普通高等学校少数民族预科教材（修订版）

# 初等数学

PUTONG GAODENG XUEXIAO
SHAOSHU MINZU YUKE JIAOCAI
(XIUDINGBAN)

（全一册）

教育部普通高等学校少数民族预科教材编写组 编

人民出版社

普通高等学校少数民族预科教材（修订版）

# 初等数学

PUTONG GAODENG XUEXIAO SHAOSHU MINZU YUKE JIAOCAI (XIUDINGBAN)

（全一册）

教育部普通高等学校少数民族预科教材编写组 编

主 编 罗守山

编 者 王学严 刘丽娜 刘志鹏
陈 曦 罗守山 樊 玲

人民出版社

责任编辑：魏晶晶

**图书在版编目（CIP）数据**

初等数学 / 教育部普通高等学校
少数民族预科教材编写组编．—北京：人民出版社，2013
ISBN 978-7-01-012580-0

Ⅰ．①初…　Ⅱ．①教…　Ⅲ．①初等数学—高等学校—教材
Ⅳ．①O12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 220254 号

**初等数学**（全一册）

教育部普通高等学校少数民族预科教材编写组　编

人民出版社　出版发行
（100706　北京市东城区隆福寺街 99 号）

北京泽宇印刷有限公司　新华书店经销

2013 年 9 月第 1 版　2014 年 8 月第 2 次印刷
开本：787 毫米 ×1092 毫米　1/16　印张：25.5　字数：543 千字

书号：ISBN 978-7-01-012580-0　定价：51.00 元

邮购地址　100706　北京市东城区隆福寺街 99 号
人民东方图书销售中心　电话（010）65250042　65289539

# 前　　言

为适应普通高等学校本科预科教学的需要，教育部民族教育司组织专家对原编写的普通高等学校本科预科系列教材及配套练习进行了大幅度的修订。本次修订是以教育部制定的各学科课程标准为依据，参照近年来预科学生的普遍水平，遵循有利于国家统一、民族团结、贴近生活、贴近社会的原则实施的。为保证该套教材及配套练习的适用性，教材修订人员与预科教学一线的教师进行了充分的沟通，同时，许多预科教学一线的具有丰富的教学经验的教师承担了大量的教材修订工作。

修订后的教材及阅读材料按照学生的学制进行了分类，《英语精读》《英语泛读》《汉语精读》《汉语阅读》《汉语写作》等适用于两年制预科的学生；《英语》《英语同步阅读》《大学语文》《大学语文同步阅读》《大学写作教程》等适用于一年制预科的学生，《初等数学》《高等数学》《计算机基础》《民族理论与民族政策》《民族理论与民族政策辅导与阅读材料》适用于所有预科的学生。

修订后的教材同时配有相应的配套练习，其中，《计算机基础》《民族理论与民族政策》在教材中配有练习及思考题；一年制《英语》《大学语文》、两年制《英语精读》及《初等数学》《高等数学》等单独配有练习，分别为：一年制《英语同步练习》《大学语文同步练习》、两年制《英语同步测试》及《初等数学练习册》《高等数学练习册》。配套练习是针对教材专门编写的，是学生使用教材的有益补充，与教材相辅相成，不可或缺。

本套教材及配套练习充分考虑了少数民族学生的实际情况，针对预科阶段的教学特点，在高中阶段各科教学内容的基础上，指导学生对应掌握的学科知识进行查漏补缺，使之全面提高。同时在编写过程中，渗透了新的教育理念，真正贴近学生的需要，注重对学生学习能力的培养，力求把思想性、科学性、趣味性、综合性统一起来，突出适用性和可操

作性。教材力求做到难易适度，由浅入深，逐步提高，使学生通过一年或两年的学习，达到教学目的，成为维护民族团结、促进社会和谐发展、实现民族复兴的骨干人才。

由于编者的水平有限，难免有疏漏或不足之处，希望各地有关学校在使用中提出宝贵意见，以待进一步提高。

# 编写说明

由于近十年全国各少数民族自治区、聚居区经济和教育水平的不断提高，加之高中课程改革的不断深入，为了进一步提高全国各少数民族预科院校的教学质量，2005 年 12 月教育部民族教育司在北京召开了编写“普通高校本科少数民族预科系列教材”启动会。

遵照会议精神，以及听取全国各少数民族预科院校师生的宝贵意见和建议，在全国高校民族预科《数学》教材第二版的基础上，结合《新高中数学课程标准》和《高等数学课程教学基本要求》，我们编写了普通高校本科少数民族预科教材（试用）初等数学》。

多年来，北京邮电大学民族学院在少数民族预科学生的培养上投入了很大的精力，在全国班和新疆班的教学模式上做了很多有益的探索，积累了一些经验，也取得了较好的成绩。在教育部民族司的指导下，在北京邮电大学领导的支持下，本套教材由北京邮电大学的数学教师负责编写。编写教师都是工作在一线的老师，很多都有着在民族预科班教学的经验。

在编写过程中，我们保留了全国高校民族预科《数学》教材第二版的主要知识体系。这次，我们在前期编写的普通高校本科少数民族预科教材（试用）《初等数学》的基础之上进行了修改与完善。在修订的过程中，注重让学生学习掌握基本理论、基本知识、基本技能，培养学生应用数学解决实际问题的能力，增加了例题、习题，同时配有同步练习册。同时，为了让学生对数学家有所了解，增加学生学习数学的兴趣，在部分章节前后有一些数学科学家的名言、生平介绍以及利用数学知识解决的生活中实际问题，供同学课外阅读。从而增加了教材的人文性、实用性。

本教材供各少数民族预科院校一年制学生使用。参加本书编写的有罗守山（第一章）、刘志鹏（第二章）、陈曦（第三、七章）、刘丽娜（第四、八章）、王学严（第五章）、樊玲（第六章）。

在本书的编写过程中，得到了全国各少数民族预科院校及师生的热情帮助。编者所在院校的领导和老师对本书的编写工作进行全力支持，在此，我们表示衷心的感谢。由于时间仓促，书中存在问题及不足之处，敬请广大专家、师生批评指正并给予谅解。

# 内 容 提 要

本教材可以针对一年制（即全国班）和两年制（即新疆班）学生（含同步练习册）的教学而使用。教师可以针对自己学生的情况，对教学内容做适当的删减。本书内容分为预备知识、整式分式与根式、方程与不等式、初等函数及其应用、向量与复数、排列组合和概率论初步、行列式及矩阵初步、解析几何共八章内容。其中目录里标有 * 的章节超出大纲要求，为选学内容. 教师可根据学生程度和学生被录取的目标院校要求不同略去这部分内容，或要求学生自学相关内容。

# 目 录

## 第三章 方程与不等式



## 第四章 初等函数及其应用

## 第六章 排列组合与概率论初步



## 第七章 行列式及矩阵初步

## 第八章 解析几何

# 第一章　预备知识

在数学的领域中，提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要．

——康托(1845—1918)，德国数学家，集合论创立人．

本章简单介绍中学数学中的一些基本运算，其目的是为学习后续内容打好基础．整式运算是代数中最常见和最基本的运算，是其他代数式运算的基础，由它所导出的二项式定理是很重要的公式，应用极其广泛．本章将介绍集合、实数集和复数集、恒等变形与待定系数法、反证法、数学归纳法以及二项式定理等．

## 1.1　集合

学习导航

1. 集合有几种表示方法？各是什么？
2. 集合的交、并运算法则是如何规定的？

集合理论是一门研究数学基础的学科，它试图从一个比“数”更简单的概念——集合出发，定义数及其运算，进而发展到整个数学．集合理论产生于16世纪末．当时，只是由于微积分学的需要，人们仅对数集进行了研究．19世纪末，即1876年至1883年间，康托(Georg Cantor，1845—1918，德国数学家)对任意元素的集合进行了系统的研究．康托被公认为集合理论的创始人．

事实上，集合不仅可用来表示数及其运算，还可以用于非数值信息及离散结构的表示和处理．像数据的删节、插入、排序，数据间关系的描述，数据的组织和查询都很难用传统的数值计算来处理，但可以用集合运算来实现．集合论被广泛应用在计算机科学中，如数据结构、操作系统、数据库、知识库、编译原理、形式语言、程序设计、人工智能、信息检索、CAD等，下面我们简单地复习一下集合的相关概念及运算．

### 1.1.1 集合的概念

在中学的数学课程中，大家对集合及其元素的意义已经有所了解，因此，下面我们做些简要的回顾．

**1. 集合及其元素**

**集合**这一概念是容易被读者所理解的，它指的是由某些具有某种共同特点的个体构成的集体．集合也常称为集，族，类，通常用大写的英文字母 $A,B,C\cdots$ 表示．例如，全体中国人是一个集合；所有整数也是一个集合，简称整数集，记为 $\mathbf{Z}$. 组成一个集合的对象称为这个集合的**元素**，通常用小写的英文字母 $a,b,c\cdots$ 表示，例如所有中国人的集合以每一个中国人为它的元素．元素也常称为元，点或成员．如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，称 $a$ 属于 $A$，记为 $a \in A$；如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，称 $a$ 不属于 $A$，记为 $a \notin A$. 对任何元素 $a$ 和任何集合 $A$，或者 $a \in A$，或者 $a \notin A$，两者必居其一．确定一个集合 $A$，就是要确定哪些元素属于 $A$，哪些元素不属于 $A$.

**集合的元素有三大特性**

(1) 元素的确定性，即根据一个集合可以判断任何一个个体是否属于这个集合，否则这个集体就不是一个集合．例如，所有高个子组成的集体就不是一个集合，由于这里高个子的概念比较模糊，没有明确的说多高才算是高个子．

(2) 元素的无序性，即一个集合中的元素是没有顺序的，元素完全相同，顺序不同的两个集合是完全一样的，即它们表示的是同一个集合．

(3) 元素的互异性，一个集合中的元素是互不相同的．

集合中也可以没有元素．例如平方等于 2 的有理数的集合，既大于 1 又小于 2 的整数的集合都是没有任何元素．这种没有元素的集合我们称之为**空集**，记作 $\varnothing$. 此外，由一个元素构成的集合，我们常称为**单点集**．由有限个元素构成的集合称为**有限集**，否则称为**无限集**．有限集合中成员的个数称为集合的**基数**(无限集合的基数概念也有严格的定义)．集合 $A$ 的基数表示为 $|A|$.

有些常用特定的集合通常用特定字母符号来表示．如：$\mathbf{N}$ 表示所有自然数组成的集合，$\mathbf{Z}$ 表示所有整数组成的集合，$\mathbf{Q}$ 表示所有有理数组成的集合，$\mathbf{R}$ 表示所有实数组成的集合，$\mathbf{C}$ 表示所有复数组成的集合，$\mathbf{Q}^+$ 表示所有正有理数组成的集合，$\mathbf{R}^-$ 表示所有负实数组成的集合，$\mathbf{N}_n$ 表示前 $n$ 个自然数的集合．

**2. 集合的表示法**

集合的表示方法主要有两种：列举法和描述法．

所谓**列举法**，就是列出集合的元素，例如 $A=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ 是表示集合 $A$ 由元素 $a,b,c,d,e,f,g$ 组成．

所谓**描述法**，就是描述出集合中元素适合的条件，也称**构造法**．其表示形式如

$$A=\{x \mid P(x)\} \text{ 或 } A=\{x : P(x)\}$$

其中 $P(x)$ 表示"$x$ 满足性质 $P$"或"$x$ 具有性质 $P$". $A=\{x \mid P(x)\}$ 或 $A=\{x : P(x)\}$ 的意义是:集合 $A$ 由且仅由满足性质 $P$ 的那些对象所组成,也就是说

$$a \in A \text{ 当且仅当 } a \text{ 满足性质 } P(\text{或 } P(a) \text{ 成立}).$$

**例 1.1.1**　以下是常用到的一些集合以及它们的表示.

(1) $\{0,1\}=\{x \mid x=0$ 或 $x=1\}$;

(2) 自然数集合 $\mathbf{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}=\{x \mid x$ 是自然数$\}$;

(3) 整数集合 $\mathbf{Z}=\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}=\{x \mid x$ 是正整数,或零,或负整数$\}$;

(4) 偶整数集合 $\mathbf{E}=\{\cdots,-4,-2,0,2,4,\cdots\}=\{x \mid x$ 是偶数$\}$

$=\{x \mid x \in \mathbf{Z}$ 且 $2 \mid x\}$　($2 \mid x$ 表示 2 整除 $x$);

(5) 前 $n$ 个自然数的集合 $\mathbf{N}_n=\{0,1,2,\cdots,n-1\}$

$=\{x \mid x \in \mathbf{N}$ 且 $0 \leqslant x \leqslant n-1\}$.

**例 1.1.2**　例 1.1.1 之(1)和(5)是有限集,其他为无限集. $|\{0,1\}|=2$, $|\varnothing|=0$, $|\{\varnothing\}|=1$. 即 $\varnothing$ 不同于 $\{\varnothing\}$,前者是没有任何元素的集合,后者是恰含一个元素——空集的单点集.

## 1.1.2　集合的并与交

集合的运算就是以给定集合为对象,按照确定的规则得到另外一些集合. 例如,$A$ 表示"上数学课的学生集合";$B$ 表示"上物理课的学生集合". 如果这两门课安排在同一时间进行期终考试,那么参加这两门课考试发生冲突的学生集合是什么?显然,这个集合是由上数学课且上物理课的学生组成. 为了使这些概念一般化,下面我们定义集合的运算.

**1. 子集**

如果集合 $A$ 的每一个元素都是集合 $B$ 的元素,即若元素 $x$ 属于 $A$,那么 $x$ 属于 $B$,我们便记作 $A \subseteq B$(或 $B \supseteq A$),读作"$A$ 包含于 $B$"(或"$B$ 包含 $A$"),我们把 $A$ 称作是 $B$ 的**子集**,文氏图如图 1.1.1 所示. $A$ 不是 $B$ 的子集,用 $A \not\subseteq B$ 来表示. 如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,则称 $A$ 是 $B$ 的**真子集**. "$A$ 是 $B$ 的真子集"记为 $A \subset B$.

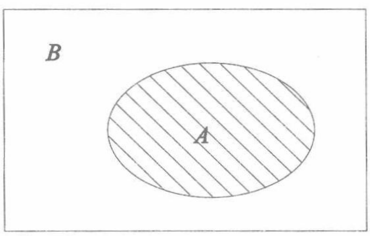


图 1.1.1　子集

集合之间的子集关系或包含关系是集合之间最重要的关系之一. 必须彻底弄清集合之间的子集关系和元素与集合之间的隶属关系这两个完全不同的概念.

**定理 1.1.1**　设 $A,B,C$ 都是集合,则

(1)$A = A$;

(2) 若 $A = B$,则 $B = A$;

(3) 若 $A = B, B = C$,则 $A = C$.

**定理 1.1.2** 设 $A,B,C$ 都是集合,则

(1)$A \subseteq A$;

(2) 若 $A \subseteq B, B \subseteq A$,则 $A = B$;

(3) 若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

**定理 1.1.3** 设 $A,B,C$ 都是集合,则

(1)$A \subset A$ 不成立;

(2)$A \subset B$ 和 $B \subset A$ 不能同时成立;

(3) 如果 $A \subset B$,并且 $B \subset C$,则 $A \subset C$.

这三个定理都比较容易证明,有兴趣的读者可以自己试着证明.

**2. 集合的并**

设 $A,B$ 是两集合,所有属于 $A$ 或属于 $B$ 的元素构成的集,称为 $A$ 和 $B$ 的并集,记为 $A \cup B$,即 $A \cup B = \{x \mid x \in A 或 x \in B\}$. 两个集的并集的文氏图如图 1.1.2 所示.

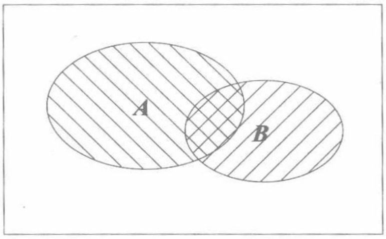


图 1.1.2 并集

集合的并运算具有以下性质:

(1)$A \cup A = A$;

(2)$A \cup \varnothing = A$;

(3)$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

对于多个集合的并,我们可以记为 $W = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$.

**例 1.1.3** 设 $U = \{0,1,2,3,\cdots,9\}, A = \{2,4\}, B = \{4,5,6,7\}, C = \{0,8,9\}, D = \{1,2,3\}$; $A \cup B = \{2,4,5,6,7\}, A \cup B \cup C \cup D = U$.

**3. 集合的交**

由 $A$ 和 $B$ 的所有共同元素构成的集,称为 $A$ 和 $B$ 的交集,记为 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x \mid x \in A 且 x \in B\}$.

两个集合的交集的文氏图如右图 1.1.3,其中阴影部分就是 $A \cap B$.

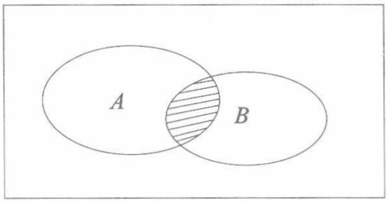


图 1.1.3　交集

集合的交运算具有以下性质：

(1)$A \cap A = A$;

(2)$A \cap \varnothing = \varnothing$;

(3)$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

**4. 集合的补**

当研究集合与集合间的关系时，在某些情况下，这些集合都是某一个给定集合的子集，这个给定的集合就称为全集 $I$. 也就是说，全集含有我们所要研究的各个集合的全体元素.

已知全集 $I$，集合 $A \subseteq I$，由 $I$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合，成为集合 $A$ 在 $I$ 中的补集，记作 $\overline{A}$(读作“$A$ 补”)，即 $\overline{A} = \{x \mid x \in I 且 x \notin A\}$，如图 1.1.4 所示.

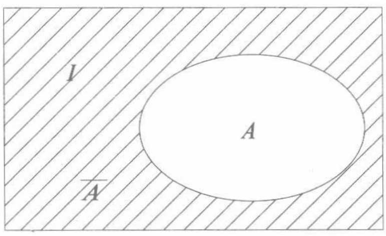


图 1.1.4　补集

由补集的定义可知，对于任何集合 $A$，有

$A \cup \overline{A} = I, A \cap \overline{A} = \varnothing, \overline{\overline{A}} = A$.

例如，设 $I = \{1,2,3,4,5,6\}$，$A = \{1,3,5\}$，则 $\overline{A} = \{2,4,6\}$，且

$$\{1,3,5\} \cup \{2,4,6\} = \{1,2,3,4,5,6,\} = I,$$
$$\{1,3,5\} \cap \{2,4,6\} = \varnothing,$$
$$\overline{\overline{A}} = \{1,3,5\} = A.$$

## 1.1.3　集合的运算规律

就像我们熟悉的加减乘除运算一样，集合的运算也有它的一些规律，现在我们就来简要的概括一下这些运算规律.

**定理 1.1.4**　设 $A,B,C$ 为任意集合，$*$ 代表运算 $\cup$ 或 $\cap$，那么

(1)$A * A = A$;　　　　(等幂律)

(2)$A * B = B * A$;　　　　(交换律)