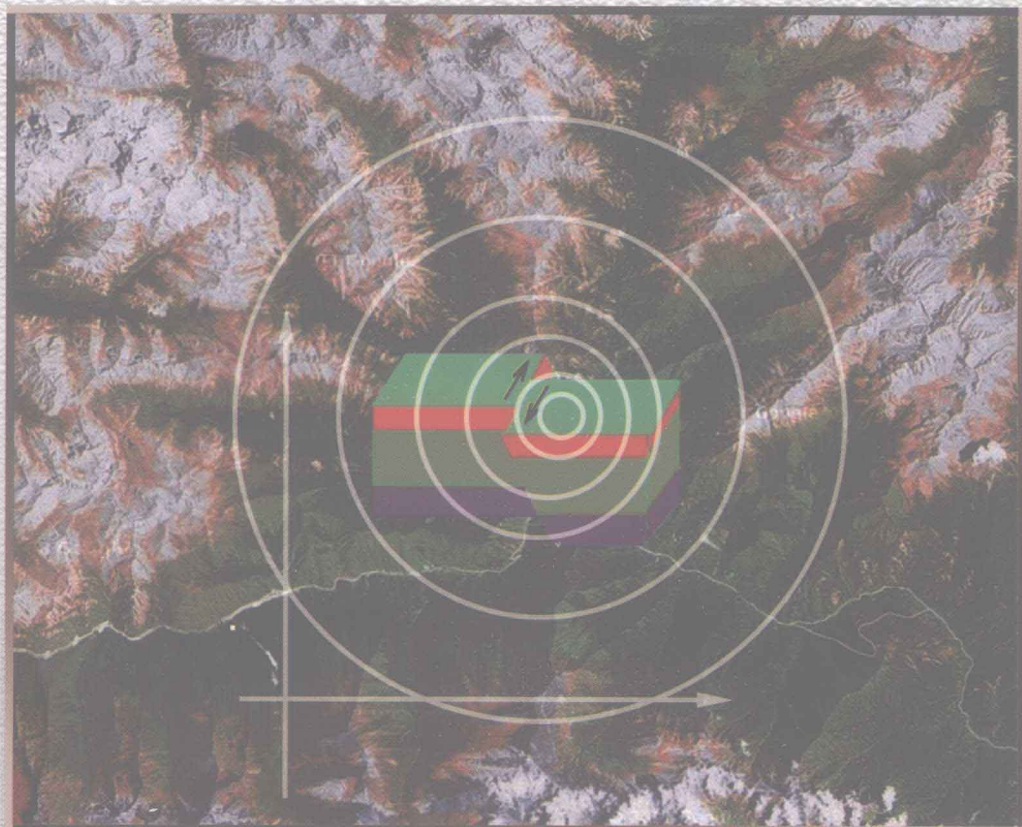


国家自然科学基金资助项目(项目批准号: 40674001)

国土资源大调查项目(No.1212010914015)

位错理论及其在 大地变形 研究中的应用

张永志 编著

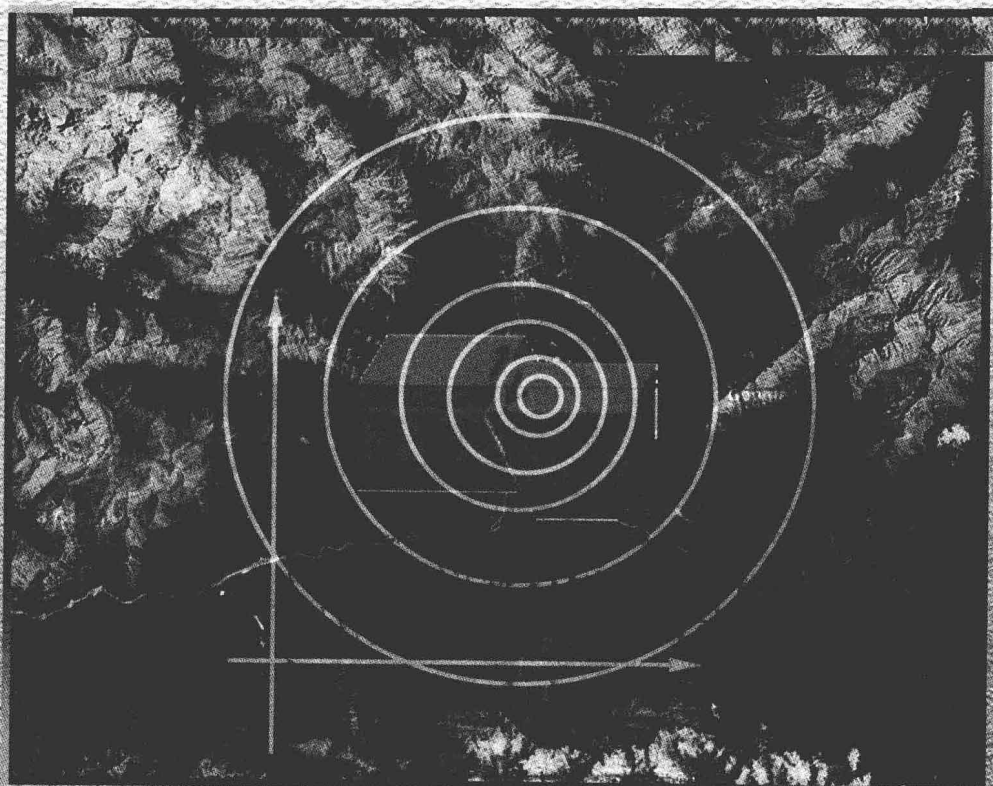


西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

国家自然科学基金资助项目(项目批准号: 40674001)

国土资源大调查项目(No.1212010914015)

位错理论及其在 大地变形 研究中的应用



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

地质力学

内容简介

本书主要介绍了位错理论的发展简介、位错的弹性力学基础、晶体位错的微观和宏观描述、几种简单的位错理论模型、区域形变测量、大地测量反演理论和方法、位错理论在正演变形研究中的应用、位错理论在反演问题研究中的应用。

本书适合于科研院所的科研工作者、工程技术人员及大中专院校的师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

位错理论及其在大地变形研究中的应用/张永志编著.

—西安:西安交通大学出版社,2011.10

ISBN 978-7-5605-3950-8

I. ①位… II. ①张… III. ①位错理论-应用-地壳形变-研究 IV. ①P315.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 117307 号

书 名	位错理论及其在大地变形研究中的应用
编 著	张永志
责任编辑	曹 跃

出版发行	西安交通大学出版社
	(西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049)
网 址	http://www.xjtpress.com
电 话	(029)82668357 82667874(发行中心)
	(029)82668315 82669096(总编办)
传 真	(029)82668280
印 刷	西安交通大学印刷厂

开 本	727mm×960mm 1/16	印张	14.5	字数	263 千字
版次	2011 年 10 月第 1 版		2011 年 10 月第 1 次印刷		
书 号	ISBN 978-7-5605-3950-8/P·1				
定 价	28.00 元				

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

订购热线:(029)82665248 (029)82665249

投稿热线:(029)82664954

读者信箱:jdlgy@yahoo.cn

版权所有 侵权必究

前 言

本书系统地介绍了位错理论的微观、宏观发展过程及其在晶体物理、断裂力学和大地变形研究中的应用,特别是对位错理论在利用大地测量方法来研究断层活动中的基本理论、基本方法、正反演计算方法及其利用实测数据对断层活动、地裂缝活动、火山活动等的研究进行了系统深入的讨论和分析,并给出了多个研究实例,可为从事地壳形变、地震活动等的相关研究人员和博士研究生、硕士研究生提供参考。

本书主要内容包括位错理论发展以及应用在地学领域国内外发展现状;弹性变形的基本概念、基本假设、基本方程等;对晶体位错的微观和宏观描述;介绍了几种简单的位错理论模型,并数值模拟了各种类型断层活动引起地表几何空间位置变化以及重力变化;区域形变测量;介绍了大地测量反演理论和常用的大地测量反演算法;应用位错理论研究青藏高原东北缘水平变形、西安地面沉降、火山形变等;结合实测祁连山、龙门山、汾渭盆地等区域的大地测量观测数据,采用最小二乘算、遗传算法、蚁群算法、粒子群算法等不同算法,对研究区域断层的运动参数进行了反演计算。

本书主要由长安大学张永志教授编写,其他参与编写和资料整理的人员有陕西铁路工程职业技术学院段虎荣、长安大学徐海军、山锋、刘杰、何永辉、黄蓉、孙亚力、罗成、李立功、张秀霞、康荣华、杜娟等。

由于作者水平有限,时间仓促,内容的选择和安排并不一定合理,不足之处在所难免,我们欢迎广大读者批评指正,以使本书日臻完善。

编者

2011年4月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 位错理论发展简介	(1)
1.2 位错理论在地学中应用现状	(4)
1.2.1 中国位错理论研究进展	(5)
1.2.2 非均匀位错的分布特征	(5)
第 2 章 位错的弹性力学基础	(7)
2.1 弹性理论的基本假设	(7)
2.2 弹性变形的基本概念	(8)
2.2.1 外力	(8)
2.2.2 应力	(9)
2.2.3 应变	(10)
2.2.4 位移	(10)
2.3 弹性理论的基本方程	(11)
2.3.1 平衡微分方程——应力和体力的关系	(11)
2.3.2 几何方程——应变与位移的关系	(12)
2.3.3 物理方程——应力和应变的本构关系	(15)
2.4 地壳的弹性变形	(16)
2.4.1 具有一个弹性对称面的材料	(16)
2.4.2 各向同性面与横向各向同性弹性材料	(17)
2.4.3 完全弹性对称与各向同性弹性材料	(18)
第 3 章 晶体位错的微观和宏观描述	(21)
3.1 晶体位错理论	(21)
3.1.1 刃型位错和螺型位错	(21)
3.1.2 晶体缺陷和 Burgers 矢量	(27)
3.2 位错理论的断裂力学描述	(36)
3.2.1 裂纹的分类	(36)
3.2.2 裂纹对材料强度的影响	(38)
3.3 位错理论的地学描述	(41)
3.3.1 各向同性无限介质中的静力弹性位错	(41)

3.3.2	无限介质中的沃尔特拉位错·····	(47)
3.3.3	半无限各向同性介质中的静力弹性位错·····	(51)
3.3.4	断层产生的形变场·····	(59)
第4章	几种简单的位错理论模型 ·····	(61)
4.1	点源位错理论·····	(62)
4.1.1	点源位错引起的位移·····	(62)
4.1.2	点源位错引起的应变·····	(63)
4.2	矩形位错理论·····	(64)
4.2.1	矩形位错引起的位移·····	(64)
4.2.2	矩形位错引起的应变·····	(67)
4.2.3	位错引起的内部形变·····	(68)
4.3	地壳水平及垂直运动的负位错模型·····	(70)
4.4	断层活动与地表变形及重力变化的关系·····	(71)
4.5	位错理论模型的进一步发展·····	(81)
第5章	区域形变测量 ·····	(83)
5.1	区域形变测量简介·····	(83)
5.1.1	区域形变测量的任务·····	(83)
5.1.2	基于常规大地测量手段的区域形变测量·····	(84)
5.2	近场形变测量·····	(90)
5.2.1	跨断层大地形变测量·····	(91)
5.2.2	定点断层形变测量·····	(95)
5.3	地壳形变监测的空间观测技术·····	(106)
5.3.1	全球卫星定位系统·····	(106)
5.3.2	D-InSAR·····	(121)
5.3.3	卫星重力测量·····	(138)
5.3.4	卫星激光测距·····	(145)
5.3.5	VLBI·····	(152)
5.3.6	三维激光扫描·····	(154)
第6章	大地测量反演理论和方法 ·····	(157)
6.1	大地测量反演的基本理论·····	(157)
6.2	反演方法的进展·····	(158)
6.3	大地测量反演算法的研究·····	(159)
6.3.1	最小二乘法·····	(160)
6.3.2	遗传算法的原理和方法·····	(161)
6.3.3	蚁群算法·····	(162)

6.3.4	粒子群算法	(165)
6.3.5	蒙特卡洛算法	(165)
6.3.6	模拟退火算法	(166)
第7章	位错理论在正演变形研究中的应用	(170)
7.1	青藏高原东北缘水平变形的模拟	(170)
7.2	青藏高原东北缘断层活动引起的地壳变形与重力场变化研究	(173)
7.2.1	局部断层活动变形引起的重力变化理论模型	(174)
7.2.2	断层活动引起地面重力变化的位错模型模拟计算	(175)
7.3	位错理论在西安地面沉降模拟中的应用研究	(178)
7.4	位错模型在火山形变中的数值模拟研究	(181)
7.4.1	理论模型	(182)
7.4.2	火山引起的三维形变场数值模拟结果分析	(182)
第8章	位错理论在反演问题研究中的应用	(185)
8.1	祁连山断裂的 GPS 数据最小二乘法反演研究	(185)
8.1.1	GPS 观测资料分析	(185)
8.1.2	GPS 数据对祁连山断裂的最小二乘法三维运动反演	(186)
8.2	龙门山断裂的遗传算法反演	(188)
8.2.1	龙门山断裂	(188)
8.2.2	龙门山断裂反演	(189)
8.3	祁连山断裂的 GPS、重力数据蚁群算法反演研究	(192)
8.3.1	研究区域的地质背景及观测资料	(192)
8.3.2	蚁群算法在单一数据反演中的应用	(193)
8.3.3	多种数据的蚁群算法反演	(199)
8.4	汾渭盆地地裂活动的粒子群算法反演	(204)
8.4.1	汾渭盆地	(204)
8.4.2	渭河盆地主要断层运动模型的粒子群算法反演分析	(205)
参考文献		(207)

第 1 章 绪论

1.1 位错理论发展简介

前苏联学者 Иоффе, 英国学者 A. A. Griffith, 德国学者 U. Dehlinger、F. Zwyker 和 A. Goertz 等人在 20 世纪 20 年代就开始了固体材料的微观力学研究。到了 20 世纪 30 年代, 这门学科的研究趋向成熟, 匈牙利的 E. Orowan, 德国的 M. Polanyi, 英国的 G. I. Taylor 等发表了描述晶体中微观缺陷图像的论文, 阐明了位错理论的物理概念。Taylor 在论文中假设当位错这种缺陷在晶体中成为列阵时, 可计算晶体的加工硬化, 并与实验结果进行了比较。这是材料力学中将微观结构与宏观实测联系起来的初步尝试。Taylor 将这种缺陷命名为位错(dislocation)。1956 年, J. W. Menter 和 P. B. Hirsch 在电子显微镜中观察到这种晶体中缺陷的形态结构与 Taylor 所设想的丝毫不异。自此, 位错学说予以成立, 并在固体物理学中成为一个重要的研究领域。

天然晶体或人造晶体构成不可能十分完美, 缺陷的存在是不可避免的。科学工作者的任务就是要研究它的结构、形态以及它的由来。位错是晶体中的主要缺陷之一, 它也存在于非晶态和连续介质中。缺陷的存在并非对物质都是有害的, 半导体中需要掺进微址元素以成结, 金属强化途径之一即为加工增加位错。20 世纪 50 年代末有若干科学家主张制造完全没有位错的晶体以达到晶体的理想强度, 结果最终事与愿违, 徒劳无功。

位错理论的发展与晶体力学性质的微观理论有着极密切的联系, 但它们是两个不同的课题。本书主要在于阐述位错理论的基础, 至于若干有关晶体力学性质的问题作为问题的提出及理论的应用去处理。随着对材料力学性质的实验和理论的发展, 肯定会提出更多精细具体的微观模型和机制, 用于说明或预测晶体力学性质的各种现象, 这显然是一个广大的研究领域。本书只是表述位错理论的基础与重点及其在大地形变研究中的应用, 而无意深入涉及其他领域重要的、广泛的、实际的工作。

另一方面, 位错作为一种实际存在于晶体之中的结构缺陷, 也有人把它看作是

晶体中的一种拓扑性元激发,它与固体中其他类型的元激发,例如电子与声子,它们之间必定会发生不容忽视的相互作用,从而对于固体的电学性质、磁学性质、超导电性质以及光学性质等产生一定程度的影响。

晶体是一种有序的凝聚态物质,有序态可以用某种有序参量来描述。若在一些实空间区域内有序态遭到严重破坏,那里的有序参量将发生突变,甚至出现奇异性,这些区域就是缺陷,这是有序物质中缺陷的一般定义。有序物质中缺陷的实例很多,例如晶体点阵空位、间隙原子、位错、超导体和超流体的量子涡旋线、晶体中的堆垛层错、有序合金中的反相畴界、铁磁体中的磁畴壁和铁电体中的电畴界等。现今,缺陷在凝聚态物理中所起的重要作用愈来愈引人注目,关于缺陷的研究也愈来愈丰富。

早在 20 世纪初期,Volterra, Weingarten 和 Somigliana 等意大利学派的弹性力学专家们就在连续介质弹性力学中引入了位错的概念。连续弹性介质中的位错可以产生多值的应力场,它们也是内应力的来源。位错的引入是传统古典弹性力学的一个发展,在 Love 的标准著作《The Mathematical Theory of Elasticity》一书中对这一课题也曾进行过阐述。

几乎与此同时,物理学家对晶体的范性行为开始了细致的研究。1913 年至 1914 年,Baker 和 Andrade 分别观察到在经过拉伸的钠、钾、汞、铅、锡的单晶体表面上呈现出鱼鳞状的条纹,这就是以后所称的滑移带。继此以后,许多科学家对金属和离子晶体的范性进行了大量的工作,我国学者钱临照先生对体心立方金属钠、钾和钼的研究方面进行了开创性的工作。为了说明晶体范性行为的微观机理,在 1928 和 1929 年,Prandtl 和 Dehlinger 分别提出晶体滑移过程中原子以类似于所谓位错的晶体缺陷组态作集体运动的观念。1934 年,Taylor,Polanyi 和 Orowan 三位科学家分别独立地提出了晶体中位错的概念和图像。特别是 Taylor,他把晶体中的位错与早期 Volterra 处理的弹性体中的位错明确地对应起来,从而在固体物理学中首次引入刃型位错的概念,作为一种线型的晶体缺陷。1939 年,Burgers 引入了另一种类型的位错,即螺型位错,指出了位错强度,即后来所称的 Burgers 矢量 b 的意义及重要性;并且推导出了关于各向同性介质中任意(平移)位错环所产生的位移场的普遍公式,即著名的 Burgers 公式。

1938 年,Frenkel 和 Kontorova 从完整晶体出发,采用一个简单的一维模型,得出晶体在受外力作用的过程中点阵中会有位错传播的论断,这可以看作是位错点阵模型的开端。1940 年,Peierls 提出关于简单立方晶体中刃型位错的一个部分离散模型。1947 年,Nabarro 对此加以发展,完成著名的 Peierls-Nabarro 模型,在理解晶体点阵中位错结构问题上前进了一大步,并计算了位错宽度和位错在晶体中滑移所受阻力这两个重要的量。同是在 1947 年,Cottrell 报告了他关于溶质原子与位错相互作用的设想,并据此解释碳素钢的屈服点,获得了满意的结果。这是

金属与合金力学性质微观理论方面的一项开创性工作。同时,Heidenreich 和 Shockley 具体描绘出了面心立方结构晶体中位错分解扩展的过程,引入了不完全位错的概念,首次说明了晶体结构与位错精维结构的关系。

上述工作一方面是引入了晶体中线型缺陷——位错的概念和模型,说明了位错结构的若干细节,另一方面在解释实际晶体的力学强度问题上作出了重大进展。

1949年, Frank 首次把位错的存在及相应的原子组态与晶体生长机制联系起来,解释了实际的晶体生长速度为何远高于完整晶体模型的理论生长速度。1950年, Griffin 用显微镜观察到绿柱石表面上一对螺型位错露头处发展出来的蜷线型生长台阶。可以认为这是继发现范性形变后的单晶体表面上出现滑移带之后关于位错存在的第二类实验证据。

早在1939和1940年, Burgers 和 Bragg 就曾分别提出过小角晶界可能是由规则排列的刃型位错构成。1950年, Read 和 Shockley 对晶界的位错结构进行了精确的理论分析。1953年, Vogel 等利用浸蚀法观察到位错在晶体表面的露头点,验证了关于小角晶上位错分布与晶粒相对取向之间关系的理论预测,这是关于位错存在的又一类实验证据。同年, Hedges 和 Michell 使 Ag 原子沉淀在 AgBr 晶体中的位错线上而将晶体中的位错网络显示出来,这就是缀饰法,是位错实验观察的另一方法。位错直接观察最有力的方法是电子显微镜。1956年, Menter 首次用电子显微镜观察到铂酞花青(Pt-Phthalocynine)晶体中的位错。同年, Hirsch 等在电子显微镜下用衍射法观察到金属晶体中位错的运动。自此以后,关于位错直接观察的工作迅速发展。

在自20世纪30年代至50年代这一时期,以位错及其他晶体缺陷理论为基础的固体力学性质的微观理论也获得极为可观的进展。

50年代上半叶,位错理论的一个重要发展是位错连续分布的理论,或称位错的连续统理论。Eshelby 等较早就开始发展缺陷的连续统理论。关于无限小位错连续分布的观念也逐步引入。1953年, Nye 首次明确定义位错密度张量,并把它与点阵曲率联系起来。1955年前后, Kroner 处理了位错连续分布的几何学和静力学,在线性弹性力学范围内分析了由连续分布位错所引起的非协调性应变及内应力。同期,近藤及 Bilby 等建立了连续分布位错状态(场)的普遍微分几何理论,阐明了分布位错在非黎曼空间中的实现。这些工作开创了位错场论这一重要新领域,对于大形变非线性情况,采用微分几何理论也可进行处理。

继位错的微分几何理论以后,在20世纪70年代缺陷理论出现了两个方面重大的,但也是更普遍抽象的理论发展:其一是有序介质中缺陷的代数拓扑理论;其二是缺陷的规范场理论。第一个方面的先驱性工作是由 Rougula 及 Toulouse 和 Klemen 等人提出的。他们用序参量场描述有序介质,并建立相应的序参量空间,它是一个拓扑空间。然后应用代数拓扑学的同伦论,构造序参量空间上的同伦群,

证明此群的每一个群元标志一类缺陷。这样就给有序介质(包括晶态物质)中的缺陷提供了一个绝对的分类,另外还可以预言一些原来几乎无法设想的运动学行为。第二个方面的首创性贡献属于 Golebiewska-Losta、Edelen、Julia 和 Toulouse 等人,他们的工作是把缺陷动力学理论纳入杨-Mills 规范场论的框架结构,对于位错的连续统场论可望得出一些新的结果。这些发展可以认为是缺陷理论现代最普遍的形式。

实际晶体中的缺陷,尤其是位错,对于固体的许多物理性质,例如半导体的电学性质,超导体、铁磁体的性质的作用,是近年来持续进行研究的、引人入胜的课题,值得固体物理实验与理论工作者更充分的重视。无序和缺陷态的模型和理论已经成为现代凝聚态物理的重要组成部分。

1.2 位错理论在地学中应用现状

地壳中的奇变源(断层)裂纹活动是引起地壳局部变形的主要原因之一,断层面上质点的运动与地面观测到的地面变形的关系可通过点源位错理论来描述,断层面上质点的平移与地面形变场、应变场和应变梯度的关系,目前只是在几何形状比较简单的点源位错以及断层面上滑动量为常数的矩形位错有解析解。对位错理论模型与断层活动的关系进行深入研究具有重要的科学意义。首先,借助于位错理论模型,可以通过地面大地测量观测结果来了解和认识地球内部断层活动的动力学过程,从而为地震、海啸等自然灾害的预测研究提供必要的理论基础;另一方面,由于地下断层活动引起的面变形,对公路、铁路、建筑和生态环境等都会造成重要的影响。因此,位错理论模型的深入研究可为有关的部门的研究工作提供必要的理论研究基础和参考依据。位错理论被 Steketee 于 1958 由微观引进来研究宏观大地形变问题,经历了几十年的发展过程,无数描述均匀半无限空间中位错滑动与地面变形的表示公式随着“位错源”的类型的增加而被导出。如 Steketee(1958)导出了 Poisson 体中垂直走滑点源位错引起的地面位移场的表示公式, Iwasaki(1979)导出了在具有任意弹性模量的介质中倾斜剪切断层位错引起的地面应变场表示公式。在后续的发展中,更多的努力放在发展更现实的地球模型,如在位错模型中包含地球曲率的影响,在位错模型中考虑地面地形分布的影响以及地壳分层结构的影响等。Okada(1985~1992)系统地总结了在弹性半无限均匀介质中点源位错和矩形位错在走滑、倾滑、拉张和膨胀等情况下在地面及其地球内部引起的位移场与应变场解析表达形式。随着空间测地技术的发展(GPS、InSAR 等),获得的地面变形场的数据的分辨率和精度都越来越高,迫切需要对理论模型的完善和改进,以便对观测结果进行更合理的解释。位错理论模型在国际上的应用研究获得了许多成功的研究结果,一些观测到的大地变形现象可用位错理论模型来进行

合理解释。

GPS 观测结果也可通过位错理论模型来进行合理解释,如 Heki 等利用位错理论模型模拟的同震变形和震后断层滑动变形,并与 GPS 观测结果进行了对比研究,发现两者具有较好的一致性。近年来,Guangyu Fu 等采用数值方法研究了断层滑动量的空间分布对计算同震变形的影响。W. K. Sun 等采用渐近分布模型计算了同震位错变形引起的地面重力场变化。Banerjee 等采用弹性半球面空间位错理论模型和 41 个连续观测的远场 GPS 资料对 Sumatra-Andauan 地震断层的滑动量进行了成功的计算研究,并得出了震中位置的最大滑动量为 15 米等结果。

1.2.1 中国位错理论研究进展

位错理论模型在国内也进行了一些相应的应用研究,早期国内与位错理论有关的研究(如陈运泰等)导出了当介质的拉梅常数不相等时的位错与地面变形的表示关系,并用位错理论模型模拟了我国邢台地震过程中的大地变形。吴忠良等对 1979 年 Imperial Valley 地震、1989 年 Loma Prieta 地震、1992 年 Landers 地震、1994 年 Northridge 地震和 1995 年阪神地震等多个地震断层面的位错分布研究表明,地震断层面的位错分布是高度不均匀的。其他有关的研究,如伍吉仓等利用位错模型和 GPS 资料反演了我国华北地区断层的滑动速率;申重阳等对川滇菱形块体主要边界运动采用位错理论模型和 GPS 数据进行反演研究;何玉梅等利用位错模型研究中国台湾南部及其周边岛屿的现今地壳形变等。国内与位错理论研究有关的研究还有反(负)位错理论模型,其研究方法是将地质块体看成刚体,地质块体之间的联系采用位错理论模型参数来描述。断层面上滑动量与地质块体上位移场的关系表示成坐标的线性函数,张希等采用负位错模型对昆仑山口西 8.1 级地震前后地壳垂直运动进行了研究。

1.2.2 非均匀位错的分布特征

位错理论模型描述了介质中不连续面上相对滑动量的分布与周围介质和边界面位移场分布的理论关系,目前只有几何形状比较简单的位错(点源位错和矩形位错),而且在整个断层面上滑动量为常数时可用解析表达式来表示,如果将断层由若干段不连续的裂纹组成,每段裂纹可用矩形位错来进行近似描述。

地面位移场表达式是($U_1 U_2 U_3$)在整过断层面的滑动分布为常数时由点源位错模型积分而得出的。实际数值模拟结果和观测结果表明,断层面上位移分布是不均匀的,断层中间部分位移场比两端大得多,如 Sumatra-Andauan 大地震中最大滑动量为 15 米,两端点附近很小,具有中间大,两头小的特征。如果将断层面的位移滑动量设成是坐标 x, y 和 z 的函数,若在不考虑断层划动大小随 y 和 z 变化的情况下,滑动量($U_1 U_2 U_3$)随 x 的变化可表示为

$$U_I = \frac{b\sigma}{\pi A} [x(L-x)]^{\frac{1}{2}} \quad (1.1.1)$$

式(1.1.1)中, I 等于 1, 2, 3 表示断层的走滑、倾滑和张开方向; b 为 Burgers 矢量; σ 为远场作用的均匀应力; 对于张开型和倾滑型断层, $A = \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)}$; 对于走滑断层, $A = \frac{\mu b}{2\pi}$; μ, ν 为介质的拉梅常数。

从式(1.1.1)的理论模型可以看出, 在断层的两 endpoints, $x=0, x=L$, 断层面上滑动位移量为 0。而在断层的中间, 断层的位移滑动量最大。数值模拟结果和实际物理模型分析表明, 在断层的活动过程中, 断层中部的位移量远比两端点的位移量大, 因此, 式(1.1.1)在模拟远场变形(离断层距离较远)时具有较好的近似结果, 但在模拟近场(特别是在两端点附近)变形时, 值得进一步深入研究。另一方面, 随着目前大地测量观测技术的发展, 获得大地测量观测资料的精度、空间分布、时间分布都有了极大改善。理论上要求更完善、更严密的理论模型和分析方法。因此, 更加精确的理论模型在利用地面大地测量资料对断层活动过程进行理论解释以及利用地面大地测量资料进行正演研究、反演研究时都具有及其重要的理论和实际意义。

第2章 位错的弹性力学基础

2.1 弹性理论的基本假设

任何一门学科都是在一定的基本假设前提下建立起来的,弹性力学也是如此。这些基本假设事实上规定了弹性力学的研究范围,如果超出这种范围,弹性理论必须被修正以便适用于新的前提条件。弹性力学的基本假设和一般变形体力学的基本假设相似,不外乎两个方面:一方面是物理假设,即关于物体材料性质的假设;另一方面是为了应用数学分析的工具而所作的几何连续性假设。

(1)连续性假设。所谓连续性假设有两层含义,一方面是认为组成物体的物质粒子连续地充满了物体所占的整个空间;另一方面是认为物体内的各力学量(例如密度、应力、应变、位移等)都是物体所占空间点的连续函数,同时还认为物体变形后仍是连续的,不产生新的不连续面或不连续线,即变形前物体中的质点与变形后物体中的质点是一一对应的。这里所说的连续性假设虽然对一般的变形体力学也是适用的,然而,严格地说这只是一种近似假设。实际上,由于物体是由原子和分子组成的,对于固体而言,物体可认为是由无数多的多晶体晶粒组成的,而这些物质粒子之间本身存在着空隙,因此构成物体的物质粒子实际上不可能是连续地充满整个物体的。不过,因为考虑的是物体的宏观力学过程,物体的宏观尺寸远大于粒子之间的相对距离,故可认为连续性假设是成立的。

(2)线性弹性假设。所谓弹性是指物体在外界因素作用下发生变形,而当除去外界因素时,物体立即恢复其原来形状的性质。用数学语言来表达就是应力和应变之间双方互为单值函数,而且与变形过程无关。当应力和应变之间服从线性规律,即胡克(Hooke)定律时,则称物体服从线性弹性假设。虽然胡克定律是可以通过实验得到验证的,但胡克定律亦是可以根据热力学定律导出来的。对于许多工程结构材料而言,当应力不超过一定限度时,线性弹性假设是符合实际的。线性弹性假设是弹性力学与其他连续体力学的本质区别。

(3)均匀性假设。这一假设认为,构件任一质点的力学性质与其所处部位无关,即各部位的力学性质是一样的。按此假设,可以从构件内部任何一个部分取出

一个微体来研究,它的力学性质就代表了整个构件的力学性质。

(4)各向同性假设。各向同性假设也就是指整个物体是由同一种材料组成的。这样,整个物体的所有各部分才具有相同的弹性,因而物体的弹性常数才不随方向的改变而改变。显然,木材和竹材的构件都不能当做各向同性体。至于钢材的构件,虽然它含有各向异性的晶体,但由于晶体很微小,而且是随机排列的,所以钢材构件的弹性(包含无数多微小晶体随机排列时的宏观弹性)大致是各向相同的。

(5)小变形假设。小变形假设即假定位移的形变是微小的。这就是说,假定物体受力以后,整个物体所有各点的位移都远远小于物体原来的尺寸,并且应变和转角都远小于1。这样,在建立物体变形以后的平衡方程时,就可以用变形以前的尺寸来代替变形以后的尺寸,而不致引起显著的误差。并且,在考察物体的形变及位移时,转角和应变的二次幂或乘积都可以略去不计,这才可能使得弹性力学中的代数方程和微分方程简化为线性方程。

2.2 弹性变形的基本概念

2.2.1 外力

使物体发生变形的原因很多,例如物体受热会发生运动和变形,而置于电磁场中的铁磁结构,由于电磁场的作用亦会产生相应的变形。在本章中,将不涉及热力、化学力以及电磁力等,而只考虑作用于物体上的机械力,它们可以看成是由于物体之间的相互作用而产生的。在连续介质中,作用于物体的机械力一般可以分为三种类型,即外部体载荷、外部面载荷和内部载荷。

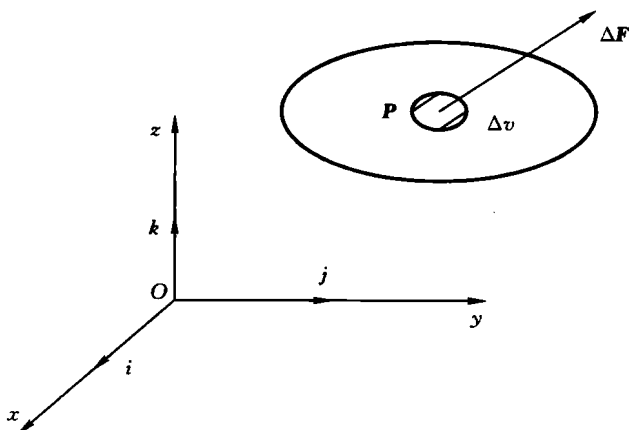


图 2-2-1

外部体积力又称为外部体积力,简称为体力。这种力是作用在物体单位体积上的力,更确切地说,这种力是作用在物体单位质量上的力,所以亦称质量力。重力是一种最常见的体积力,此外还有惯性力、电磁力等。假设存在一个体积力密度 f 或质量力密度 f_0 ($f = \rho f_0$, ρ 为密度),它可以由一个极限过程来定义。设在物体中某点 P ,取一微小的体积 Δv ,设作用在 Δv 上的体积力之合力为 ΔF ,则体积力密度 f 定义为

$$f = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta v} \quad (2.2.1)$$

其中, f 的方向为 ΔF 的极限方向。一般地, f 是点的坐标的函数,在动力学中,它还可能是时间 t 以及速度等其他因素的函数。在直角坐标系 $Oxyz$ 中, f 有三个分量 f_x, f_y, f_z , 因此

$$f = f_x i + f_y j + f_z k \quad (2.2.2)$$

式中, i, j, k 为坐标轴的单位矢量。体积力的分量以沿坐标轴的正方向为正,反之则为负。体积力 f 的量纲 $[f] = [\text{力}]/[\text{长度}]^3$, 其单位为 N/m^3 。

2.2.2 应力

为了说明内力的存在性,设想过物体中的 P 点用一个法线为 n 的假想截面 S 将物体分割成两部分,记为 V_+ 和 V_- , 其中 V_+ 表示以 n 为外法线的截面 S 和边界 S_+ 所围成的体积,而 V_- 表示以 $-n$ 为外法线的截面 S 和边界 S_- 所围成的体积,如图 2-2-2 所示。现在,设想将 V_- (或 V_+) 去掉,由于物体原来是平衡的,所以为使 V_+ (或 V_-) 仍保持平衡,通过截面 S , V_- (V_+) 将对 V_+ (V_-) 作用一种力 F_+ (F_-), 这种力就是内部载荷或内力。由作用和反作用定律可知, $F_- = F_+$ 。

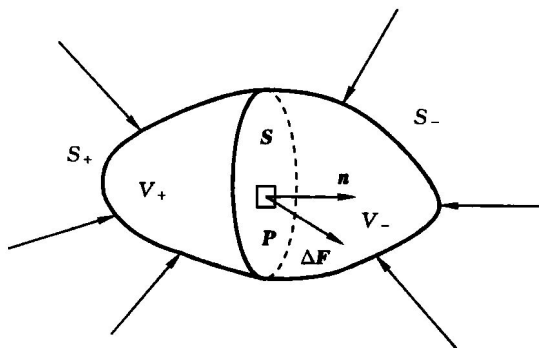


图 2-2-2

现在,过截面 S 上的 P 点取微元面积 Δs ,并设 V_- 通过 Δs 作用于 V_+ 上的合

力为 ΔF , 则比值 $\frac{\Delta F}{\Delta s}$ 当 $\Delta s \rightarrow 0$ 时的极限为

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \lim_{\Delta s} \frac{\Delta F}{\Delta s} = t \quad (2.2.3)$$

被极限称为作用在 P 点处以 n 为外法线的截面上的应力矢量。显然, 应力矢量 t 不仅依赖于 P 点的坐标, 而且还依赖于截面的外法线方向 n , 所以通常用 t 来表示应力矢量对作用面的法线方向的依赖关系。由作用与反作用定律可知, 过 P 点以 $-n$ 为外法线的截面上的应力矢量应为 $t_{(-n)}$, 而且有

$$t_{(-n)} = -t_{(n)}$$

但它们是作用在过物体同一点不同部分上的应力。根据应力矢量的定义, 应力是一种面力。应力矢量 $t_{(n)}$ 沿作用面法线方向的投影, 即 $\sigma_n = t_{(n)} \cdot n$ 称为正应力, 而在作用面上的投影, 即 $\tau_{ns} = t_{(n)} \cdot s$ 称为切应力或剪应力, 式中 S 为作用面上的单位矢量。

2.2.3 应变

任一线段上每单位长度的伸长或缩短叫做正应变, 任意两个线段之间原为直角的角度的改变叫做剪应变。

正应变用 ϵ 表示, 若加一个下标, 例如 ϵ_y , 表示沿 y 方向的正应变。

剪应变用 γ 表示, 若加两个下标, 例如 γ_{yz} , 表示沿 y 和 z 两个方向的线段之间的剪应变。依此类推, 与应力分量相仿, 可将三个正应变 $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 和三个剪应变 $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ 统称为一点的应变分量。

正应变以伸长为正, 缩短为负; 剪应变以使直角变小时为正, 反之为负。

2.2.4 位移

取直角坐标系 $Oxyz$ 。设物体变形前在该坐标系中占有区域 V , 表面为 S , 变形后物体占有区域 V' , 表面为 S' 。一般地, V 和 V' , S 和 S' 都是不同的, 而且 V' 和 S' 是未知的。设变形前物体内一点 P , 其坐标为 (x, y, z) , 矢径为 P ; 变形后, 该点变成 P' , 设其坐标为 (x', y', z') , 矢径为 P' , 如图 2-2-3 所示。

于是, 变形前后位置矢量之差称为点 P 的位移矢量, 记为 U , 因而

$$U = P' - P \quad (2.2.4)$$

设 U 在坐标系 $Oxyz$ 中的分量为 u, v, w , 即 $U = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$, 因此

$$u = x' - x, \quad v = y' - y, \quad w = z' - z \quad (2.2.5)$$

显然, 位移分量 u, v, w 都是点 P 的坐标 x, y, z 的函数, 当考虑动力学问题时, 它们也是时间的函数。本书中假设它们对坐标具有三阶连续的偏导数。在小变形理论中, 各位移分量的绝对值与物体的最小特征尺寸 (通常用 1 来表示) 相比都是