

御製數理精蘊下編卷三十八

末部八

對數比例

對數比例

對數比例。乃西士若往訥白爾所作。以借數與真數對列成表。故名對數表。又有恩利格巴理知斯者。復加增修。行之數十年。始至中國。其法以加代乘。以減代除。以加倍代自乘。故折半卽開平方。以三因代再乘。故三歸卽開立方。推之至於諸乘方。莫不皆以假數相求而得真數。蓋爲乘除之數甚繁。而以假數代之。甚易也。其立數之原。起於連比例。蓋比例四率。二率與三率相乘。一率除之。得四率。而遞加遞減之。四

數第二數第三數相加。減第一數。則得第四數。作者有見於此。故設假數以加減代乘除之用。此表之所以立也。然連比例之大者。莫如十百千萬。蓋一與十。十與百。百與千。千與萬。萬與十萬。其數皆爲一。而遞進一位。取其整齊而無奇零也。一爲數之始。以之乘除。數皆不變。故一之假數定爲○。而十之假數定爲一。百之假數定爲二。千之假數定爲三。萬之假數定爲四。十萬之假數定爲五。推之百千萬億。皆遞加一數。此對數之大綱也。其間之零數。則用中比例累求。

而得。以首率末率兩真數相乘開方。卽得中率之真數。以首率末率兩假數相加折半。卽得中率之假數。又法用遞乘而得。以真數遞次相乘。其乘得之位數。卽所得之假數。此二法者。理雖易明。而數則甚繁也。又有遞次開方一法。以真數遞次開方。假數遞次折半。至於數十次。使彼此皆可爲比例。而假數由之而生。又有相較之一法。省開方之多次。尤爲甚捷。至於他數之可以乘除得者。如二與三相乘而得六。則以二之假數與三之假數相加。卽爲六之假數。又以二

除十而得五。則以二之假數與十之假數相減。卽爲五之假數之類。其不由乘除而得者。則又以累乘累除之法求之。此對數之細目也。今爲推其理。考其數。先詳作表之原。次明用表之法。使學者知作者之難。而用之甚易。甚勿以易而忘其難也。

明對數之原之一

凡真數連比例四率。任對設遞加遞減之較相等之四假數。其第二率相對之假數。與第三率相對之假數相加。內減第一率相對之假數。即得第四率相對之假數。若減第四率相對之假數。即得第一率相對之假數。

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

如二。四。八。十六。連比例四率。任對設二之假數爲一。四之假數爲二。八之假數爲三。十六之假數爲四。其遞加遞減之

真	假
二	三
四	五
八	七
一六	九

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四

數皆爲一。以二率四相對之假數二。與
 三率八相對之假數三相加。得五。內減
 一率二相對之假數一。卽得四率十六
 相對之假數四。若減四率十六相對之
 假數四。卽得一率二相對之假數一。或
 以二之假數爲三。四之假數爲五。八之
 假數爲七。十六之假數爲九。其遞加遞
 減之數皆爲一。以二率四相對之假數
 五。與三率八相對之假數七相加。內減

一率二相對之假數三。卽得四率十六相對之假數九。若減四率十六相對之假數九。卽得一率二相對之假數三。

明對數之原之二

凡真數連比例三率。任對設遞加遞減之較相等之。三假數。其中率相對之假數倍之。內減首率相對之假數。卽得末率相對之假數。若減末率相對之假數。卽得首率相對之假數。

如一。三。九。連比例三率。任對設一之假

真	假
一	八
三	五
九	二

真	假
一	四
三	五
九	六

數爲四。三之假數爲五。九之假數爲六。
 其遞加遞減之數皆爲一。以中率三相
 對之假數五。倍之得十。內減首率一相
 對之假數四。卽得末率九相對之假數
 六。若減末率九相對之假數六。卽得首
 率一相對之假數四。或以一之假數爲
 八。三之假數爲五。九之假數爲二。其遞
 加遞減之數皆爲三。以中率三相對之
 假數五倍之。內減首率一相對之假數

八。卽得末率九相對之假數二。若減末率九相對之假數二。卽得首率一相對之假數八。

明對數之原之三

凡真數連比例幾率。任對設遞加遞減之較相等之假數。其中隔位取比例四率。其第二率相對之假數。與第三率相對之假數相加。內減第一率相對之假數。亦得第四率相對之假數。若減第四率相對之假數。亦得第一率相對之假數。

真	假
二	一
四	二
八	三
一六	四
一三	五
二六	六
一四	七
二五	八

如二。四。八。十六。三十二。六十四。一百二十八。二百五十六。連比例幾率。任對設三之假數爲一。四之假數爲二。八之假數爲三。十六之假數爲四。三十二之假數爲五。六十四之假數爲六。一百二十八之假數爲七。二百五十六之假數爲八。其遞加遞減之數皆爲一。任取四。八。六十四。一百二十八之四率。以二率八相對之假數三。與三率六十四相對之

真	假
二	一
四	二
八	三
六	四
一	五
三	六
六	七
二	八
五	六

假數六。相加得九。內減一率四相對之
 假數二。即得四率一百二十八相對之
 假數七。若減四率一百二十八相對之
 假數七。即得一率四相對之假數二。

卷之四
 四
 五
 六
 七
 八
 九
 十
 十一
 十二
 十三
 十四
 十五
 十六
 十七
 十八
 十九
 二十
 二十一
 二十二
 二十三
 二十四
 二十五
 二十六
 二十七
 二十八
 二十九
 三十
 三十一
 三十二
 三十三
 三十四
 三十五
 三十六
 三十七
 三十八
 三十九
 四十
 四十一
 四十二
 四十三
 四十四
 四十五
 四十六
 四十七
 四十八
 四十九
 五十
 五十一
 五十二
 五十三
 五十四
 五十五
 五十六
 五十七
 五十八
 五十九
 六十
 六十一
 六十二
 六十三
 六十四
 六十五
 六十六
 六十七
 六十八
 六十九
 七十
 七十一
 七十二
 七十三
 七十四
 七十五
 七十六
 七十七
 七十八
 七十九
 八十
 八十一
 八十二
 八十三
 八十四
 八十五
 八十六
 八十七
 八十八
 八十九
 九十
 九十一
 九十二
 九十三
 九十四
 九十五
 九十六
 九十七
 九十八
 九十九
 一百

明對數之綱之一

凡假數皆可隨意而定。然一之假數必定爲○。方與數相應。而真數連比例率十百千萬皆爲一。但遞進一位。則其假數亦皆遞加一數。

真	假
—	○
—○	一
—○○	二
—○○○	三
—○○○○	四
—○○○○○	五
—○○○○○○	六
—○○○○○○○	七
—○○○○○○○○	八

蓋乘除之數始於一。故一不用乘。亦不用除。而加減之數始於○。故○無可加。亦無可減也。假數既以加減代乘除。故一之假數必定爲○。而一與十。十與百。百與千。千與萬。萬與十萬。皆爲加十倍。

真	假
	一
一	〇
一〇	一
一〇〇	二
一〇〇〇	三
一〇〇〇〇	四
一〇〇〇〇〇	五
一〇〇〇〇〇〇	六
一〇〇〇〇〇〇〇	七
一〇〇〇〇〇〇〇〇	八

之相連比例率。然其數皆爲一。但遞進一位。故一之假數定爲〇者。十之假數卽定爲一。百之假數卽定爲二。千之假數卽定爲三。萬之假數卽定爲四。十萬之假數卽定爲五。百萬之假數卽定爲六。千萬之假數卽定爲七。億之假數卽定爲八。亦皆遞加一數。而假數卽與位數相同。試以一百與一千相乘。得十萬。爲進二位。以一百相對之假數二。與一