主编◎杨 应 卿雪梅 熊洪丽 代丽娟

高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材

GAOXIAO CHUDENG JIAOYU ZHUANYE RENCAI PEIYANG YU KAIFANG JIAOYU GUIHUA JIAOCAI

小学奥数专题训练

XIAOXUE AOSHU ZHUANTI XUNLIAN

西南交通大学出版社

XIAOXUE AOSHU ZHUANTI XUNLIAN

高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材
GAOXIAO CHUDENG JIAOYU ZHUANYE RENCAI PEIYANG YU KAIFANG JIAOYU GUIHUA JIAOCAI

小学奥数专题训练

主编◎杨 应 卿雪梅 熊洪丽 代丽娟

西南交通大学出版社
·成 都·

图书在版编目（C I P）数据

小学奥数专题训练 / 杨应等主编. —成都：西南交通大学出版社，2014.8
高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材
ISBN 978-7-5643-3304-1

Ⅰ. ①小… Ⅱ. ①杨… Ⅲ. ①小学数学课－教学参考资料 Ⅳ. ①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 192301 号

高校初等教育专业人才培养与开放教育规划教材
小学奥数专题训练
主编 杨 应 卿雪梅
熊洪丽 代丽娟

责任编辑	张宝华
封面设计	何东琳设计工作室
出版发行	西南交通大学出版社 （四川省成都市金牛区交大路 146 号）
发行部电话	028-87600564 028-87600533
邮政编码	610031
网 址	http: //www.xnjdcbs.com
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	9.25
字 数	231 千字
版 次	2014 年 8 月第 1 版
印 次	2014 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-3304-1
定 价	25.00 元

前　言

奥数全称是“奥林匹克数学”，起源于“数学是思维的体操”，它体现了数学与奥林匹克体育运动精神的共性：更快、更高、更×强. 其实，称奥数为“竞赛数学”更为准确，因为它体现了数学的巧思、灵活、多变与渗透其中的数学美学. 奥数具有很强的逻辑性和连贯性，因为新知识往往建立在旧知识的基础之上，学习奥数也无形中锻炼了学生的逻辑思维能力. 奥数有着太多的独特之处，也正是这些独特之处才更能培养学生的良好习惯，训练学生的思维. 小学奥数很有用，它所传授的内容小学生可能不能完全理解，但是随着学习知识的增多，他们会发现，从小学奥数中学到的方法和思维能为他们以后的学习打下坚实的基础. 奥数有着很美的名字，相信学习它的人也会因它而拥有美好的人生.

本教材结合小学三年级至六年级奥数的学习内容，重点选讲了计算、数论、行程问题、工程问题、典型应用题、逻辑问题. 参加编写的教师有杨应、熊洪丽、代丽娟、卿雪梅，其中杨应负责第一模块的编写；熊洪丽负责第二、三模块的编写；卿雪梅负责第三、四、六模块的编写；代丽娟负责第五模块的编写.

本书适用的读者对象：从事小学教育的教师以及小升初的六年级学生.

由于时间仓促和编者水平有限，本教材还存在一些不足之处，敬请广大读者和同行提出宝贵意见，以便及时改进.

编　者

2014 年 4 月

目　录

模块六　逻辑问题

绪　论

一、“小学奥林匹克数学”的意义和作用

奥林匹克运动起源于古希腊，是力量、灵活与美的竞赛. 随着科学技术的发展，人们开始举行关于解数学题目的竞赛，这种竞赛同样被称为奥林匹克. 国际奥林匹克数学竞赛（IMO）是国际中学数学最高水平的比赛，它由罗马尼亚的罗曼(Roman)教授发起，自 1959 年 7 月在罗马尼亚古都布拉索举行第一届竞赛，当时，参加竞赛的学生共有 52 人，只有东欧和前苏联等 7 个国家参加. 除 1980 年由于东道主蒙古经费困难而停赛一年外,每年一届，到 2012 年已成功举办了 53 届，而且此项赛事在国际上影响越来越大，由当初的几个国家几十名选手参赛发展到上百个国家和地区几百名选手参加. 我国第一次派队参加国际数学奥林匹克竞赛是在 1985 年（当年仅派 2 名学生参加），1986 年正式组队参赛，除了 1998 年因故未能参加外，我国代表队共参赛 27 次，选手总数达 150 多人次，共获得金牌 124 块、银牌 26 块、铜牌 6 块，17 次获团体总分第一. 我国中学生在国际数学奥林匹克竞赛中取得举世瞩目的成就，证明了中国学生学习数学有巨大潜能，这也大大地激发了我国青少年学习数学的兴趣.

在小学开展奥数培训和竞赛有着重要意义和作用：

（1）有利于培养创新意识的尖子人才，发掘数学幼才，培养数学幼苗.

新课改的重点是素质教育，我们的教育不能一提素质教育，就把它与培养优秀生对立起来、把全面发展与个性发展对立起来，甚至将全面发展简单地理解成“平均发展”、“同步发展”. 如果没有正确认识受教育的机会平等与教育平等的关系，将导致压制部分优秀学生才能的发挥，对培养跨世纪的创新人才十分不利. 众所周知，未来国际竞争是人才竞争，尤其是尖端人才的竞争.

（2）小学奥数竞赛活动对培养具有创新精神的杰出人才乃至提高全民数学素质都起到积极的推动作用.

首先，数学是一切科学的基础. 这门古老而又充满青春活力的科学，正以前所未有的规模向所有科学领域渗透、发展着，无论哪一领域的创新型人才都必须具有较高的数学素质. 使小学生深刻理解数学基础知识，牢固掌握数学基本技能，提高运算能力、思维能力、空间想象能力等是我国数学教育的优良传统. 小学奥数竞赛活动对学习突出的学生进行的早期智力开发，可以促进他们思维的发展，同时活动的趣味性、超前性特点有利于调动小学生学习数学的积极性，提高他们的学习兴趣以及解题的乐趣，形成学数学、爱数学、用数学的优良品质.

其次，奥数有益于儿童心智发展. 观察发现，当学生的兴趣集中于有一定难度，有一定趣味的竞赛题目时，学生情绪愉悦、思路清晰，处理信息的速度也显著提高. 这说明小学奥数竞赛活动不但可以提高小学生学习数学的效率，而且还有效地促进了他们智力的发展、能

力的提高和健康学习心理的形成，从而使他们的数学素质得到提高. 同时还具有以下几方面的作用：① 可以巩固学生在课堂内所学知识，拓展解题思路、增强逻辑推理能力和运用数学知识解决实际问题的能力；② 使学生掌握科学的思维方法，培养学生良好的思维品质以及探索和发现真理的创造性才能；③ 培养学生追求真理的进取精神、实事求是的科学态度以及严谨的工作作风.

综上所述，无论是从数学本身知识结构，还是从儿童身心发展的特点来看，小学数学竞赛都绝不与素质教育相对立. 相反，它是实施素质教育的一个重要的具体体现. 当然，任何活动都是一把双刃剑，都必须讲求一个“度”. 如果离开育人目标，为竞赛而竞赛；或不考虑儿童的年龄特征和实际情况，随意拔高；或不精心设计赛题，信手拼凑，脱离实际意义；或不探究科学训练法，盲目加量加压，甚至影响其他学科学习，都将对学生数学能力的发展起到消极影响. 但是，若以当前小数竞赛活动中存在的问题为由而主张限制、取消竞赛活动，那是因噎废食的错误行为. 正确的做法是建立新的教育理念和人才培养机制以及育人环境. 使小数竞赛活动避害趋利，获得健康有序的发展.

二、开展小学奥数竞赛的基本原则

（1）点面并进，构建一个完整的数学教学体系. 构建“数学学科课＋数学活动课＋数学兴趣小组活动十数学竞赛活动”的体系. 在这一体系中，数学学科课和数学活动课尽管要求不一，但都是面向全体学生的教学，教学内容、教学时间都有一定保证. 而数学兴趣小组活动和数学竞赛活动都是面向少数数学尖子或数学爱好者而开设的，这样既保证了全体学生学好数学基础知识，提高数学素质，又使那些有数学天赋的学生脱颖而出，将东方教育优势“保证基础”和西方教育精华“发展个性”有机结合起来.

（2）立足课堂，实现课内教学向课外延伸. 数学竞赛题源于教材、宽于教材、深于教材. 教学竞赛活动应当以数学学科教学为基础. 在每一节完成任务时提供一道“发展题”. 设计时注意：① 应与本节课“双基”密切相关；② 不是超前练习以后学习的内容；③ 要体现趣味性.

（3）阅读为主，培养学生自主探索和合作学习的习惯. 过去，开展数学竞赛活动往往是由个别权威教师抽选数学尖子进行“集训”然后参赛. 这种单一的做法忽视了学生学习数学的情感、态度、价值观的培养. 适度地集中强化训练固然必要，但更重要的要关注学生主体作用的发挥程度，这对于训练数学苗子显得尤为重要. 培养一个好苗子主要因素不是教师悉心的传授辅导，而在于教师要善于激发学生阅读、钻研数学的浓厚兴趣和解决高难问题的渴望.

（4）精心组题，注重题目的趣味性和现实性. 一是注重和生活实际相沟通，对现实背景高度简化和数学意义高度概括，尽量以现实生活为背景，让学生觉得是在学习身边有用的数学. 二是引入开放题，针对现实生活中遇到的一些数学问题具有多种可能的特点，改变过去竞赛试题答案唯一的命题方式.

三、全国小学数学竞赛简介

全国性的小学数学竞赛主要有两个：一个是“华罗庚金杯”少年数学邀请赛；一个是小学数学奥林匹克邀请赛.

"华罗庚金杯"少年数学邀请赛是由共青团中央、中国少年报、中央电视台、中国科协青少年部主办的比赛. 从 1986 年开始举办，每两年一届，参加对象是小学六年级和初中一年级学生，命题基础是小学数学的范围. 比赛分预赛、复赛、决赛一试、决赛二试和面试几个阶段. 预赛题目由中央电视台播出. 复赛在全国范围内统一命题，由各参赛城市具体组织进行. 复赛中各城市按给定数额评出一、二、三等奖，一般是大城市一等奖四名，中、小城市一等奖三至二名. 获得一等奖的选手再集中到一起进行决赛和面试，决出金牌、银牌和铜牌，参加决赛的选手至少已稳获铜牌. "华罗庚金杯"少年数学邀请赛是我国最重要的小学数学竞赛，因为这个比赛不仅是以我国杰出的数学家华罗庚教授的名字而命名，更因为参加比赛的选手有数百万之多，并且预赛题目是由中央电视台播出和一等奖获得者将集中于某一城市决赛等特点，使这项比赛具有重大的影响，受到广大中、小学生、教师和家长的关注. 华罗庚金杯召唤着每一个有志少年.

小学数学奥林匹克邀请赛是由中国数学学会主办的全国性比赛. 该比赛从 1989 年开始举办，每年进行一次. 参赛对象是小学高年级学生. 比赛于每年三、四月份举行，分初赛和决赛两个阶段，总决赛于每年八月初举行. 全国统一命题，统一确定获奖的得分标准. 与"华罗庚金杯"少年数学邀请赛相比，小学数学奥林匹克邀请赛除了每年举行以外，还有一个重要特点，就是全国统一确定获奖标准，获奖的难度较大，获奖面也较小. 小学数学奥林匹克是迈向国际数学奥林匹克的第一步.

此外，在全国较有影响力的小学数学竞赛有：希望杯、创新杯、奥林匹克杯、学用杯、新星杯、走进数学王国、数学资优生能力等级测试等赛事.

模块一

计 算

第一讲　速算与巧算

在小学数学中，关于整数、小数、分数的四则运算，怎么样才能算得既快又准确呢？这就需要我们熟练地掌握计算法则和运算顺序，根据题目本身的特点，综合应用各种运算定律和性质，或利用和、差、积、商变化规律及有关运算公式，选用合理、灵活的计算方法.

速算与巧算（即简便算法）对于提高计算速度、培养逻辑思维能力和计算能力，有良好作用. 在小学奥数竞赛试题中，经常会出现一些计算题目，如果按常规的思考方法进行计算，则既费时又容易出错，但若善于观察题目的数字特点，利用凑整、拆项、改变运算顺序、递推归纳等方法进行巧算与速算，往往能化难为易，事半功倍.

【基础知识】

一、常用的运算定律及性质

加法交换律：$a+b=b+a$.

加法结合律：$a+b+c=a+(b+c)=(a+b)+c$.

减法的性质：$a-b-c=a-(b+c)$.

乘法交换律：$a\times b=b\times a$.

乘法结合律：$a\times b\times c=a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$.

乘法分配律：$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$;

$a\times(b-c)=a\times b-a\times c$.

除法的性质：$a\div b\div c=a\div(b\times c)$.

二、平方、立方公式

完全平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$;

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$.

平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

完全立方公式：$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

立方差公式：$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

三、数列及其公式

等差数列：一个数列从第二项起每一项与它的前一项之差等于同一个常数.

通项公式：$a_n=a_1+(n-1)d$.

求项数公式：$n=\dfrac{(a_n-a_1)}{d}+1$.

求和公式：$S=\dfrac{(a_1+a_n)\times n}{2}$.

四、分数计算的技巧

常用分数的拆分和裂项公式：

（1）$\dfrac{1}{n(n+k)}=\dfrac{1}{k}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}\right)$($k$ 为正整数).

（2）$\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{n(n+1)}-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$.

（3）$\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}=\dfrac{1}{3}\left[\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}\right]$.

（4）$\dfrac{a}{n(n+k)}=\dfrac{a}{k}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+k}\right)(a>1,k>1)$.

（5）对于分母可以写作两个因数乘积的分数，即 $\dfrac{1}{a\times b}$ 形式的，这里我们把较小的数写在前面，即 $a<b$，则有 $\dfrac{1}{a\times b}=\dfrac{1}{b-a}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$($a$, b 为正整数).

五、循环小数化为分数

$0.\dot{a}=\dfrac{a}{9}$.

$0.\dot{a}b\dot{c}=\dfrac{\overline{abc}}{999}$.

$0.ab\dot{c}d\dot{e}=\dfrac{\overline{abcde}-\overline{ab}}{99900}$.

【例题分析】

下面介绍几种常见的速算与巧算方法.

一、改变运算顺序

例 1 求 1 到 100 的自然数的和.

解（解法一）$1+2+3+\cdots+100$

$=(1+100)+(2+99)+\cdots+(50+51)$

$=\underbrace{101+101+\cdots+101}_{50个}$

$=5050$.

（解法二） 设 $S=1+2+3+\cdots+100$，则

$$S=100+99+\cdots+2+1.$$

两式相加得
$$2S=\underbrace{101+101+\cdots+101}_{100个}=101\times100.$$

所以
$$S=(101\times100)\div2=5050.$$

高斯的故事：高斯（1777—1855）是德国著名的大科学家，他最出名的故事就是在他 10 岁时，小学老师出了一道算术难题："计算 $1+2+3+\cdots+100=?$"这下可难倒了刚学数学的小朋友们，他们按照题目的要求，正把数字一个一个地相加时，却传来了高斯的声音："老师，我已经算好了！ 老师很吃惊，高斯解释道：因为

$$1+100=101，2+99=101，3+98=101，\cdots，49+52=101，50+51=101，$$

而像这样的等于 101 的组合一共有 50 组，所以答案很快就可以求出

$$1+2+3+\cdots+100=101\times50=5050.$$

解法一称为"高斯配对法".

例 2 计算：$25+53+75+78+47.$

解 原式 $=(25+75)+(53+47)+78$
$=100+100+78$
$=278.$

例 3 计算：$2+4+6+\cdots+100-1-3-5-\cdots-99.$

解 原式 $=(2-1)+(4-3)+(6-5)+\cdots+(100-99)$
$=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{50个}$
$=50.$

二、凑整法

下面介绍利用互补数进行加减法的巧算．所谓"补数"即两个数相加，若能恰好凑成整十、整百、整千、整万…，就把其中的一个数叫做另一个数的"补数"．如：
$1+9=10$，$3+7=10$，$5+5=10$，$11+89=100$，$33+67=100$，$44+56=100$，$55+45=100$，称 1 是 9 的"补数"；89 是 11 的"补数"，11 也是 89 的"补数"，也就是说两个数互为"补数"．对于一个较大的数，如何能很快地算出它的"补数"呢？一般来说，可以这样"凑"数：从最高位凑起，使各位数字相加得 9，到最后个位数字相加得 10. 如： 87655→12345，87362→12638，….

利用"补数"巧算加减法，通常称为"凑整法".

例 4 巧算下面各题：

（1）$34+85+66$；

（2）$1361+972+639+28$；

（3）$13+76+275+111+725.$

解　（1）原式 $=(34+66)+85$
$=100+85$
$=185.$

（2）原式 $=(1361+639)+(972+28)$
$=2000+1000$
$=3000.$

（3）原式 $=(13+76+111)+(275+725)$
$=200+1000$
$=1200.$

例 5　巧算下面各题：

（1）$189+872$；

（2）$547+997$；

（3）$9898+203.$

解　（1）原式 $=(189+11)+(872-11)$
$=200+861$
$=1061.$

（2）原式 $=(547-3)+(997+3)$
$=544+1000$
$=1544.$

（3）原式 $=(9898+102)+(203-102)$
$=10000+101$
$=10101.$

例 6　巧算下面各题：

（1）$300-73-27$；

（2）$1000-90-80-20-10.$

解　（1）原式 $=300-(73+27)$
$=300-100$
$=200.$

（2）原式 $=1000-(90+80+20+10)$
$=1000-200$
$=800.$

例 7　巧算下面各题：

（1）$4723-(723+189)$；

（2）$2356-159-256.$

解　（1）原式 $=(4723-723)-189$
$=4000-189$
$=3811.$

（2）原式 $=(2356-256)-159$
$=2100-159$
$=1941.$

例 8　巧算下面各题：

（1）$506-397$；

（2）$323-189$；

（3）$467+997$；

（4）$987-178-222-390.$

解　（1）原式 $=500+6-400+3$
$=109.$

（2）原式 $=323-200+11$
$=123+11$
$=134.$

（3）原式 $= 467 + 1000 - 3$
$= 1464.$

（4）原式 $= 987 - (178 + 222) - 390$
$= 987 - 400 - 400 + 10$
$= 197.$

例 9 计算：$9 + 99 + 999 + \cdots + 9999999999.$

解 原式 $= 10 + 100 + 1000 + \cdots + 10000000000 - 10$
$= 11111111100.$

例 10 计算：$11 + 192 + 1993 + 19994 + 199995.$

解 原式 $= (10 + 1) + (200 - 8) + (2000 - 7) + (20000 - 6) + (200000 - 5)$
$= 222210 + 1 - 26$
$= 222185.$

例 11 计算下面各题：

（1）$100 - (10 + 20 + 30)$；

（2）$100 - (30 - 10)$

解 （1）原式 $= 100 - 10 - 20 - 30$
$= 40.$

（2）原式 $= 100 - 30 + 10$
$= 80.$

例 12 计算下面各题：

（1）$100 - 10 - 20 - 30$；

（2）$100 - 30 + 10.$

解 （1）原式 $= 100 - (10 + 20 + 30)$
$= 100 - 60$
$= 40.$

（2）原式 $= 100 - (30 - 10)$
$= 100 - 20$
$= 80.$

例 13 计算 $325 + 46 - 125 + 54.$

解 原式 $= 325 - 125 + 46 + 54$
$= (325 - 125) + (46 + 54)$
$= 200 + 100$
$= 300.$

注意：每个数前面的运算符号就是这个数的符号，如 $+46$，-125，$+54$．而 325 前面虽然没有符号，但应看作 $+325$.

三、计算等差连续数的和

相邻的两个数的差都相等的一串数就叫等差连续数，又叫等差数列，其和 $S = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$.

如：（1）1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15；

（2）2, 4, 6, 8, 10；

（3）3, 6, 9, 12, 15；

（4）4, 8, 12, 16, 20.