。

此方法的优点是可直接获得关于实际工程结构或试验模型的较真实的力学分析结果,缺点是费时、费力、不经济。

##### (3) 计算力学方法。

随着电子计算机技术的迅速发展,计算机分析方法在工程力学领域中已得到日益广泛的应用,并促进着工程力学研究方法的更新,现已产生了以有限元技术为核心的计算力学方法,并发展了一批功能强大的 CAE 软件,如 MSC/NASTRAN, ANSYS 等,已能解决工程界所提出的各种极其复杂的工程力学问题。据统计,现在我国机械制造业中需采用计算力学方法开发和设计的新产品已达到 70% 以上,国际上 90% 的机械产品和装备都要采用有限元方法进行分析与优化。

可以毫不夸张地说,以有限元技术为核心的计算力学方法,实际上已成为现代机械产品及工程结构进行力学分析的主流方法。

但需指出的是,计算力学方法必须与理论解析方法及实验力学方法结合起来才能得到更好的应用与发展,因为它们是计算力学方法的理论基础与实验基础。

# 第1章

## 静力学基础



静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学,重点解决刚体在满足平衡条件的基础上如何求解未知力的问题。静力学理论是从生产实践中发展起来的,是机械零件或机构承载计算的基础,在工程技术中有着广泛的应用。

本章重点研究物体的受力分析,即分析某个物体共受几个力,以及每个力的大小、方向和作用线位置。为了正确分析物体的受力情况,本章先介绍静力学的一些基本概念和公理,然后介绍工程中常见的几种典型约束及其约束力,最后重点讲解物体受力分析和画受力图的方法。

### 1.1 静力学的基本概念

#### 1.1.1 刚体的概念

所谓刚体,是指在力的作用下不发生变形的物体,即刚体受力作用时,其内部任意两点间的距离永远保持不变。这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下,都会产生不同程度的变形。但在一般情况下,工程上的结构构件和机械零件的变形都是很微小的,这种微小的变形对构件的受力平衡影响甚微,可以略去不计,所以可以将结构构件和机械零件抽象为刚体。这种抽象会使所研究的问题大大简化。但是不应该把刚体的概念绝对化。通常在静力学中研究的是平衡问题,将受力的物体假想为刚体,但在研究力所产生的变形效果时,不得将物体视为刚体。例如,在研究一根横梁的平衡问题时,可以把横梁看做刚体,可是在研究横梁的变形情况时,必须把它看做变形体。

在静力学中所研究的物体只限于刚体,故又称为刚体静力学。由若干个刚体组成的系统称为物体系统,简称物系。

#### 1.1.2 力的概念

力是物体间相互的机械作用。它具有两种效应:一是使物体的运动状态发生改变,例如地球对月球的引力不断地改变月球的运动方向而使之绕地球运转;二是使物体产生变形,例如作用在弹簧上的拉力使弹簧伸长。前者称为力的外效应,后者称为力的内效应。一般来说,这两种效应是同时存在的。但是,为了使问题的研究简化,通常将外效应和内效应分开来研究。静力学部分主要研究物体的外效应。

力的作用效果取决于力的三要素:①力的大小;②力的方向;③力的作用点。

需要指出的是,力的作用点是力的作用位置的抽象,实际上力的作用位置一般来说并不是

一个点,而是分布地作用于物体的一定面积上。当作用面积很小时,可将其抽象为一个点,将作用于物体上某个点上的力称为集中力,通过力的作用点代表力的方位的直线称为力的作用线。如果力的作用面积较大,不能抽象为点时,则将作用于这个面积上的力称为分布力。分布力的作用强度用单位面积上力的大小  $q(N/cm^2)$  来度量,称为载荷集度。

在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿或千牛顿,其代号为 N 或 kN。

力是矢量。所以可以用一个定位的有向线段来表示力。如图 1-1 所示,线段的长度按一定的比例尺表示力的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点。与线段重合的直线称为力的作用线。通常用黑体字母  $\mathbf{F}$  来表示力的矢量。

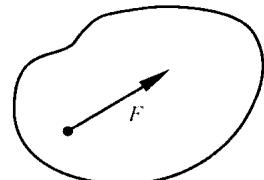


图 1-1

### 1.1.3 力系的概念

力系是指作用于物体上的一群力。力系中力的作用形式是千变万化的,可能是一个力,也可能是多个力,力的作用线可能在同一平面内,也可能作用在三维空间内。一个力是一种最简单的力系。但在解决复杂力系的问题时,应该在保持对刚体作用效果不变的前提下,用一个简单力系代替一个复杂力系,从而使问题简化,这个过程称为力系的简化。如果一个力与一个力系等效,则称此力为该力系的合力,该力系中各力称为其合力的分力或分量;求合力的过程称为力系的合成。

力系按照作用线分布情况可以分为下列几种。

#### 1. 平面力系

所有力的作用线在同一平面内的力系为平面力系。平面力系又可分为:

平面汇交力系,即所有力的作用线汇交于一点的平面力系;

平面平行力系,即所有力的作用线都相互平行的平面力系;

平面任意力系,即所有力的作用线既不汇交于同一点,又不相互平行的平面力系。

#### 2. 空间力系

所有力作用线不在同一平面内的力系为空间力系。空间力系又可分为:

空间汇交力系,即所有力的作用线汇交于一点的空间力系;

空间平行力系,即所有力的作用线都相互平行的空间力系;

空间任意力系,即所有力的作用线既不汇交于一点、又不相互平行的空间力系。

由于平面力系可视为空间力系的特殊情况,平面汇交力系和平行力系又可视为任意力系的特殊情况,所以,空间任意力系是力系的最复杂、最普遍、最一般的形式,其他各种力系都可看成是它的一种特殊情况。

### 1.1.4 平衡的概念

所谓平衡,是指物体相对于惯性参考系保持静止或做匀速直线运动。在工程问题中,平衡通常是指物体相对地球静止或做匀速直线运动,也就是将惯性参考系固连在地球上,这时作用于物体上的力系称为平衡力系。实际上,物体的平衡总是暂时的、相对的,绝对的平衡是不存在的。研究物体的平衡问题,就是研究物体在各种力系作用下的平衡条件,并应用这些平衡条

件解决工程技术问题。为了便于寻求各种力系对于物体作用的总效应和力系的平衡条件,需要将力系进行简化,使其变换为另一个与其作用效应相同的简单力系。这种等效简化力系的方法称为力系的简化。所以,在静力学中主要研究以下三个问题:物体的受力分析;力系的简化;力系的平衡条件及其应用。

## 1.2 静力学基本公理

静力学公理是人们在生活和生产活动中长期积累起来的、经过实践反复检验的、证明是符合客观实际的普遍规律。静力学公理是对力的基本性质的概括和总结,是静力学全部理论的基础,是解决力系的简化、平衡条件以及物体的受力分析等问题的关键。

### 1.2.1 公理1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。其合力仍作用于该点上,合力的大小和方向,由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。

如图1-2(a)所示,  $F_1$ ,  $F_2$  为作用于 O 点的两个力,以这两个力为邻边作出平行四边形 OACB,则对角线 OC 即为  $F_1$  与  $F_2$  的合力  $R$ ,或者说,合力  $R$  等于原两个力  $F_1$  与  $F_2$  的矢量和,可用矢量式来表示

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

合力的大小,可由余弦定理求出,即

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha} \quad (1-2)$$

其中,  $\alpha$  为  $F_1$  与  $F_2$  的夹角。

这个公理总结了最简单的力系简化的规律,它是较复杂力系简化的基础。

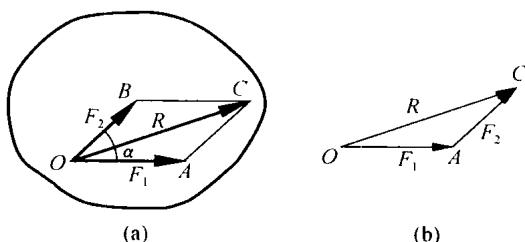


图 1-2

为了便于求两个汇交力的合力,也可不画整个平行四边形,而从 O 点作一个与  $F_1$  大小相等、方向相同的矢线 OA,再过 A 点作一个与  $F_2$  大小相等方向相同的矢线 AC,则矢线 OC 即表示合力  $R$  的大小和方向,如图 1-2(b) 所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。必须清楚,在力  $\triangle OAC$  中,各矢线只表示力的大小和方向,而不能表示力作用点或作用线。

利用力的平行四边形法则也可将一个力分解成作用于同一点的两个分力。显然,一个力可以沿任意两个方向分解。在工程问题中,常将力沿互相垂直的两个方向分解。这种分解称为正交分解。

### 1.2.2 公理2 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的充分必要条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上,如图 1-3 所示,即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-3)$$

需要强调的是,本公理只适用于刚体。对于刚体,等值、反向、共线作为二力平衡条件是必要的,也是充分的;但对于变形体,这个条件是不充分的。例如:软绳受两个等值、反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值、反向的压力作用就不能平衡。工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件或二力杆。二力构件平衡时,二力必沿作用点的连线,且两作用力的大小相等,方向相反。如图1-4中的杆CD,若杆自重不计,即是一个二力杆;又如图1-5中的构件BC,在不计自重时,也可以看做是二力构件。

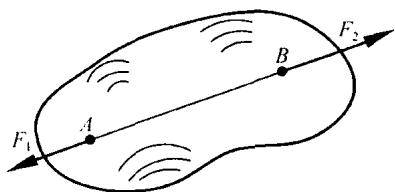


图 1-3

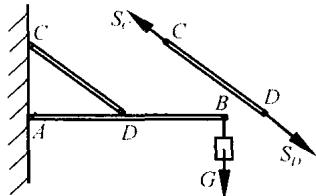


图 1-4

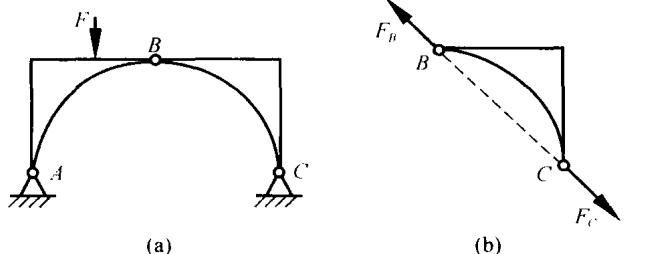


图 1-5

### 1.2.3 公理3 加减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用效应。这个公理是力系简化的重要理论依据。根据此公理可以导出下列推论:

#### 推论1 力的可传性原理

作用于刚体上的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,而不改变该力对刚体的作用效果。

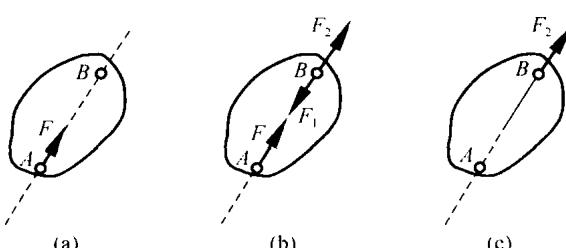


图 1-6

证明:设有力  $\mathbf{F}$  作用于刚体上的  $A$  点,如图1-6(a)所示。根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任取一点  $B$ ,并加上两个相互平衡的力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$ ,使  $\mathbf{F}=\mathbf{F}_2=-\mathbf{F}_1$ ,如图1-6(b)所示。由于力  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{F}_1$  也是一个平衡力系,故可除去;这样只剩下-一个力  $\mathbf{F}_2$ ,如图1-6(c)所示。于是,原来的这个力  $\mathbf{F}$  与力系  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$  以及力  $\mathbf{F}_2$  互等。而力  $\mathbf{F}_2$  就是原来的力  $\mathbf{F}$ ,只是作用点已移到了点  $B$ 。

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效果的要素,它已为作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。

必须注意,力的可传性原理只适用于刚体;而且力只能在刚体自身上沿其作用线移动,而不能移到其他刚体上去。

#### 推论2 三力平衡汇交定理

刚体在三个力的作用下平衡,若其中两力作用线相交,则第三个力的作用线必过该交点,

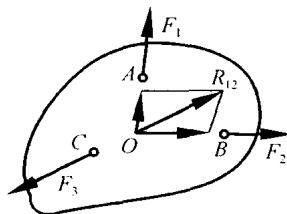


图 1-7

且三力共面。

证明：如图 1-7 所示，刚体上 A, B, C 三点分别作用力  $F_1$ ,  $F_2$  和  $F_3$ ，其中  $F_1$  与  $F_2$  的作用线相交于  $O$  点，刚体在此三力作用下处于平衡状态。根据力的可传性原理，将力  $F_1$  和  $F_2$  合成得合力  $R_{12}$ ，则力  $F_3$  应与  $R_{12}$  平衡，因而  $F_3$  必与  $R_{12}$  共线，即是说  $F_3$  作用线也通过  $O$  点。

另外，因为  $F_1$ ,  $F_2$  与  $R_{12}$  共面，所以  $F_1$ ,  $F_2$  与  $F_3$  也共面。于是定理得证。

利用三力平衡汇交定理可以确定刚体在三力作用下平衡时未知力的方向。

#### 1.2.4 公理 4 作用与反作用公理

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在的，且两力的大小相等、方向相反、沿着同一直线，分别作用在相互作用的两个物体上。

如图 1-8 所示，起吊一重物。 $G$  为重物所受的重力， $T$  为钢丝绳作用于重物上的拉力。因为  $G$  与  $T$  都作用在重物上而使重物保持静止，所以它们构成二力平衡，至于拉力  $T$  和重力  $G$  的反作用力在哪里，则首先要弄清哪个是受力物体，哪个是施力物体，也就是要分清是“谁对谁”的作用。由于拉力  $T$  是钢丝绳拉重物的力，所以  $T$  的反作用力一定是重物拉钢丝绳的力  $T'$ ，它与  $T$  大小相等、方向相反、作用在一条直线上。因为  $G$  是地球对重物的引力，所以它的反作用力必定是重物吸引地球的力  $G'$ （图中未画出）， $G'$  与  $G$  大小相等、方向相反、作用于一条直线上。

由此可见，力总是成对地以作用与反作用的形式存在于物体之间，有作用力必有反作用力，它们同时出现、同时消失，分别作用在两个相互作用的物体上。应用作用力与反作用力公理，可以把一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

必须注意公理 2 与公理 4 的区别。后者是作用力与反作用力分别作用在两个物体上，前者则是作用在一个物体上。

### 1.3 约束与约束反力

如果物体在空间沿任何方向的运动都不受限制，这种物体称为自由体，例如：飞行的飞机、火箭等。在日常生活和工程中，物体通常总是以各种形式与周围的物体互相联系并受到周围物体的限制而不能做任意运动，我们称其为非自由体。如：转轴受到轴承的限制；卧式车床的刀架受床身导轨的限制；悬挂的重物受到吊绳的限制等。

凡是限制物体运动的其他物体称为约束。例如上面提到的轴承是转轴的约束；导轨是刀架的约束；吊绳是重物的约束。既然约束限制物体的运动，也就是能够起到改变物体运动状态的作用，所以实际上就是力的作用。这种作用在物体上的限制物体运动的力称为约束力。约束力来自于约束，它的作用取决于主动力的作用情况和约束的形式；又因为它对物体的运动起限制作用，因而约束力的方向必定与该约束所能够阻碍的运动方向相反。应用这个准则，在受力

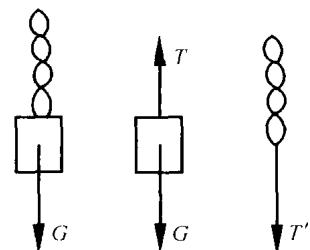


图 1-8

分析中,可以确定约束力的方向或作用线的位置。约束力的大小总是未知的,在静力学中,如果约束力和物体受的其他已知力构成平衡力系,则可通过平衡条件来求解未知力的大小。

下面介绍工程上常见的几种约束类型及确定约束力的方法。

### 1.3.1 柔性约束

由柔软的绳索、链条、皮带等构成的约束统称为柔性约束。这类约束的特点是:柔软易变形,不能抵抗弯曲,只能受拉,不能受压,并且只能限制物体沿约束伸长方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔性约束的约束力只能是拉力,作用在与物体的连接点上,作用线沿着绳索背离物体。通常用  $T$  或  $S$  表示这类约束力。如图 1-9 所示,  $T$  即为绳索给球的约束力。

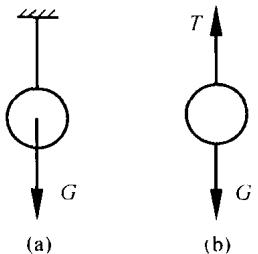


图 1-9

### 1.3.2 光滑接触面约束

两个互相接触的物体,如果略去接触面间的摩擦就可以认为相互间隔约束是光滑接触面约束。这类约束不能限制物体沿接触面切线方向的运动,只能限制物体沿接触面公法线方向的运动,并且只能受压不能受拉。因此,光滑接触面约束对物体的约束力作用在接触点处,作用线沿公法线方向指向物体。通常用  $N$  表示。

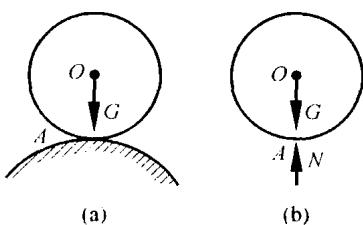


图 1-10

如图 1-10 所示,  $N$  即为曲面  $A$  对小球的约束力,又如图 1-11 所示,直杆  $A, B, C$  三处的约束力分别为  $N_A, N_B, N_C$ 。

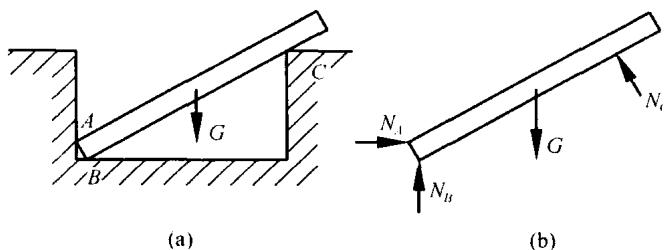


图 1-11

### 1.3.3 圆柱铰链约束

这类约束包括中间铰链约束、固定铰链支座、活动铰链支座、链杆约束。

#### 1. 中间铰链约束

在机器中,经常用圆柱形销钉将两个带孔零件连接在一起,如图 1-12(a)、图 1-12(b)所示。这种铰链只能限制物体间的相对径向移动,不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动,图 1-12(c)是中间铰链的简化示意图。由于圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接触,则约束力应在沿接触线上的一点到圆柱销中心的连线上,垂直于轴线,如图 1-12(d)所示。因为接触线的位置不能预先确定,因而约束力的方向也不能预先确定。通常把它分解为两个相互垂直的约束力,作用在圆心上,如图 1-12(e)所示。