

高等学校适用教材

GUANGDUXUE

光度学

■ 郝允祥 陈遐举 张保洲 编著



中国计量出版社

CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE

高等学校适用教材

光 度 学

郝允祥 陈遐举 张保洲 编著

中国计量出版社

图书在版编目(CIP)数据

光度学/郝允祥, 陈遐举, 张保洲编著. —北京: 中国计量出版社, 2010. 8
高等学校适用教材

ISBN 978-7-5026-3076-8

I. ①光… II. ①郝… ②陈… ③张… III. ①光度学—高等学校—教材
IV. ①0432.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 088084 号

内 容 提 要

本书较系统地介绍了光度学的基础理论、基本知识, 同时介绍了光度学以及光辐射测量的实际应用。本书可作为高等学校有关专业本科生和研究生的教材或参考书, 也可供从事光度学和光辐射测量的研究人员参考。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码: 100013

电话 (010) 64275360

<http://www.zgjl.com.cn>

北京市密东印刷有限公司印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787 mm×960 mm 16 开本 印张 16.25 字数 294 千字

2010 年 10 月第 1 版 2010 年 10 月第 1 次印刷

*

印数 1—2500 定价: 32.00 元

前 言

光与人类本身的生存和发展的关系是如此密切，以至于很难想象在没有光的环境里，人们将如何从事正常的劳动和生活，也就谈不上什么物质文明和人类的进步了。光度学是一门关于光的计算和测量的学科。人类早期对太阳、月亮、星星的观察，对火光、烛光、灯光的比较，是光度学的雏形。1729年，贝利·伯格（Pierre Bouguer）教授发明了第一个可以用来比较两个光源发光强度的光度计，这也许可以认为是光度学正式诞生的年代了。1760年，朗伯（J. H. Lambert）建立了一套完整的有关光的数量关系的理论，标志着光度学已成为一门独立的学科。在此之后，各种设计较为完善的目视光度计相继问世，如罗姆福特（Rumford）的影子光度计、里奇（Ritchie）的楔形光度计、阿拉哥（Arago）的偏振光度计、应用平方反比定律的本生（Bunsen）光度计和佐利（Joly）的方块光度计等。测量中所用的标准光源，也从蜡烛发展到卡苏（Carcel）灯、彭田（Pentane）灯、亥夫纳（Hefner）灯直至白炽灯。

由于技术的进步，各种人工光源特别是电光源发展迅速，光度测量仪器也因各种光电器件和电子线路的应用而大为改观。与此同时，工农业生产及各个技术领域对测光的需求日益增加，精度不断提高。这种情况促使光度学有很大的发展，许多新的理论和实践经验必须补充到传统的光度学中去。

在我国，光度学的应用日益扩展，有很多读者需要一本比较系统地介绍光度学理论，同时又兼顾实际应用的基础性光度学书籍。1987年由北京师范大学出版社出版的《光度学》一书就是为适应这一要求，在我们光度学课讲稿的基础上，融进了自己的一些研究成果和应用，并参阅了国外有关的主要专著编著而成。近二十多年来，在光源、测光技术、测光仪器、照明技术等方面都有很大的发展和进步。为适应这种变化，本书的编著者再一次聚首，完成了这次新版《光度学》的编写工作。

我们认为，本书各章节所论及的问题，都是某一方面的基础知识，尽可能在一定的深度上讨论清楚，因此在书中不再广为开列参考典籍。在编著过程中，我们主要参考了 J. W. T. Walsh: Photometry, H. A. E. Keitz: Light Calculation and Measurements, W. D. Wright: The Measurement of Color, Electro-optics Handbook (Radio Corporation of America RCA Commercial Engineering Harrison NJ. 07029, 1974) 以及荆其诚等编著的《色度学》等。

由于我们的知识水平所限，错漏之处在所难免，诚望读者对新版《光度学》给予指正。

本书可作为大学本科及研究生课程的教学参考书，也可作为从事专业工作的入门书。读者可以从本书的基础性论述得到帮助，以加深对各种专门测光技术的理解；或者通过对本书基础知识的学习，用所学到的理论和知识来指导设计各种专门的测光仪器设备和测光方案。

编著者

2010年5月于北京

目 录

第一章 光辐射	(1)
第一节 辐射波谱及光辐射	(1)
第二节 光辐射量	(3)
第三节 黑体辐射	(6)
第四节 非黑体辐射	(13)
第二章 视觉与光	(15)
第一节 眼睛的结构和视觉机理	(15)
第二节 视锐度及眼睛对亮度差的判别能力	(19)
第三节 眼睛对亮度的适应性	(22)
第四节 明视觉、暗视觉和介视觉	(23)
第五节 人眼对闪烁光的反应及塔尔波特定律	(33)
第三章 光度学中的量及其计算	(36)
第一节 朗伯光度学体系	(36)
第二节 光通量和发光强度	(36)
第三节 光源的发光强度分布及其总光通量的计算	(38)
第四节 照度及距离平方反比定律	(46)
第五节 亮度及朗伯定律	(48)
第六节 余弦发射体产生的照度及距离平方反比定律的其他表达方式	(52)
第七节 交换定律及同轴圆盘的光度计算	(59)
第八节 光学系统的光度学	(62)
第四章 色度学概要	(74)
第一节 颜色视觉	(74)
第二节 标准色度学系统	(78)
第三节 光源的颜色	(87)
第四节 物体的颜色	(94)
第五节 三刺激值直读式色度计和减法色度计	(98)
第六节 均匀色空间和色差计算	(102)
第五章 光源	(109)
第一节 自然光源	(109)
第二节 钨灯和气体放电光源	(114)
第三节 激光器和发光二极管	(121)

第四节	标准灯	(128)
第五节	常用的光照射装置	(136)
第六章	光辐射探测器	(139)
第一节	光辐射探测器性能的主要表征量	(139)
第二节	探测器主要性能表征量的测量	(142)
第三节	热辐射探测器	(148)
第四节	光电探测器	(151)
第七章	测光仪器和测光标准	(158)
第一节	测光仪器光谱响应度	(158)
第二节	发光强度测量设备	(162)
第三节	照度计	(166)
第四节	亮度计	(169)
第五节	积分球光度计	(172)
第六节	测光标准	(174)
第八章	光谱光度学与材料光度学	(192)
第一节	分光光度计	(192)
第二节	反射和透射的测量	(207)
第三节	绝对反射比的测量方法	(211)
第四节	逆反射材料的测量	(218)
第五节	白度、光泽度和朦胧度的测量	(218)
第九章	某些光度测量技术问题	(222)
第一节	光的衰减和叠加	(222)
第二节	光度和分光光度测量中的杂散光处理	(226)
第三节	光度微弱信号的检测技术	(231)
第十章	大气光学中的光度学问题	(236)
第一节	大气对光辐射的散射和吸收	(236)
第二节	大气消光测量的原理和方法	(238)
第三节	在大气水平路程上的光辐射传输	(240)
第四节	大气的宏观光度学问题	(245)
第十一章	天体光度学概要	(249)
第一节	天体光度学简史	(249)
第二节	天体光度测量系统、色指数和标准星	(250)
第三节	天体光度测量的其他问题	(252)

第一章 光 辐 射

第一节 辐射波谱及光辐射

以电磁波形式或粒子(光子)形式传播的能量,它们可用光学元件反射、成像或色散,这种能量及其传播过程被称为光辐射。从图 1-1 中的电磁波谱可见,光辐射包括紫外辐射、可见光和红外辐射三部分,位于 X 射线和微波辐射之间。尽管与整个电磁波谱相比光辐射谱的区域并不大,然而,在对辐射体进行研究的过程中,它为人们提供了最丰富的信息。

光辐射光谱区的标尺通常采用波长,有时也用到频率和波数,它们之间的关系是

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{1}{\sigma} \quad (1-1)$$

式中, λ 代表波长; ν 和 σ 分别代表频率和波数; c 是真空中光速。

过去光波波长通常使用的单位是 Å(埃),现在按国际单位制,一般在可见至紫外波段波长用 nm(纳米),在红外波段波长用 μm (微米)表示。频率单位是 Hz(赫兹),波数的单位是 m^{-1} ,常用分数单位 cm^{-1} ,波长单位之间的换算关系如下:

$$10 \text{ \AA} = 1 \text{ nm} = 10^{-3} \mu\text{m} = 10^{-9} \text{ m}$$

图 2-2 是辐射转换图,由它可迅速获得辐射标尺间的转换结果。图中有一项叫光子能量,其意义是一个光子的能量。可用数学表达式表示为

$$\epsilon_\nu = h\nu$$

式中, ϵ_ν 表示频率为 ν 的一个光子的能量; h 是普朗克常数,等于 $6.6262 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 。光子能量的单位常用 eV(电子伏),与 J(焦耳)的关系为

$$1 \text{ eV} = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ J}$$

如果将频率 ν 换成波长 λ ,且 λ 的单位以 Å 计,光子的能量则为:

$$\epsilon_\lambda = 12399/\lambda \quad (\text{eV})$$

这个关系式在应用上十分方便。

1. 可见光

广义地讲,光指的是光辐射;而从狭义上讲,通常人们提到的“光”指的就是

可见光。可见光是波长在 380~780 nm 范围内的光辐射,也就是人视觉能感受到“光亮”的电磁辐射。当可见光进入人眼时,人眼的主观感觉依波长表现为紫色、蓝色、绿色、黄色、橙色和红色,图 1-1 中标有其相应的波长范围。

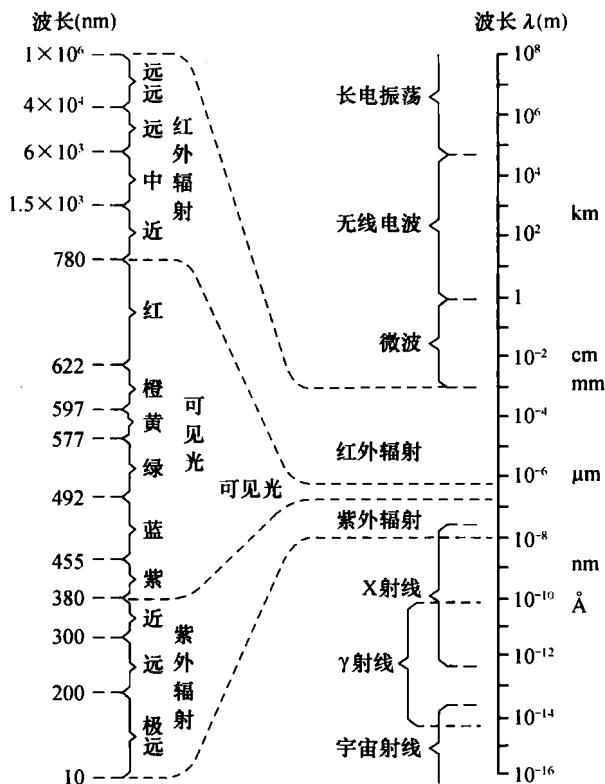


图 1-1 电磁波谱

2. 紫外辐射

紫外辐射的波长范围是 400~10 nm。为了研究的方便,通常将其分为三部分:近紫外、远紫外和极远紫外。由于极远紫外辐射在空气中几乎会被完全吸收掉,只能在真空中传播,所以又被称为真空紫外辐射。

在进行太阳紫外辐射的研究工作中,常将紫外辐射分为 A 波段(400~315 nm)、B 波段(315~280 nm)和 C 波段(<280 nm)。常用的人工紫外光源高压汞灯在 A 波段和 B 波段大致的中间位置分别有波长为 365 nm 和 297 nm 的一条汞谱线,而在 C 波段的 254 nm 汞谱线是杀菌应用上的重要谱线。

3. 红外辐射

红外辐射的波长范围位于 0.76~1000 μm 。该区域的划分受探测器发展的

影响,通常分为近红外、中红外和远红外(见图 1-1)。有时也根据探测特点划分,比如,在天文领域分为近红外(0.76~25 μm)和远红外(25~1000 μm)两部分,这是由于前者基本上可以在大气内进行探测,而后者只能利用高空气球、火箭及人造天体在大气层之外探测。

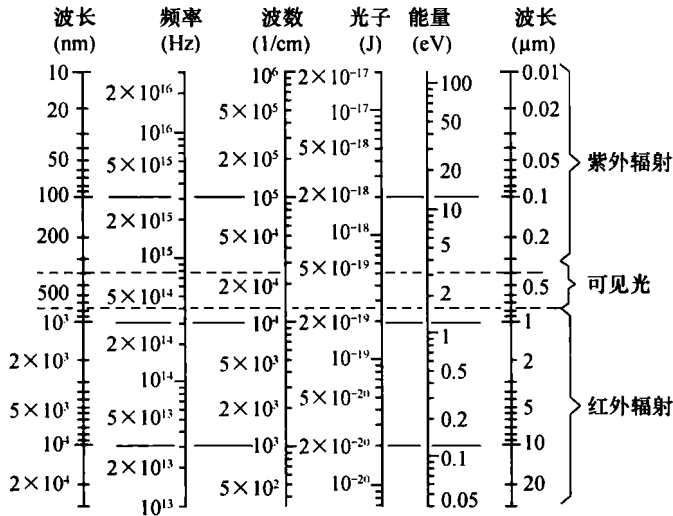


图 1-2 辐射转换图

第二节 光 辐 射 量

1. 辐射能(radiant energy)

辐射能 Q 是以辐射形式发射、传播或接收的能量。单位为 J(焦耳)。

2. 辐射通量(radiant flux)

辐射通量 Φ 又称为辐射功率(radiant power),是以辐射形式发射、传播和接收的功率。单位为 W(瓦),即 J/s(焦/秒)。

若以 t 表示时间,辐射通量的定义式为

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} \quad (1-2)$$

3. 辐射传播的立体角概念

在图 1-3 中, L 为一辐射源, n 表示面元 σ 的法线方向,它与辐射方向交角大小为 α 。

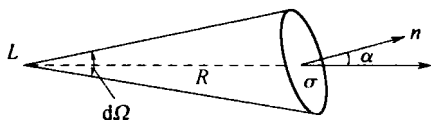


图 1-3 立体角示意图

L 向空间发射辐射,如果在介质中无辐射吸收,则辐射在图中所作锥体的任一底截面上的通量都是相同的。该立体角的度量由式(1-3)决定:

$$d\Omega = \frac{\sigma \cos \alpha}{R^2} \quad (1-3)$$

式中: R ——辐射源到面元 σ 与辐射方向交点的距离。

对于整个空间, $\Omega = \int d\Omega = 4\pi$, 单位为 sr(球面度)。

若在 $d\Omega$ 中的通量为 $d\Phi$, 则从 L 发出的总通量为

$$\Phi = \int_{\Omega=4\pi} d\Phi$$

4. 辐射强度(radiant intensity)

辐射强度 I 可定义为,在给定方向上包含该方向的立体角元内辐射源所发出的辐射通量 $d\Phi$ 除以该立体角元 $d\Omega$, 单位为 W/sr。即在给定方向上的辐射强度为

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (1-4)$$

如果辐射源所发出的总通量 Φ 在空间方向上的分布是均匀的, 则

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}$$

5. 辐射亮度(radiance)

辐射源面上一点沿给定方向的辐射亮度 L 可定义为,在给定方向上包含该点的面元 dA 的辐射强度 dI 除以该面元在垂直于给定方向的平面上的正投影面积,如图 1-4 所示,单位为 $W/(sr \cdot m^2)$ [瓦/(球面度·米²)]。即

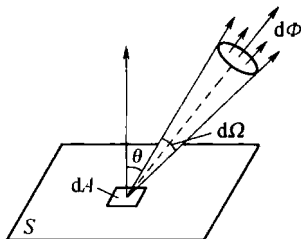


图 1-4 辐射亮度示意图

$$L = \frac{dI}{dA \cos \theta} = \frac{d^2 \Phi}{d\Omega dA \cos \theta} \quad (1-5)$$

式中: θ ——给定方向与面元法线间的夹角。

如果一个辐射源其表面辐射亮度 L 不随方向变化, 则称为朗伯辐射体, 简称朗伯体。

6. 辐射出射度(radiant exitance)

辐射出射度 M 等于离开辐射源面上一个面元的通量 $d\Phi$ 除以该面元的面积 dA , 单位为 W/m^2 。即

$$M = \frac{d\Phi}{dA} \quad (1-6)$$

对于朗伯体有关系式

$$M = \pi L \quad (1-7)$$

这是不难给予证明的。

在图 1-6 中,用极坐标表示的立体角为

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2} = \frac{(r \sin\theta d\varphi)(r d\theta)}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (1-8)$$

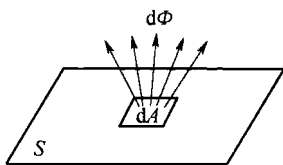


图 1-5 辐射出射度示意图

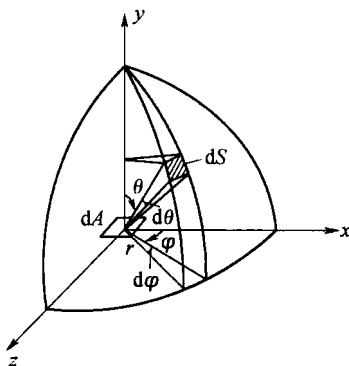


图 1-6 用极坐标推求辐射出射率

由辐射亮度定义,从 dA 上发出的辐射通量为

$$d\Phi = dA \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} L \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$$

由于朗伯体的辐射亮度 L 与方向无关,所以可将 L 提到积分号外,故

$$d\Phi = L dA \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta$$

$$\text{因为 } \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi = 2\pi, \quad \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{所以 } d\Phi = L dA \cdot \pi$$

又据辐射出射度定义,得

$$M = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{L dA \cdot \pi}{dA} = \pi L$$

7. 辐射照度 (irradiance)

在辐射接收面上一点的辐射照度 E 等于投射在包括该点的一个面元上的辐射通量 $d\Phi$ 除以该面元的面积 dA 。即

$$E = \frac{d\Phi}{dA} \quad (1-9)$$

这个量的单位与辐射出射度的单位相同,但辐射出射度是描写辐射源的,而辐射照度则是描写辐射接收面的。对此,应该从概念上加以区别。

上面介绍了几个最重要的辐射量,各量都有单色量与之对应。表示单色辐射量时采用对应辐射量符号加下角标 λ ,例如 $\Phi_\lambda, L_\lambda, E_\lambda$ 等等。而且,对所有辐射量 X 来说均有

$$X = \int_0^\infty X_\lambda d\lambda$$

为了与后面将遇到的光度量相区别,辐射量符号有时加个下角标 e ,例如 Φ_e, L_e, E_e 等等,而相应的光度量符号加个下角标 v 。

第三节 黑体辐射

1. 黑体辐射方程式

黑体处于热力学温度 T 时,在波长为 λ 处的单色辐射出射度为

$$M_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \quad (1-10)$$

式中: h ——普朗克常数;

c ——真空中的光速;

k ——玻尔兹曼常数。

这就是著名的普朗克定律。

令 $c_1 = 2\pi hc^2, c_2 = hc/k$, 则式(1-10)可改写成

$$M_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad \text{W}/(\text{cm}^2 \cdot \mu\text{m}) \quad (1-11)$$

式中: $c_1 = 3.7418 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{cm}^2$, 称第一辐射常数;

$c_2 = 1.4388 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$, 称第二辐射常数。

由于黑体是朗伯体,有 $L_\lambda = M_\lambda/\pi$ 关系,因此

$$L_\lambda = \frac{c_1}{\pi \lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad \text{W}/(\text{cm}^2 \cdot \mu\text{m} \cdot \text{sr}) \quad (1-12)$$

图 1-7 给出在不同的热力学温度 T 时,黑体的光谱辐亮度 L_λ 与波长的关系曲线。

如果以每秒光子数代替瓦表示每单位波长增量的光谱辐亮度,则由 $n_\lambda = L_\lambda/h\nu$ (ν 为辐射频率)可得

$$n_{\lambda} = \frac{c_1}{\pi h c \lambda^4} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \quad (1-13)$$

图 1-8 给出了在不同热力学温度 T 时,以每秒光子数表示的黑体的光谱辐亮度 n_{λ} 与波长 λ 的关系曲线。

注意,图 1-7 和图 1-8 中的 L_{λ} 和 n_{λ} 不是辐射源每平方厘米面积而是每平方米面积的对应值,这和本节一些公式中使用的面积单位有所不同。

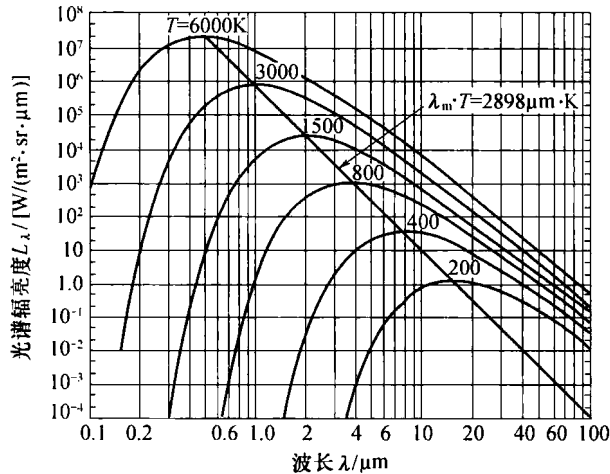


图1-7 在不同的热力学温度 T 下 L_{λ} 与波长 λ 的关系曲线

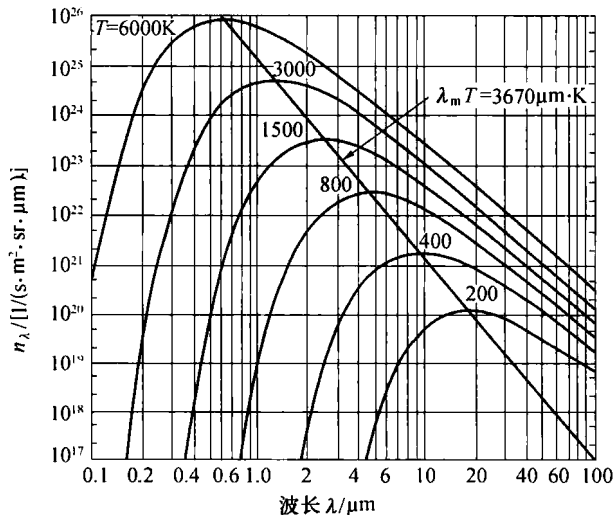


图 1-8 在不同热力学温度 T 下 n_{λ} 与波长 λ 的关系曲线

由于在一定波长域和相应频率域内的能量是一定的,所以有

$$L_{\lambda} |d\lambda| = L_{\nu} |d\nu|$$

又

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

故

$$L_{\lambda} \frac{c}{\nu^2} |d\nu| = L_{\nu} |d\nu|$$

由此可得每频率增量的光谱辐亮度

$$L_{\nu} = \frac{c}{\nu^2} L_{\lambda}$$

即

$$L_{\nu} = \frac{2h}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{W}/(\text{cm}^2 \cdot \text{sr} \cdot \text{Hz}) \quad (1-14)$$

从式(1-11)看出, λT 很大时

$$e^{h\nu/\lambda T} \approx 1 + \frac{c_2}{\lambda T}$$

可得到适于光谱长波区的瑞利-琼斯分布:

$$M_{\lambda} = \frac{c_1}{c_2} T \lambda^{-4} \quad (1-15)$$

在 $\lambda T > 7.7 \times 10^5 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 时,该式与普朗克公式之差小于 1%。

当 λT 很小时,得到适于光谱短波区的维恩分布:

$$M_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda T} \quad (1-16)$$

在 $\lambda T < 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ 区域内,该式与普朗克公式之差小于 1%。

表 1-1 是黑体辐射的普朗克函数表,它在实际应用中很重要。在表中 $M_{0-\lambda}$, $n_{0-\lambda}$ 分别为单色辐射出射度 M_{λ} 和以每秒光子数表示的光谱辐亮度 n_{λ} 从零波长积分到波长 λ 处的值, $M_{0-\infty}$ 和 $n_{0-\infty}$ 则是对整个光谱区的积分值。用数学表达式可写为

$$M_{0-\lambda} = \int_0^{\lambda} M_{\lambda} d\lambda$$

$$M_{0-\infty} = \int_0^{\infty} M_{\lambda} d\lambda$$

$$n_{0-\lambda} = \int_0^{\lambda} n_{\lambda} d\lambda$$

$$n_{0-\infty} = \int_0^{\infty} n_{\lambda} d\lambda$$

表 1-1 普朗克函数表

λT	$x=c\lambda/\lambda T$	$\frac{M_{0-\lambda}}{M_{0-\infty}}$	$\frac{M_\lambda}{M_{\lambda m}}$	$\frac{n_{0-\lambda}}{n_{0-\infty}}$	$\frac{n_\lambda}{n_{\lambda m}}$	$\frac{M_\nu}{M_{\nu m}}$
cm · K	大的 x 值	$\frac{x^3 e^{-x}}{6.4939}$	$\frac{x^5 e^{-x}}{21.201}$	$\frac{x^2 e^{-x}}{2.404}$	$\frac{x^4 e^{-x}}{4.780}$	$\frac{x^3 e^{-x}}{1.4214}$
0.00	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0.01	143.883	0.05616	0.05395	0.05831	0.05429	0.05668
0.02	71.942	0.02637	0.02352	0.02714	0.02432	0.02515
0.03	47.961	0.01627	0.01318	0.01715	0.01416	0.01512
0.04	35.971	0.01119	0.09678	0.01214	0.01084	0.01178
0.05	28.777	0.08130	0.06296	0.09117	0.07456	0.08533
0.055	26.161	0.07135	0.05251	0.08134	0.06426	0.07548
0.06	23.980	0.07929	0.04144	0.07100	0.05266	0.06373
0.065	22.136	0.06467	0.04610	0.07543	0.04122	0.05186
0.07	20.555	0.05184	0.03205	0.06229	0.04442	0.05723
0.075	19.184	0.05594	0.03571	0.06791	0.03132	0.04231
0.08	17.985	0.04164	0.00137	0.05232	0.03338	0.04633
0.085	16.927	0.04399	0.00292	0.05597	0.03765	0.03152
0.09	15.987	0.04870	0.00562	0.04137	0.00156	0.03328
0.095	15.146	0.03173	0.00994	0.04288	0.00291	0.03646
0.10	14.338	0.03321	0.01640	0.04558	0.00506	0.00118
0.11	13.080	0.03911	0.03767	0.03173	0.01278	0.00328
0.12	11.990	0.00213	0.07253	0.03438	0.02684	0.00752
0.13	11.068	0.00432	0.12225	0.03951	0.04898	0.01488
0.14	10.277	0.00779	0.18606	0.00183	0.08030	0.02628
0.15	9.592	0.01285	0.26147	0.00321	0.12091	0.04239
0.16	8.993	0.01971	0.34438	0.00522	0.17011	0.06361
0.17	8.464	0.02853	0.43231	0.00795	0.22656	0.09001
0.18	7.994	0.03933	0.51993	0.01150	0.28851	0.12137
0.19	7.573	0.05210	0.60440	0.01594	0.35402	0.15720
0.20	7.194	0.06672	0.68310	0.02129	0.42117	0.19686
0.22	6.540	0.10087	0.81632	0.03478	0.55363	0.28467
0.24	5.995	0.14024	0.91215	0.05179	0.67487	0.37854
0.26	5.534	0.18310	0.97090	0.07192	0.77819	0.47286
0.28	5.139	0.22787	0.99713	0.09461	0.86070	0.56323
0.30	4.796	0.27320	0.99717	0.11930	0.92220	0.64658
0.32	4.496	0.31807	0.97740	0.14541	0.96420	0.72110
0.34	4.232	0.36170	0.94358	0.17243	0.98901	0.78587
0.36	3.997	0.40327	0.90046	0.19994	0.99933	0.84078
0.38	3.786	0.44334	0.85177	0.22756	0.99781	0.88615
0.40	3.597	0.48084	0.80032	0.25500	0.98686	0.92258
0.45	3.197	0.56428	0.67164	0.32147	0.93174	0.97990

续表

λT	$x=c_\lambda/\lambda T$	$\frac{M_{0-\lambda}}{M_{0-\infty}}$	$\frac{M_\lambda}{M_{\lambda m}}$	$\frac{n_{0-\lambda}}{n_{0-\infty}}$	$\frac{n_\lambda}{n_{\lambda m}}$	$\frac{M_\lambda}{M_{\lambda m}}$
0.50	2.878	0.63370	0.55493	0.38328	0.85534	0.99951
0.55	2.616	0.69086	0.45572	0.43953	0.77269	0.99321
0.60	2.398	0.73777	0.37399	0.49009	0.69175	0.97001
0.65	2.214	0.77630	0.30764	0.53525	0.61645	0.93645
0.7	2.0555	0.80806	0.25411	0.57542	0.54835	0.89708
0.8	1.7985	0.85624	0.17610	0.64299	0.43428	0.81196
0.9	1.5987	0.88998	0.12481	0.69665	0.34629	0.72838
1.0	1.4388	0.91415	0.09045	0.73963	0.27883	0.65166
1.1	1.3080	0.93184	0.06692	0.76442	0.22692	0.58337
1.2	1.1990	0.94505	0.05045	0.80287	0.18664	0.52343
1.3	1.1068	0.95509	0.03869	0.82640	0.15506	0.47112
1.4	1.0277	0.96285	0.03013	0.84603	0.13005	0.42552
1.5	0.9592	0.96893	0.02380	0.86257	0.11004	0.38574
1.6	0.8993	0.97376	0.01903	0.87662	0.09386	0.35095
1.7	0.8464	0.97765	0.01539	0.88864	0.08065	0.32042
1.8	0.7994	0.98081	0.01258	0.89901	0.06978	0.29354
1.9	0.7573	0.98340	0.01037	0.90801	0.06076	0.26979
2.0	0.7194	0.98555	0.00863	0.91587	0.05321	0.24871
2.5	0.5755	0.99216	0.00383	0.94339	0.02950	0.17237
3.0	0.4796	0.99529	0.00194	0.95936	0.01799	0.12611
3.5	0.4111	0.99695	0.00109	0.96943	0.01175	0.09612
4.0	0.3597	0.99792	0.03565	0.97618	0.00809	0.07564
5	0.2878	0.99890	0.03297	0.98438	0.00430	0.05028
6	0.2398	0.99935	0.03138	9.98898	0.00255	0.03580
7	0.2055	0.99959	0.04758	0.99181	0.00164	0.02677
8	0.1799	0.99972	0.04450	0.99368	0.00111	0.02077
9	0.1599	0.99980	0.04284	0.99496	0.03788	0.01658
10	0.1439	0.99985	0.04188	0.99590	0.03579	0.01354
15	0.0959	0.9455	0.05380	0.99815	0.03176	0.00617
20	0.0719	0.9480	0.05122	0.99895	0.04751	0.00351
30	0.0480	0.9543	0.06244	0.99953	0.04225	0.00158
40	0.0360	0.9575	0.07776	0.99974	0.05956	0.03894
50	0.0288	0.9588	0.07319	0.99983	0.05941	0.03574
100	0.0144	0.9685	0.08201	0.99996	0.06619	0.03144
	小的 x 值	$1-0.0513x^3$	$0.472x^4$	$1-0.208x^2$	$0.2092x^3$	$0.7035x^2$

注: $M_{\lambda m}$, $n_{\lambda m}$ 和 $M_{\infty m}$ 表示相应量 M_λ , n_λ 和 M_∞ 的极大值。

如果要获取各量的绝对值可通过下列数据得出:

$$M_{\lambda m} = 1.2865 \times 10^{-4} T^5 \quad \text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-5}$$

* 非法定计量单位, 1 erg = 10^{-7} J.