[张宇考研数学系列丛书]

张宇

CLASSIC

考研数学题源探析

经典1000题

（习题分册·数学二）

1000 EXERCISES ON MATHS

□ Mr. Zhang

主编

张宇

2017

北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

WWW.YUNTUBOOK.COM

刮涂层 查真伪

世纪云图 理工社®

[张宇考研数学系列丛书]

张宇

CLASSIC

考研数学题源探析经典1000题

（习题分册·数学二）

张宇 ◎ 主编

编委（按姓氏拼音排序）：蔡燧林 高昆轮 胡金德 万金平 乌日罕

亦一（笔名）于吉霞 曾凡（笔名）张乐 张心琦 张宇 郑利娜 朱杰

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

张宇考研数学题源探析经典1000题. 习题分册. 数学二 / 张宇主编. —北京：北京理工大学出版社，2016.1

ISBN 978-7-5682-1841-2

Ⅰ. ①张… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①高等数学-研究生-入学考试-习题集 Ⅳ. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第022022号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(总编室)
(010)82562903(教材售后服务热线)
(010)68948351(其他图书服务热线)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 河北鹏润印刷有限公司
开　　本 / 787毫米×1092毫米　1/16
印　　张 / 6
字　　数 / 149千字
版　　次 / 2016年1月第1版　2016年1月第1次印刷
定　　价 / 50.80元(共2册)

责任编辑 / 高　芳
文案编辑 / 胡　莹
责任校对 / 孟祥敬
责任印制 / 边心超

Foreword 2017版前言

与考生说几句体己话

这本书，首先是题源，说白了，就是命题的源泉. 建设好这个源泉，是这本书的指导思想. 源头建设是极其不容易的，绝不是东拼西凑几个题目那样简单，众多命题专家和教学专家多年的经验和无私的奉献，才成就了这本书的高质量. 很欣慰地看到，上一个考研年，本书不仅对 2016 的考研数学试题做出了精准的预测，而且还对考生参加全国、各省市大学生数学竞赛，校内的期中、期末考试，都起到了积极的作用，甚至还有原题出现在各种形式的考试试卷上.

这本书，又是习题集. 考研数学复习，必须要辅以足量的习题训练，这是本书的目标与任务. 关于如何做题和本书习题的安排等详细内容，可见上一版的前言.

这本书，还是畅销书. 全国有众多考生选择这本习题集，让本书作者倍感责任重大. 这一版，仍然做了认真修改：增加、替换了一些要紧的题目，以适应新一年的命题趋势；吸收了各方面传递给作者的好的建议；订正、修改了一些关键的内容，以进一步提高本书的质量和可读性.

在这里，要感谢不少高校教师选择本书作为他们辅导学生、提高大学数学学习能力的习题课教材，感谢全国各大考研辅导机构选择本书作为学员的复习资料，感谢各位考生对本书提出的宝贵意见和建议.

新的一个考研年，我作为主编，代表各位作者，继续欢迎各位读者朋友们勇于攀登，攻克难关，用好这本书，提高数学解题能力.

张宇

2016 年 1 月

Foreword 2016版前言

巩固所学　见多识广

——与读者谈谈做数学题的学问

本书是一本考研数学习题集.看完教材,学完知识,就要做题.做题有学问吗?请读者认真阅读这个前言,尤其是下面的“五”.

一、题海战术?

曾经有文化媒体的记者问我:你是否同意“题海战术”?我对此问题感到两难:其一,如果我说同意,便会遭到批判——现在都讲素质教育,你怎么还让学生陷于题海之中?只会做题,搞得呆头呆脑;其二,如果我说不同意,那便违背了我的真实想法——不做题,怎么能够把书本上的数学知识内化为自己的本领?面对两难,如何作答?

我与读者讲,当你和别人针锋相对时,不要与其争辩甚至争吵,争来争去,最终谁也说服不了谁.怎么办?提高自己回答问题的“档次”,将他尖锐的问题化解掉——于是,我当时回答:你这个问题本身就有问题,莫说让考研的学生做几个月的数学题,就是让他们做整整一年的数学题,也不能叫题“海”,最多就是个题“河”,其实基本上就是个题“沟”,所以,实事求是地说,我们应该叫“题沟战术”.记者朋友听后大笑.这个回答,既能够低调处理问题,避免争论,也能够道出我的观点——几百道、上千道题目,算不上题海.事实上,我们不用形成题目的汪洋大海,只需**有针对性地、高质量地填满一个题目的小水沟**,就足以应对考研数学了.

这本《张宇考研数学题源探析经典1000题》就是为了实现上面这个切合实际的目标而编写的.

二、考研数学好题的标准

本书命制或者挑选题目坚持的标准是“好题”.什么是考研数学的好题?我认为要具备以下三点:

(1)**经典性**　所谓经典性是指试题能够恰当、精准地考查考研数学的重要知识点和基本思想方法;

(2)**针对性**　所谓针对性是指试题能够与考研无缝接轨,与考研出题的风格、特点和难度达到高度一致;

(3)**预测性**　所谓预测性是指试题能够对即将到来的考研有预测性.我们承认做题的目的是为了巩固和加强对知识点的认识和理解、学会解题,但同时,如果能够起到预测未来方向的作用,则会锦上添花.

三、考研数学题源探析

根据以上三点,本书精心命制和整合了大约1000道考研数学复习的题目,其主要来源是:

(1)**与考研数学命题密切相关的重要资料**. 这里包括考研数学命题前的全国征题、部分考研命题的备考题(即考研数学B卷考题)、命题人退下来以后命制的题目、某些全国大学数学教学基地的考试题库等,**这些题一般综合了多个知识点,有一定的难度和区分度**.

(2)**前苏联、全国、各省市大学生数学竞赛试题的改编题**. 对经典的大学数学竞赛题如何进行改编,使其适合考研的风格和特点,这既是对未来考题的预测(因为这些竞赛题中有很多题目是"潜在的考试题"),也是本书的一大特色. **试题改编是颇费一番周折的,本书中一些重要题目后的"注",看似题外之话,但是字斟句酌、涵义深刻,请读者仔细品味,必会有所收获. 当然,基于竞赛基础,这些题一般也会是综合题,难度高、区分度大.**

(3)**作者在一线教学中编写和积累的经典题目**. 这里,有些题目考查的是非常重要的基础知识,有些题目考查的是学生易错的、易混淆的知识,还有些题目,本应是在课堂上讲授给学生的,但是无奈于课堂时间有限,很多精彩的好题没有机会在课上详细解释,也将此选编到本书中,供学生课后巩固所学、增长见识之用,同时也给没有上我的课程的读者提供一个有价值的习题资料. **这里的题目除了有一定难度的综合题外,还有些简单题,难度不高,但对学生的区分是明显的.**

四、本书的重大改动说明

本书各位作者曾经分别参与考研数学命题与阅卷、考研数学大纲的编写与修订、高等教育出版社《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲解析》的编写、高等教育出版社《考研数学历年真题解析》的编写和审定、部分重点高校(如清华大学、中国人民大学、北京理工大学、浙江大学等)相关教材的编写和审定等,这些工作经验对于本书的形成具有重要意义.

本书最初的版本中,收录了1987年到1999年的考研真题,这部分内容现在已经放到《张宇考研数学真题大全解》那本书里去了,这样更加合理. 于是,读者看到的这本书,事实上是做了**重大改动**的:删去的真题原本占了书中题目的大部分篇幅,**现在补充进来的题目占到全部题目的70%左右,可以说把作者"压箱底的宝贝"基本都拿出来了**.

在北京理工大学出版社的大力支持下,作者将这本书呈现给读者,供考研究生的读者和有志于提高大学数学水平的读者们参考.

五、本书使用说明

首先,我非常希望读者懂得做习题集的科学的态度. 做习题集有两个目的:一是巩固所学,二是见多识广. 所谓巩固所学,读者很容易明白,就是在已经读教材、读例题后,通过演算同例题类似的习题这种重复性劳动,加强对所学知识的认识,加深对所用方法的理解. 但是,所谓见多识广,有些读者好像不会合理应对. 数学题的形式,浩瀚无垠,千变万化,即使在一定的范围内(当然我们这里就是指在考研大纲的范围内),想要做到无所不能,也绝非易事. 所以,适当地演算一些从未见过的难题、新题,不仅可以查漏补缺,更能够增长见识,提高解题能力和数学素养,这是做习题集的重要目的. 听者有心,这本习题集中的题目,希望读者不管一开始会与不会,都要好好努力去做,然后结合答案搞清搞透,最终达到巩固所学、见多识广的目的.

接下来,有一个技术问题需要告诉读者. 作为一本习题集,可以采用"**知识分类、先易后难**"的原则来进行题目安排,大部分习题集也确实是这样安排的. 所谓知识分类,是指把考查同一知识点的题目集中在一起,比如从第1题到第10题,考查知识点甲,从第10题到第20题,考查知识点乙,以此类推. 所谓先易后难,是指按照从简单到复杂、从考查单一知识到考查综合能力的顺序来安排题目,比如考查知识点甲的第1题到第10题,一般是第1题最好做,越往后越难,到了第10题,难度最大. 听起来,这个原则很科学.

然而，本书不采用上述原则. 为什么？第一，“知识分类”会使得这部分题目对读者有明显的提示——你既然知道这一部分都是考知识点甲的，那便很容易找到问题的突破口，题目的难度会大大降低. 试想，考研数学的试卷上会告诉你这个题目是考查知识点甲的吗？第二，“先易后难”好像符合人们思考、训练的习惯，但是，这也恰恰不符合考研数学命题的题目安排顺序——考研数学试卷上有两个变化无常：一是高等数学、线性代数、概率论与数理统计放在一张卷子上考，二是题目难度顺序有时难，有时易，难度可以说是“波浪式”的. 所以，习题集如果按照“先易后难”的传统习惯，显然与考研数学命题与应考的实际背道而驰.

综上所述，从考研实战的角度出发，为了使考生能够在平时的训练中就逐渐适应考研数学试卷的风格，作者依据**“知识相对混编、难易变化无常”的原则**来进行题目安排：第一，出几个考知识点甲的题目，突然就换到几个考知识点乙、知识点丙的题目，还可能再跳回考知识点甲的题目，不出现明显的提示；第二，也许最开始的题目就很难，中间有简单题，再往后做题又会碰到难题，难度“此起彼伏”. 作者用心良苦，希望考生保持实战演练的状态，这样才能更好地使用本书，发挥它的最大作用.

对于习题集的使用，我建议读者：把题目的演算过程写到草稿纸上去，把做题后看着答案详解做的标注写到笔记本上去，总之，不要在题目上做任何标记——这样做的目的很明确——如果此题你第一次做的时候不会做或者做错了，当你下次再做这个题目时，在没有任何提示的情况下，你能保证自己一定会做吗？“干干净净”的习题集，事实上是对读者提出了高标准、严要求，希望读者把习题全部做完一遍后，第二遍就能够查漏补缺、扫清死角.

感谢从命题组中退下来的老专家们，他们功底深厚、德高望重，给予了作者诸多帮助，为本书增色不少. 感谢家人们，他们中的大多数并不懂书中的内容，可是他们懂得它对我和学生的意义.

张宇

2015 年 1 月 于北京

张宇考研数学系列丛书详细说明

书名	拟出版时间	主要内容
张宇高等数学 18 讲	2016 年 1 月	以考试大纲、历年真题和主流教材为依据，诠释考研数学中高等数学部分的全部考点，配以优秀的例题、习题和全部详细答案. 原命题组长参与.
张宇线性代数 9 讲	2016 年 1 月	以考试大纲、历年真题和主流教材为依据，诠释考研数学中线性代数部分的全部考点，配以优秀的例题、习题和全部详细答案. 原命题人参与.
张宇概率论与数理统计 9 讲	2016 年 1 月	以考试大纲、历年真题和主流教材为依据，诠释考研数学中概率论与数理统计部分的全部考点，配以优秀的例题、习题和全部详细答案. 原命题人参与.
张宇考研数学题源探析经典 1000 题	2016 年 1 月	以考研命题所使用的所有题目源头为依据，精心挑选和编制了大约 1000 道高仿真练习题，题目与考研无缝接轨，综合性强，知识相对混编，难易变化无常，利于考生复习过程中保持实战演练的状态. 原命题组长参与.
张宇考研数学真题大全解	2016 年 4 月	囊括考研数学命题以来所有考研真题(1987—2016)，给读者提供原汁原味的实考题. 原命题组长参与.
考研数学命题人终极预测 8 套卷	2016 年 9 月	全国唯一一本考研命题人和辅导专家通力合作、全程亲自编写的冲刺模拟卷(上). 实战演练，积累经验，查漏补缺，科学预测，并配有部分重点难题讲解视频. 原命题组长与命题成员参与.
张宇考研数学最后 4 套卷	2016 年 11 月	全国唯一一本考研命题人和辅导专家通力合作、全程亲自编写的冲刺模拟卷(下). 实战演练，积累经验，查漏补缺，科学预测，并配有部分重点难题讲解视频. 原命题组长与命题成员参与.

注：主编张宇将在每本书正式出版时在微博发布最新封面，市面上其他任何同名图书均非张宇所写，请考生注意鉴别.

以上书籍新浪微博答疑地址：@张宇考研图书交流论坛 http://weibo.com/yuntubook/

张宇新浪微博：@宇哥考研 http://weibo.com/zhangyumaths/

Contents 目录

第一篇 高等数学

第二篇 线性代数

01
高等数学
GAO DENG SHU XUE

高等数学是硕士研究生招生考试的内容之一，主要考查考生对高等数学的基本概念、基本理论、基本方法的理解和掌握以及考生的抽象思维能力、逻辑推理能力、综合运用能力和解决问题的能力.在数学二试卷中占78%，即117分.

第 1 章　函数、极限、连续

一、选择题(在目前的考研中,选择题是 4 分 / 题,下列每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选选项前的字母填在题后的括号里.)

1.1. 设数列$\{x_n\}$和$\{y_n\}$满足$\lim\limits_{n\to\infty}x_n\cdot y_n=0$,则当$n\to\infty$时,$\{y_n\}$必为无穷小的充分条件是　(　　)

(A)$\{x_n\}$是无穷小　(B)$\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$是无穷小　(C)$\{x_n\}$有界　(D)$\{x_n\}$单调递减

1.2. 以下三个命题,

① 若数列$\{u_n\}$收敛于A,则其任意子数列$\{u_{n_i}\}$必定收敛于A;

② 若单调数列$\{x_n\}$的某一子数列$\{x_{n_i}\}$收敛于A,则该数列必定收敛于A;

③ 若数列$\{x_{2n}\}$与$\{x_{2n+1}\}$都收敛于A,则数列$\{x_n\}$必定收敛于A.

正确的个数为　(　　)

(A)0　(B)1　(C)2　(D)3

1.3. 设$f(x)$是偶函数,$\varphi(x)$是奇函数,则下列函数(假设都有意义)中,是奇函数的是　(　　)

(A)$f[\varphi(x)]$　(B)$f[f(x)]$　(C)$\varphi[f(x)]$　(D)$\varphi[\varphi(x)]$

1.4. 设$f(x)=\sin(\cos x)$,$\varphi(x)=\cos(\sin x)$,则在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$内　(　　)

(A)$f(x)$是增函数,$\varphi(x)$是减函数　(B)$f(x),\varphi(x)$都是减函数

(C)$f(x)$是减函数,$\varphi(x)$是增函数　(D)$f(x),\varphi(x)$都是增函数

1.5. 设$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ x^2+x, & x>0,\end{cases}$则　(　　)

(A)$f(-x)=\begin{cases}-x^2, & x\leqslant 0,\\ -(x^2+x), & x>0\end{cases}$　(B)$f(-x)=\begin{cases}-(x^2+x), & x<0,\\ -x^2, & x\geqslant 0\end{cases}$

(C)$f(-x)=\begin{cases}x^2, & x\leqslant 0,\\ x^2-x, & x>0\end{cases}$　(D)$f(-x)=\begin{cases}x^2-x, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0\end{cases}$

1.6. 设$f(x)=u(x)+v(x)$,$g(x)=u(x)-v(x)$,并设$\lim\limits_{x\to x_0}u(x)$与$\lim\limits_{x\to x_0}v(x)$都不存在,下列论断正确的是　(　　)

(A) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在　(B) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必不存在

(C) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必不存在　(D) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$必存在

1.7. 两个无穷小比较的结果是　(　　)

(A) 同阶　(B) 高阶　(C) 低阶　(D) 不确定

1.8. 函数 $f(x)=x\sin x$ （　　）

(A) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界　(B) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界

(C) 当 $x\to\infty$ 时为无穷大　(D) 当 $x\to\infty$ 时极限存在

1.9. 当 $x\to 0$ 时，$f(x)=e^x-\dfrac{1+ax}{1+bx}$ 为 x 的三阶无穷小，则 a,b 分别为 （　　）

(A) $1,0$　(B) $\dfrac{1}{2},0$　(C) $\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}$　(D) 以上都不对

1.10. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{\sin\frac{1}{x}}-1}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\alpha}-\left(1+\frac{1}{x}\right)}=A\neq 0$ 的充要条件是 （　　）

(A) $\alpha>1$　(B) $\alpha\neq 1$　(C) $\alpha>0$　(D) 与 α 无关

1.11. 设当 $x\to x_0$ 时，$f(x)$ 不是无穷大，则下述结论正确的是 （　　）

(A) 设当 $x\to x_0$ 时，$g(x)$ 是无穷小，则 $f(x)g(x)$ 必是无穷小

(B) 设当 $x\to x_0$ 时，$g(x)$ 不是无穷小，则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小

(C) 设在 $x=x_0$ 的某邻域 $g(x)$ 无界，则当 $x\to x_0$ 时，$f(x)g(x)$ 必是无穷大

(D) 设在 $x=x_0$ 的某邻域 $g(x)$ 有界，则当 $x\to x_0$ 时，$f(x)g(x)$ 必不是无穷大

1.12. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $f(x)$ 在点 x_0 处间断，则在点 x_0 处必定间断的函数为 （　　）

(A) $f(x)\sin x$　(B) $f(x)+\sin x$　(C) $f^2(x)$　(D) $|f(x)|$

1.13. 设当 $x\to x_0$ 时，$\alpha(x),\beta(x)(\beta(x)\neq 0)$ 都是无穷小，则当 $x\to x_0$ 时，下列表达式中不一定为无穷小的是 （　　）

(A) $\dfrac{\alpha(x)}{\beta^2(x)}$　(B) $\alpha^2(x)+\beta^3(x)\cdot\cos\dfrac{1}{x}$

(C) $\ln[1+\alpha(x)\cdot\beta^2(x)]$　(D) $|\alpha(x)|+|\beta(x)|$

1.14. 设当 $x\to 0$ 时，$e^{\tan x}-e^x$ 与 x^n 是同阶无穷小，则 n 为 （　　）

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

1.15. 当 $x\to 0$ 时，$f(x)=x-\sin ax$ 与 $g(x)=x^2\ln(1-bx)$ 是等价无穷小，则 （　　）

(A) $a=1,b=-\dfrac{1}{6}$　(B) $a=1,b=\dfrac{1}{6}$　(C) $a=-1,b=-\dfrac{1}{6}$　(D) $a=-1,b=\dfrac{1}{6}$

1.16. 设当 $x\to 0$ 时，$f(x)=ax^3+bx$ 与 $g(x)=\int_0^{\sin x}(e^{x^2}-1)dx$ 等价，则 （　　）

(A) $a=\dfrac{1}{3},b=1$　(B) $a=3,b=0$　(C) $a=\dfrac{1}{3},b=0$　(D) $a=1,b=0$

1.17. 设当 $x\to 0$ 时，$f(x)=\ln(1+x^2)-\ln(1+\sin^2x)$ 是 x 的 n 阶无穷小，则正整数 n 等于 （　　）

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

1.18. 若 $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\lambda-e^{-kx}}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$，则 （　　）

(A) $\lambda<0,k<0$　(B) $\lambda<0,k>0$　(C) $\lambda\geqslant 0,k<0$　(D) $\lambda\leqslant 0,k>0$

1.19. 设 $f(x)=\dfrac{1}{e^{\frac{x}{x-1}}-1}$,则 ( )

(A)$x=0,x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点

(B)$x=0,x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点

(C)$x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点,$x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点

(D)$x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点,$x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点

1.20. 设 $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{|x-1|}\sin x$,则 $f(x)$ 有 ( )

(A)1 个可去间断点,1 个跳跃间断点 (B)1 个跳跃间断点,1 个无穷间断点

(C)2 个可去间断点 (D)2 个无穷间断点

1.21. 设 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{|x|(x^2-1)}$,则下列结论中错误的是 ( )

(A)$x=-1,x=0,x=1$ 为 $f(x)$ 的间断点

(B)$x=-1$ 为无穷间断点

(C)$x=0$ 为可去间断点

(D)$x=1$ 为第一类间断点

1.22. 若 $f(x)$ 在(a,b) 内单调有界,则 $f(x)$ 在(a,b) 内间断点的类型只能是 ( )

(A) 第一类间断点 (B) 第二类间断点

(C) 既有第一类间断点也有第二类间断点 (D) 结论不确定

1.23. 设 $f_1(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$,$f_2(x)=f_1[f_1(x)]$,$f_{k+1}(x)=f_1[f_k(x)]$,$k=1,2,\cdots$,则当$n>1$时,$f_n(x)=$ ( )

(A) $\dfrac{nx}{\sqrt{1+x^2}}$ (B) $\dfrac{nx}{\sqrt{1+nx^2}}$ (C) $\dfrac{x}{\sqrt{1+nx^2}}$ (D) $\dfrac{x}{\sqrt{n+x^2}}$

二、填空题(在目前的考研中,填空题是 4 分 / 题,请将答案填在题中的横线上.)

1.24. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{(4x-1)^{\alpha}}=\beta>0$,则 α,β 的值为________.

1.25. 设 $f(x)$ 是奇函数,且对一切 x 有 $f(x+2)=f(x)+f(2)$,又 $f(1)=a$,a 为常数,n 为整数,则 $f(n)=$ ________.

1.26. 对充分大的一切 x,给出以下 5 个函数:100^x,$\log_{10}x^{100}$,e^{10x},$x^{10^{10}}$,$e^{\frac{1}{100}x^2}$,则其中最大的是________.

1.27. $\lim\limits_{x\to0}x\cot 2x=$ ________.

1.28. $\lim\limits_{x\to0^+}x\ln x=$ ________.

1.29. $\lim\limits_{x\to0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}=$ ________.

1.30. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{1+x}}{x^2+x-2}=$ ________.

1.31. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{(e^{x^2}-1)\ln(1-x)}=$ ________.

1.32. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}=$ ______.

1.33. 极限$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+3\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}\right)=$ ______.

1.34. 若当$x\to0$时，有$\ln\dfrac{1-ax^2}{1+ax^2}\sim\dfrac{1}{10\,000}x^4+\sin^2(\sqrt{6}x)$，则$a=$ ______.

1.35. 当$x\to0$时，若有$\ln\left(\cos\dfrac{2x}{3}\right)\sim Ax^k$，则$A=$ ______，$k=$ ______.

1.36. 当$x\to-1$时，无穷小$\sqrt[3]{x}+1\sim A(x+1)^k$，则$A=$ ______，$k=$ ______.

1.37. 当$x\to\pi$时，若有$\sqrt[4]{\sin\dfrac{x}{2}}-1\sim A(x-\pi)^k$，则$A=$ ______，$k=$ ______.

1.38. 若$f(x)=\begin{cases}e^x(\sin x+\cos x), & x>0,\\ 2x+a, & x\leqslant0\end{cases}$是$(-\infty,+\infty)$上的连续函数，则$a=$ ______.

1.39. 已知数列$F_n=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}-\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}\right]$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{F_n}{F_{n+1}}=$ ______.

三、解答题(在目前的考研中，解答题包括计算题、应用题和证明题，平均 10 分 / 题.)

1.40. 设$f(x)=\begin{cases}1, & e^{-1}<x<1,\\ x, & 1\leqslant x<e,\end{cases}$ $g(x)=e^x$，求$f[g(x)]$.

1.41. 设$f(x)=\begin{cases}x^2-1, & x\leqslant0,\\ \ln x, & x>0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}2e^x-1, & x\leqslant0,\\ x^2-1, & x>0,\end{cases}$ 求$f[g(x)]$.

1.42. (1) 求函数$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+(2x)^n+x^{2n}}$的表达式，$x\geqslant0$；

(2) 讨论函数$f(x)$的连续性.

1.43. 求极限：$\lim\limits_{n\to\infty}(1+2^n+3^n)^{\frac{1}{n}}$.

1.44. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[n]{1+\sin x}-1}{\tan x}$.

1.45. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$.

1.46. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1-\cos x)\left(1-\cos\dfrac{x}{2}\right)}{\ln(1+x^4)}$.

1.47. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$.

1.48. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{e^x+xe^x}{e^x-1}-\dfrac{1}{x}\right)$.

1.49. 设$a\neq\dfrac{1}{2}$，计算$\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left[\dfrac{n-2na+1}{n(1-2a)}\right]^n$.

1.50. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{[\sin x-\sin(\sin x)]\sin x}{x^4}$.

1.51. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{\tan x}-e^{\sin x}}{x\sin^2 x}$.

1.52. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}}{x(1-\cos x)}$.

1.53. 求极限：$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n\tan\frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

1.54. 求极限：$\lim\limits_{n\to\infty}\cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cdots\cos\frac{x}{2^n}$.

1.55. 求极限：$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$.

1.56. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\cot^2 x}$.

1.57. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x+x^2\sin\frac{1}{x}}{(1+\cos x)\ln(1+x)}$.

1.58. 求极限：$\lim\limits_{n\to\infty}\left[n-n^2\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right]$.

1.59. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\left[\frac{a}{x}-\left(\frac{1}{x^2}-a^2\right)\ln(1+ax)\right](a\neq0)$.

1.60. 求极限：$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+a)^{x+a}(x+b)^{x+b}}{(x+a+b)^{2x+a+b}}$.

1.61. 求极限：$\lim\limits_{x\to0^-}x^{\frac{x}{1+\ln x}}$.

1.62. 求极限：$\lim\limits_{x\to0^-}(\cot x)^{\tan x}$.

1.63. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\int_0^{\sin^2 x}\ln(1+t)\mathrm{d}t}{(\sqrt[3]{1+x^3}-1)\sin x}$.

1.64. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\int_0^x\left[\int_0^{u^2}\arctan(1+t)\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}u}{x(1-\cos x)}$.

1.65. 求极限：$\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x^x-(\sin x)^x}{x^2\ln(1+x)}$.

1.66. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{\cos^2 x}{x^2}\right)$.

1.67. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos x-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}}{x^2[x+\ln(1-x)]}$.

1.68. 求极限：$\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{x(1-\cos\sqrt{x})}$.

1.69. 求极限：$\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\mathrm{e}^x)^{\frac{1}{x}}$.

1.70. 求极限：$\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\sqrt{1+x^2})^{\frac{1}{x}}$.

1.71. 求极限：$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x-x\cos x}{\sin^3 x}$.

1.72. 求极限：$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x^2}}$.

1.73. 设 $f(x)=x^2+ax+b$，证明：$|f(1)|$，$|f(3)|$，$|f(5)|$ 中至少有一个不小于 2.