

名师导学

初二数学巩固提高讲座

吕学礼 主编·明知白 副主编



北京工业大学出版社

名师导学

初二数学巩固提高讲座

主 编 吕学礼

副主编 明知白

北京工业大学出版社

内 容 简 介

本书源于课本,有些内容略高于课本.对初中二年级的数学基础知识,既复习巩固,又综合运用;对数学技巧方法,既说明思路,又广为举例.希望通过本书的学习能达到帮助学生拓宽知识、提高能力的目的.

本书为讲座集形式,将教材每一章分为若干讲座,每一讲座就一个讲题综合讲述,并附有习题和答案.全书分为七章,共16个讲座.

本书主编是著名的中学教材专家,参加了1954年至1980年期间历届中学教学大纲的起草工作,参加了1954年到今人民教育出版社出版的历次中学数学能用课本、教学指导书、习题集的编写、校订工作,其他编著者也都是著名教师,有丰富的教学经验和写作经验.

名师导学——初二数学巩固提高讲座

主 编 吕学礼

副主编 明知白

*

北京工业大学出版社出版发行

各地新华书店经销

世界知识印刷厂印刷

*

1994年11月第1版 1994年11月第1次印刷

787×1092毫米 32开本 11印张 244千字

印数:1~31000册

ISBN7-5639-0405-0/G·197

定价:6.80元

(京)新登字 212 号

编著者简介

主 编：吕学礼

副主编：明知白

其他编著者(按笔划排序)：

齐智华 罗怀祖 夏兆丰 郭立昌 郭 璋

吕学礼 1919 年生，上海青浦人，1942 年毕业于上海交通大学数学系。

历任中学数学教员，上海交通大学数学系助教、讲师，人民教育出版社数学室编辑、编审，参加 1954 年至 1980 年期间历届中学数学教学大纲的起草工作，参加 1954 年以来历次中学数学通用课本、教学指导书、教学参考书、习题集的编写、校订工作。



编著有《中学数学教学一得集》、《中学数学实际问题选》、《中学数学实用题解》、《初中数学应用例解》、《平面向量和空间向量》、《代数矩阵与几何变换浅说》等；合著有《分角线相等的三角形(初等几何机器证明问题)》、《初级计算机原理和使用》、《BASIC 语言——电子计算机初步知识(高中数学选用教材)》等；合译有《计算机程序设计 Logo 语言》等。

明知白 1938年生,湖南临沅人。

1957年至1963年就读于北京大学数学系,毕业后在北京女二中任教近20年,后调北京东城区中学教研室,从事数学教学研究工作,现任东城区教研科研中心教研员,北京市特级教师,中国数学奥林匹克高级教练,北京市数学会常务理事,普委会副主任,中国数学会《数学通报》特约编辑。



在负责东城区的数学教学、科研与课外活动的同时,还参与了国家教委、人民教育出版社、北京市教研部、北京市数学会的多项课题研究与教材编写工作,如国家教委组织的《初中数学教学指导书》和人教社《高中数学试验课本》的编写,北京市《高中数学总复习》与《数列与极限》、《不等式》的编写与“数学教学与思维训练”课题的研究。先后在《数学通报》等报刊上发表文章百余篇著书(主编或合编)十余部,如《高中数学八十讲》、《数列求和》、《高中数学精要》、《数学奥林匹克解题研究》、《初等数学概论》等。

齐智华 1940年生,辽宁锦县人。

1962年毕业于沈阳师范学院数学系。在省重点中学执教高中数学30余年。现任通化市靖宇中学名誉校长,通化市数学会副理事长,中学特级教师,中国数学奥林匹克高级教练员。在《数学教学》、《数学通讯》、《数学学习与研究》等刊物上,以及学术会议上发表论文30余篇。在辽、吉两省参编教学参考书,与全国名师合编《高中数学学习指南》、《高中基础知识复习丛书》、《全国高中数学联赛试题汇编》等多部著作。主编东北三省《高中数学单元试题精选》等。



1987年获吉林省教研成果一等奖,1993年他所写的《数学猜测的教学构想与实践》获东北三省优秀论文奖。曾多次为吉林省、台湾省编审初中、高中“题库”,创编试题,1990年获全国高中数学联赛命题奖。

罗怀祖 1944年1月生,浙江省上虞县人,1962年至1965年就读于北京师范大学数学校数学科,毕业后在北京五十五中、北京地安门中学、北京二十五中(原育英中学)任教,现任北京二十五中高中部数学教研室主任、北京市电化教育研究会常务理事、北京市理科协会会员、北京市东城区教研科研中心数学教研组兼职教研员、北京市高级教师。



长期致力于教学第一线工作,发表过多篇论文,在北京市及东城区获奖,在中国教育学会数学研究会华北组第四届年会上发表《运用投影幻灯改进数学课堂教学的几点体会》论文,并获北京市论文评比二等奖,参与了由北京市教育局数学教学研究部组织的高中立体几何投影软片的课题研究与设计,在北京市电教研究会首届年会及北京市电教馆建馆三十五周年先后发表了《从截面教学看电教媒体的应用》及《从教学难点的突破看投影媒体的优势》论文,参与编制高中系列数学教学投影软片《数形结合》部分,并参与编写《名师指导丛书》、《中学数学解难释疑》、《初中数学应试精要》、《高中数学综合复习十讲》等中学数学教学参考读物。

夏兆丰 女,1941年生于苏州市,1963年毕业于扬州师范学院数学系,现任高级教师,在北京和平街一中任教,十余年来一直任朝阳区教师进修学校兼职教研员,曾参加教材改革实验,被评为北京市教书育人先进个人,多年来在数学的有关刊物上发表过中学数学教学和学习辅导性的文章,并参与编写了《初中数学学习指导》和《初中平面几何教与学参考材料》。



郭立昌 1944年生,河北省冀县人,1967年毕业于北京师范学院数学系,现任高级教师.在多年教学与教研工作中,不断把教学、教研和科研结合起来,探索教学规律.1987年他主持的数学教改项目获北京市“六五”教育科研二等奖,1986年评为北京市普教系统先进工作者,1985年、1988年两届任北京教育学会理事,现任北京市数学教学研究会常务理事、副秘书长、中学工作委员会主任、中小学数学教学学报编辑等职.十几年来,曾在《数学通报》、《课程教材教法》、《学科教学》、《北京教育》等十种杂志上发表论文二十多篇,在数学期刊上发表文章近百篇,并参加了《高中数学指导全书》、《初中数学能力培养》等十多本书的编写工作.现在北京市教育局教学研究部从事数学教研工作.



郭璋 1943年生,1967年毕业于北京师范学院数学系,现任高级教师,北京市朝阳区中学教研室数学教研员、数学组组长,曾两次参加全国初等数学学术研究会,论文在大会上获奖,并刊登于《中国初等数学研究文集》.先后在《数学通报》、《中学数学研究》、《中等数学》、《中学教研》等刊物上发表文章近百篇,并参加编写《中学生课外阅读丛书》、《升学应试强化训练丛书》、《初中中考复习指导丛书》、《初中数学教学达标设计》、《高中数学题型分析与训练》等十几部著作.



目 录

前 言	(1)
-----	-----

代数部分

第一章 因式分解	(5)
第一讲 因式分解的基本方法	(5)
第二讲 因式分解的几种特殊方法	(26)
第二章 分式	(43)
第三讲 分式	(43)
第四讲 可化为一元一次方程的分式方程	(69)
第三章 数的开方	(78)
第五讲 平方根与算术平方根	(78)
第六讲 实数	(91)
第四章 二次根式	(104)
第七讲 二次根式的概念、性质与运算	(104)
第八讲 含有条件的二次根式的化简与求值问题	(122)

几何部分

第五章 三角形	(147)
第九讲 三角形的基础知识与基本技能	(147)
第十讲 证明三角形题目的思路和方法	(163)
第十一讲 三角形问题中的能力培养	(185)
第六章 四边形	(211)
第十二讲 四边形的分类及几组定理	(211)
第十三讲 在四边形上试试你的能力	(232)
第十四讲 旋转变换在四边形中的应用	(258)
第七章 相似三角形	(272)

第十五讲	比例线段	(274)
第十六讲	相似三角形	(299)

前 言

学生学习数学,必须首先掌握双基——基础知识、基本技能.

在掌握双基的基础上,还需要引伸触发、深入细究,了解所学的知识技能在各方面的综合运用,同时培养和提高分析问题和解决问题的能力.

数学教师对这方面进行个别指导或小组辅导,也需要有相应的参考资料.

为此,特请经验丰富的数学名师,编写本书,以适应上述需要.

本书源于课本,高于课本.对初中二年级数学基础知识,既复习巩固,又综合运用;对数学技巧方法,既说明思路,又广为举例,希望达到帮助学生拓宽知识、提高能力的目的.

本书为讲座集形式.对教材每一章分为若干讲座,每一讲座就一个讲题综合论述,并附有习题与答案.全书分为七章,共十六讲.

作为第一个读者,我有幸拜读了全部初稿,真觉得精采纷呈.例如,除了巩固基础知识以外,还讲到因式分解的应用,如已知 $a+b=1$,求证 $a^3+b^3+3ab=1$;讲到有条件的二次根式的化简与求值,如已知 $\sqrt{x} = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$,求

$\frac{x+2+\sqrt{4x+x^2}}{x+2-\sqrt{4x+x^2}}$ 的值.又如,在三角形、四边形、相似三角形等

章中,也都突出了解题的思路和方法,从而通过问题的解答希

望达到培养能力的目的,等等.这些都是单纯按照课本学习所不能获得的.

在此乐于推荐本书,供初中二年级学生课外阅读之用,也可供初中数学教师作为数学辅导参考资料之用.

对本书的缺点错误,敬请批评指正.

吕学礼

1994年4月

代 数 部 分

第一章 因式分解

第一讲 因式分解的基本方法

因式分解是一种很重要的恒等变形,在代数式的化简、求值、分式的四则运算中经常用到因式分解,在解方程和解方程组中,因式分解法也是一种重要的方法.因式分解的方法比较多,技巧性比较强,题型变化大,所以通过这一部分的学习,可以提高同学们分析问题的能力和正确而又灵活的计算能力.

一、 因式分解的概念

把一个多项式化为几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解.

根据因式分解的概念可以得出:

1. 因式分解的结果是几个整式的积.如果把一多项式化为

$$(a+2b)(a-2b)+4$$

的形式,就不是因式分解.

2. 因式分解与乘法的运算过程正好相反(两者不能叫互为逆运算,因为乘法的逆运算是除法),所以因式分解是否正确,可以用乘法来检验,看其乘出来的结果是否等于原式.

3. 分解因式必须进行到每一个因式都不能再分解为止.

4. 因式分解与它所在的数集有关,当有理数集还没有扩充之前,多项式的因式分解都是在有理数集上进行的.

例 1 判断下列各式哪些是因式分解. 是的划“√”, 不是的划“×”.

(1) $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$. 答: (√).

(2) $a(a+b-c) = a^2 + ab - ac$. 答: (×).

(3) $x^2 - 2x + 4 = x^2 - 2(x-2)$. 答: (×).

(4) $9a^3 - 6a^2 + 3a = 3a(3a^2 - 2a)$. 答: (×).

二、提公因式法

提公因式法进行因式分解要注意四点:

1. 公因式要提尽

例 2 把 $12a^2b - 18ab^2 - 24a^3b^3$ 分解因式.

解: $12a^2b - 18ab^2 - 24a^3b^3$
 $= 6ab(2a - 3b - 4a^2b^2)$.

说明: 括号内的多项式不能再有公因式.

2. 小心漏掉“1”

例 3 把 $4x^2 - 4x + 4$ 分解因式.

解: $4x^2 - 4x + 4$
 $= 4(x^2 - x + 1)$.

例 4 把 $x^{n+2} - x^{n+1} - x^n$ 分解因式.

解: $x^{n+2} - x^{n+1} - x^n$
 $= x^n(x^2 - x - 1)$.

说明: 上面两题的结果如写成 $4(x^2 - x)$ 和 $x^n(x^2 - x)$ 就错了. 因式分解的结果可以乘出来与原式比较, 如果不相等,

分解肯定有错误. 这两题如果少写“1”, 乘出来的结果就少一项.

3. 首项取正号

例 5 把 $-10ax-5bx+15cx$ 分解因式.

$$\begin{aligned}\text{解: } & -10ax-5bx+15cx \\ & = -5x(2a+b-3c).\end{aligned}$$

说明: 多项式的首项若是“-”的, 需要把“-”号提出, 使括号内的多项式首项为正.

4. 公因式是多项式时, 要注意符号问题.

例 6 把 $a(a-b)+b(b-a)$ 分解因式.

$$\begin{aligned}\text{解: } & a(a-b)+b(b-a) \\ & = a(a-b)-b(a-b) \\ & = (a-b)(a-b) \\ & = (a-b)^2.\end{aligned}$$

说明: 相同的因式要写成幂的形式.

例 7 把 $y(x-y)^2-(y-x)^3$ 分解因式.

$$\begin{aligned}\text{解: } & y(x-y)^2-(y-x)^3 \\ & = y(x-y)^2+(x-y)^3 \\ & = (x-y)^2(y+x-y) \\ & = x(x-y)^2.\end{aligned}$$

说明: 因式分解的结果, 单项式要写在多项式的前面.

例 8 把 $(a-b)^2(x-2y)+(b-a)^2(2x-y)$ 分解因式.

$$\begin{aligned}\text{解: } & (a-b)^2(x-2y)+(b-a)^2(2x-y) \\ & = (a-b)^2(x^2-2y)+(a-b)^2(2x-y) \\ & = (a-b)^2(x-2y+2x-y) \\ & = (a-b)^2(3x-3y) \\ & = 3(a-b)^2(x-y).\end{aligned}$$

说明：因式分解后各个因式要进行化简，有公因式还需提出。

例 9 把 $(a-b)^4 + a(a-b)^3 + b(b-a)^3$ 分解因式。

$$\begin{aligned}\text{解：} & (a-b)^4 + a(a-b)^3 + b(b-a)^3 \\ &= (a-b)^4 + a(a-b)^3 - b(a-b)^3 \\ &= (a-b)^3(a-b+a-b) \\ &= (a-b)^3(2a-2b) \\ &= 2(a-b)^4.\end{aligned}$$

说明：每个因式都必须分解到不能再分解为止，所以 $(2a-2b)=2(a-b)$ ，即提出公因式 2，把相同的因式写成幂的形式，结果为 $2(a-b)^4$ 。

三、公式法

1. 因式分解公式

平方差公式 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

立方和(差)公式

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2).$$

完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 。

2. 三种类型

运用因式分解公式进行多项式的因式分解，一般有以下三种类型：

(1) 可化为 $(\quad)^2 - (\quad)^2$ 型

如果多项式是二项式，且两项的符号相反，每项都能写成某数或某式的平方形式，可以用平方差公式分解因式。

例 10 把 $16(a-b)^2 - (a+b)^2$ 分解因式。