应用型本科理工类基础课程规划教材

概率论、随机过程与数理统计

（第2版）

北京邮电大学世纪学院基础教学部 组编

王玉孝 柳金甫 姜炳麟 汪彩云 编

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

应用型本科理工类基础课程规划教材

概率论、随机过程与数理统计

（第 2 版）

北京邮电大学世纪学院基础教学部　组编

王玉孝　柳金甫　姜炳麟　汪彩云　编

北京邮电大学出版社

·北京·

内容简介

本书共分3篇.第1篇为概率论,共4章,内容有概率论的基本概念、随机变量及其分布、随机变量的数字特征等;第2篇为随机过程,共3章,内容有随机过程的概念及其统计特性、马尔可夫链及平稳过程;第3篇为数理统计,共3章,内容有数理统计的基本概念与采样分布、参数估计及假设检验.每一章附有简单小结.每一节都附有习题,每一章最后还附有综合练习题.综合练习题有选择题、填空题、计算题和证明题三类题型,书末附有习题答案.

本书适合一些需要一种比较简明的概率论、随机过程与数理统计方面的教材的学校或专业选用,也可供准备考研究生的学生作参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率论、随机过程与数理统计/王玉孝,姜炳麟,汪彩云编.--2版.--北京:北京邮电大学出版社,2010.9
ISBN 978-7-5635-2423-5

Ⅰ.①概… Ⅱ.①王… ②姜… ③汪… Ⅲ.①概率论—高等学校—教材②随机过程—高等学校—教材③数理统计—高等学校—教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第175651号

书　　名:概率论、随机过程与数理统计(第2版)
作　　者:王玉孝　柳金甫　姜炳麟　汪彩云
责任编辑:张　灏
出版发行:北京邮电大学出版社
社　　址:北京市海淀区西土城路10号(邮编:100876)
发 行 部:电话:010-62282185　传真:010-62283578
E-mail:publish@bupt.edu.cn
经　　销:各地新华书店
印　　刷:北京忠信诚胶印厂
开　　本:787 mm×960 mm　1/16
印　　张:20.5
字　　数:459千字
印　　数:1—3 000册
版　　次:2010年9月第1版　2010年9月第1次印刷

ISBN 978-7-5635-2423-5　　定　价:34.00元

·如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系·

前　　言

当前有些学校或专业需要一种比较简明的概率论、随机过程与数理统计方面的教材，本书就是在这样的背景下编写成的.

本书在四个部分加强了讲述，以便使学生能够学到概率论、随机过程与数理统计的最基本的知识. 这四个部分是：事件及其概率的概念和性质、随机变量的引进、随机过程的定义以及数理统计的基本思想. 而对其他内容做了“删繁就简”的处理，具体做了下面几件事情. 一是淡化了某些内容，如条件分布、大数定律、平稳过程的各态历经性等；部分内容加 * 号，根据实际情况，可讲可不讲；由二维随机变量推广到多维随机变量的有关内容，可由讲课老师在适当的时候补充讲解. 二是删去了部分理论证明，有些容易的证明可由讲课老师在讲课时灵活掌握. 三是例题和习题主要选那些基本类型的题目. 在每一章附有的综合练习题按常规考试的要求，分为选择题、填空题、计算题和证明题三种题型. 在每一节的习题和综合练习题之间、在综合练习题的三类习题之间，部分题目有重复，以使学生经过反复练习掌握这些基本类型习题的求解方法. 为了能够对部分准备考研或准备进一步提高的学生提供一些帮助，我们从历年的考研题中精选了部分题目，在综合练习题中也加了一些稍难的题目.

本书在第一版的基础上，作了下面的修改：充实了各章的小结. 原来各章的小结过于提纲挈领，没有适当内容支持，用起来不大方便. 这次修改对小结的内容作了适当补充，使得学生复习时，避免了过多的前后翻阅，用起来可能方便一些. 对例题和习题作了部分调整和补充. 增加或调整了一些基本例题，以便于学生对相应内容的理解. 补充了一些基本类型的习题，使得老师和学生在教学过程中有较多选择的余地.

在编写过程中，我们感到“删繁就简”的尺度很难把握，希望从事这门课程教学的老师多提宝贵意见和建议.

本书的编写得到了北京邮电大学世纪学院领导的关心、北京邮电大学出版社领导和编辑的支持以及北京邮电大学世纪学院基础部老师的帮助，我们表示诚挚的谢意.

虽然在编写过程中，想尽量做到把错误减到最少，但很难做到没有错误，望读者指正.

编　者

目　　录

第1篇　概率论

第1章　概率论的基本概念……3

1.1　随机试验、随机事件和样本空间……3

1.1.1　随机试验……3

1.1.2　样本点和样本空间……4

1.1.3　随机事件、基本事件、必然事件和不可能事件……4

1.1.4　事件的关系和运算……5

1.1.5　事件的运算法则……8

习题1.1……9

1.2　事件的频率和概率……10

1.2.1　古典概型……10

1.2.2　几何概型……13

1.2.3　事件的频率及性质……14

1.2.4　概率的公理化定义和性质……15

习题1.2……17

1.3　条件概率……18

1.3.1　条件概率……18

1.3.2　关于条件概率的3个重要公式……20

习题1.3……22

1.4　事件的独立性……24

1.4.1　两事件的独立性……24

1.4.2　两个以上事件的独立性……26

1.4.3　事件的独立性与试验的独立性……27

1.4.4　二项概率公式……27

习题1.4……28

本章小结……29

综合练习题 1 …… 32

第 2 章　随机变量及其分布 …… 36

2.1　随机变量及其分布函数 …… 36
2.1.1　随机变量的引进和定义 …… 36
2.1.2　随机变量的分布 …… 38
2.1.3　随机变量的分布函数及性质 …… 40
习题 2.1 …… 41
2.2　离散型随机变量及其分布 …… 42
2.2.1　离散型随机变量及其分布 …… 42
2.2.2　3 个重要的离散型随机变量 …… 43
习题 2.2 …… 46
2.3　连续型随机变量及其分布 …… 47
2.3.1　例子和定义 …… 47
2.3.2　概率密度的性质 …… 48
2.3.3　3 个重要的连续型随机变量 …… 50
习题 2.3 …… 56
2.4　随机变量函数的分布 …… 58
2.4.1　问题 …… 58
2.4.2　离散型随机变量函数的分布 …… 58
2.4.3　连续型随机变量函数的分布 …… 58
习题 2.4 …… 61
本章小结 …… 62
综合练习题 2 …… 63

第 3 章　多维随机变量及其分布 …… 69

3.1　二维随机变量及其分布 …… 69
3.1.1　二维随机变量及其分布函数 …… 69
3.1.2　二维离散型随机变量及其分布律 …… 71
3.1.3　二维连续型随机变量 …… 72
3.1.4　n 维随机变量 …… 73
习题 3.1 …… 74
3.2　边缘分布和随机变量的独立性 …… 76
3.2.1　边缘分布函数及两随机变量独立性的定义 …… 76
3.2.2　边缘分布律及两随机变量独立的等价条件 …… 77
3.2.3　边缘概率密度和两随机变量独立的等价条件 …… 79
3.2.4　n 维随机变量的边缘分布及独立性 …… 82

习题 3.2 …… 83
3.3 条件分布简介 …… 85
3.3.1 离散型随机变量的条件分布律 …… 85
3.3.2 连续型随机变量的条件概率密度 …… 86
习题 3.3 …… 87
3.4 两个随机变量函数的分布 …… 89
3.4.1 离散型随机变量函数的分布 …… 89
3.4.2 连续型随机变量函数的分布 …… 90
习题 3.4 …… 94
本章小结 …… 95
综合练习题 3 …… 97

第 4 章 随机变量的数字特征 …… 103

4.1 数学期望 …… 103
4.1.1 数学期望的实际意义 …… 103
4.1.2 数学期望的定义和例子 …… 104
4.1.3 随机变量函数的数学期望公式 …… 106
4.1.4 数学期望的性质 …… 108
习题 4.1 …… 109
4.2 方差 …… 111
4.2.1 方差的实际意义和定义 …… 111
4.2.2 方差的计算 …… 112
4.2.3 切比雪夫不等式 …… 114
4.2.4 方差的性质 …… 114
习题 4.2 …… 115
4.3 协方差和相关系数 …… 117
4.3.1 协方差和相关系数的引进和定义 …… 117
4.3.2 协方差的计算 …… 118
4.3.3 协方差和相关系数的性质 …… 119
4.3.4 多维随机变量的数学期望和协方差矩阵 …… 120
4.3.5 n 维正态分布 …… 121
4.3.6 矩 …… 122
4.3.7 柯西-施瓦茨不等式 …… 122
习题 4.3 …… 123
4.4 大数定律和中心极限定理简介 …… 124
4.4.1 大数定律 …… 124
4.4.2 中心极限定理 …… 125

习题 4.4 …… 127
本章小结 …… 128
综合练习题 4 …… 129

第 2 篇　随机过程

第 5 章　随机过程的概念及其统计特性 …… 135
5.1　随机过程的概念及统计描述 …… 135
5.1.1　随机过程的概念 …… 135
5.1.2　随机过程的分类 …… 137
5.1.3　随机过程的有限维分布函数族 …… 138
5.1.4　随机过程的数字特征 …… 138
5.1.5　二维随机过程的分布函数和数字特征 …… 141
习题 5.1 …… 142
5.2　泊松过程和维纳过程 …… 143
5.2.1　独立增量过程 …… 143
5.2.2　正态过程 …… 145
5.2.3　正交增量过程 …… 147
习题 5.2 …… 147
本章小结 …… 148
综合练习题 5 …… 148
第 6 章　马尔可夫链 …… 152
6.1　马尔可夫链及其转移概率 …… 152
6.1.1　马尔可夫链的概念 …… 153
6.1.2　马尔可夫链的转移概率 …… 153
习题 6.1 …… 158
6.2　有限维分布和遍历性 …… 159
6.2.1　有限维分布 …… 159
6.2.2　遍历性和极限分布 …… 160
习题 6.2 …… 163
本章小结 …… 164
综合练习题 6 …… 165
第 7 章　平稳随机过程 …… 168
7.1　平稳过程及相关函数 …… 168
7.1.1　平稳过程的概念 …… 168

7.1.2 自相关函数的性质 …… 173
7.1.3 联合平稳 …… 173
习题 7.1 …… 174
7.2 各态历经性简介 …… 175
习题 7.2 …… 179
7.3 平稳过程的功率谱密度 …… 179
7.3.1 时间信号的功率谱密度 …… 179
7.3.2 平稳过程的平均功率和功率谱密度 …… 181
7.3.3 谱密度的性质 …… 182
7.3.4 白噪声 …… 184
7.3.5 互谱密度及其性质 …… 185
习题 7.3 …… 186
7.4* 线性系统对平稳过程的响应 …… 187
7.4.1 线性系统的数学描述 …… 187
7.4.2 随机过程通过线性系统 …… 188
习题 7.4 …… 192
本章小结 …… 192
综合练习题 7 …… 193

第3篇 数理统计

第8章 数理统计的基本概念与采样分布 …… 201
8.1 总体、样本及统计量 …… 201
8.1.1 总体 …… 201
8.1.2 样本 …… 201
8.1.3 统计量 …… 202
习题 8.1 …… 204
8.2 3个重要分布 …… 205
8.2.1 χ^2 分布 …… 205
8.2.2 t 分布 …… 207
8.2.3 F 分布 …… 209
习题 8.2 …… 211
8.3 采样分布定理 …… 211
习题 8.3 …… 215
本章小结 …… 216
综合练习题 8 …… 217

第 9 章　参数估计 …… 220
9.1　矩估计与最大似然估计 …… 220
9.1.1　矩估计 …… 220
9.1.2　最大似然估计 …… 222
习题 9.1 …… 226
9.2　点估计的评选标准 …… 226
习题 9.2 …… 229
9.3　区间估计 …… 230
9.3.1　置信区间 …… 230
9.3.2　建立置信区间的一般方法 …… 231
9.3.3　正态总体期望与方差的区间估计 …… 232
习题 9.3 …… 238
本章小结 …… 239
综合练习题 9 …… 240

第 10 章　假设检验 …… 244
10.1　假设检验的基本思想与概念 …… 244
10.1.1　假设检验的基本思想 …… 244
10.1.2　假设检验的基本概念与步骤 …… 245
10.1.3　两类错误 …… 245
习题 10.1 …… 247
10.2　正态总体期望与方差的假设检验 …… 247
10.2.1　方差已知,期望的检验——U 检验 …… 247
10.2.2　方差未知,期望的检验——t 检验 …… 250
10.2.3　单个正态总体方差的检验——χ^2 检验 …… 253
10.2.4　两个正态总体方差的检验——F 检验 …… 254
习题 10.2 …… 255
10.3*　总体分布的拟合优度检验 …… 256
10.3.1　总体为离散型的情况 …… 256
10.3.2　总体为连续型的情况 …… 259
习题 10.3 …… 262
本章小结 …… 263
综合练习题 10 …… 265
附录 …… 268
习题答案 …… 285

第1篇

概 率 论

第 1 章　概率论的基本概念

本章是概率论最基础的部分．这一章的重点内容是事件及其运算、事件的概率及其运算法则、条件概率及与条件概率有关的 3 个重要公式、事件的独立性．

1.1　随机试验、随机事件和样本空间

在自然界和社会中有两类不同的现象：确定性现象和随机现象．

确定性现象：在一定的条件下，完全可以预言什么结果一定出现，什么结果一定不出现，称此类现象为确定性现象．

例如，同性的电互相排斥；在标准大气压下，纯水加热到 100 ℃一定沸腾；2035 年 9 月 2 日北京将出现日全食等．

随机现象：在一定的条件下，可能出现这样的结果，也可能出现那样的结果，预先无法断言，但经过大量的重复观察，可发现其结果的出现具有统计规律性，称此类现象为随机现象．

例如，抛一枚硬币，观察出现正面还是反面；记录某地 1 月份的最高温度和最低温度等．

概率论（包括随机过程和数理统计）是研究随机现象的统计（数量）规律性的一门数学学科．

1.1.1　随机试验

人们是通过随机试验来研究随机现象的统计规律性的．随机试验有如下特点：

(1) 可重复性——在相同的条件下可重复进行；

(2) 一次试验结果的随机性——在一次试验中可能出现这一结果，也可能出现那一结果，预先无法断定；

(3) 所有结果的确定性——所有可能的试验结果是预先可知的．

以后把随机试验记作 E（可以有下标），并简称为试验 E．

下列都是随机试验：

E_1：抛一枚硬币，观察正面（H）或反面（T）出现的情况；

E_2:将一枚硬币抛 3 次,观察正面(H)或反面(T)出现的情况;

E_3:将一枚硬币抛 3 次,观察出现正面的次数;

E_4:掷一颗骰子,观察出现的点数;

E_5:记录某无线通信公司在午间 1:00～2:00 间接到的寻呼次数;

E_6:从一批计算机中任取一台,观察无故障运行的时间;

E_7:向一平面区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 10\}$ 随机投掷一点,观察落点的坐标;

E_8:在区间 $[0,3]$ 上任取一点,记录它的坐标.

要点 对一随机试验,重要的是弄清什么是它的一次试验(比较 E_1,E_2),观察的对象是什么(比较 E_2 和 E_3).

1.1.2 样本点和样本空间

一试验 E 的每一个可能的结果,称为 E 的样本点,记作 e(可以有下标).

一试验 E 的所有样本点的集合,称为 E 的样本空间,记作 S(可以有下标).

上面 E_1～E_8 的样本空间如下:

E_1:$S_1=\{H,T\}$;

E_2:$S_2=\{HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT\}$;

E_3:$S_3=\{0,1,2,3\}$;

E_4:$S_4=\{1,2,3,4,5,6\}$;

E_5:$S_5=\{0,1,2,\cdots\}$;

E_6:$S_6=\{t\mid t\geqslant 0\}$;

E_7:$S_7=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 10\}$;

E_8:$S_8=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}=[0,3]$.

1.1.3 随机事件、基本事件、必然事件和不可能事件

对一试验 E,在一次试验中可能出现也可能不出现的事情,称为 E 的随机事件,记作 $A,B,C,\cdots$.

例如,在 E_4 中,若令 A 表示"掷出奇数点",这就意味着掷一次骰子,无论掷得 1 点,掷得 3 点,还是掷得 5 点,都称 A 在这一次试验中发生(出现)了,因此也可将 A 记作 $\{1,3,5\}$ 或 $A=\{1,3,5\}$. 在 E_5 中,若令 B 表示"记录的呼唤次数大于 10",这就是说无论记录的次数是 11,还是 12,…,还是 100,…,都称 B 在这一次试验中发生了,因此也将 B 记作 $\{11,12,\cdots\}$ 或 $B=\{11,12,\cdots\}$. E_7 中,若令 C 表示"任意投掷一点,落点到原点的距离小于 1/2",这就表示无论该点的坐标是 $(0,0)$,还是 $(0.25,0.01)$,…,只要它的两个坐标 x,y 满足 $x^2+y^2<\frac{1}{4}$,都称 C 在这一次试验中发生了,因此也将 C 表示为 $\{(x,y)\mid x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$ 或 $C=\{(x,y)\mid x^2+y^2<\frac{1}{4}\}$.

要点 由上面的例子可见，随机试验 E 的随机事件可以用 E 的一些样本点组成的集合表示，在一次试验中当且仅当它所包含的任一样本点出现，都称该事件在这一次试验中发生了.

只含一个样本点的事件，称为该试验的基本事件. 例如，在 E_4 中 $\{3\}$ 表示“掷出 3 点”这一基本事件.

在任何一次试验中都不可能出现的事件，称为该试验的不可能事件. 例如，在 E_4 中，“掷出的点数大于 6”就是它的不可能事件，若用样本点的集合表示，就应是 $\varnothing$. 一试验的不可能事件记作 $\varnothing$.

在任何一次试验中都必然发生的事件，称为该试验的必然事件. 例如，在 E_4 中，“掷出的点数不超过 8”就是它的必然事件，若用样本点的集合表示，就应是它的样本空间 S. 一试验的必然事件记作 S.

1.1.4 事件的关系和运算

以下在讨论事件的关系和运算时，假定所涉及的事件是同一随机试验的事件.

1. 包含关系

设 A,B 为二事件. 若 A 发生必有 B 发生，称 A 包含在 B 中或 B 包含 A，记作 $A\subset B$.

$$A\subset B \Leftrightarrow \text{任意 } e\in A\text{，则 } e\in B$$

包含关系的几何表示如图 1.1 所示.

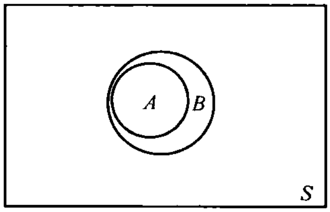

图 1.1

例 1.1.1 在 E_4 中，令 A 表示“掷得的点数不超过 2”，则 $A=\{1,2\}$；B 表示“掷得的点数不超过 4”，则 $B=\{1,2,3,4\}$. 显然，有 $A\subset B$.

例 1.1.2 一批产品中有合格品 100 件，次品 5 件，又在合格品中有 10% 是一级品. 今从这批产品中任取一件产品，令 A 表示“取得一级品”，B 表示“取得合格品”，则 $A\subset B$.

例 1.1.2 可以先写出试验的样本空间，然后把 A,B 分别表示成样本点的集合，最后判定 $A\subset B$. 例如，可把 105 件产品编为 1～105 号，其中 5 件次品为 1～5 号，10 件一级品为6～15号，其余的合格品为 16～105 号，样本点为任取一件产品的编号，那么 $S=\{1,2,\cdots,105\}$，$A=\{6,7,\cdots,15\}$，$B=\{6,7,\cdots,15,16,\cdots,105\}$，则 $A\subset B$.

以后，如无特别需要，可以不必写出样本空间，也可以不必把事件表示成样本点的集合，而是根据事件的关系、运算的定义以及具体事件的含义来判定它们之间的关系.

2. 相等关系

设 A,B 为二事件. 若 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称 A,B 相等或 A,B 等价，记作 $A=B$.

$$A=B \Leftrightarrow A\subset B \text{ 且 } B\subset A$$

相等关系的几何表示如图 1.2 所示.

例 1.1.3 在 E_4 中，令 A 表示“掷得偶数点”，则 $A=\{2,4,6\}$；B 表示“掷出的点数可

被 2 整除”,则 $B=\{2,4,6\}$. 显然,有 $A=B$.

例 1.1.4 在一副扑克牌(52 张,不包括王牌)中,任取 3 张牌,令 A 表示“取出的 3 张牌中至少有两张是红桃”,B 表示“取出的 3 张牌中最多有一张不是红桃”,则 $A=B$.

3. 事件的并

设 A,B 为二事件,称事件“A,B 中至少有一个发生”(“A 发生或者 B 发生”)为 A,B 的并(或和),记作 $A\cup B$.

$$A\cup B=\{e\mid e\in A \text{ 或 } e\in B\}$$

事件的并的几何表示如图 1.3 所示.

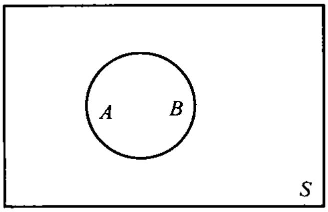

图 1.2

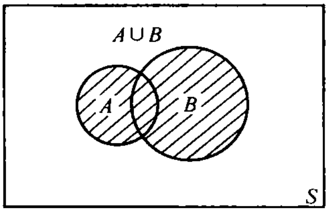

图 1.3

推广

$A\cup B\cup C$——A,B,C 中至少有一个发生;

$\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i$——$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生;

$\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$——$A_1,A_2,\cdots$ 中至少有一个发生.

例 1.1.5 在 E_8 中,A 表示“任取一点的坐标在 $(0,1/2]$ 内”,则 $A=(0,1/2]$;B 表示“任取一点的坐标在 $(1/3,3/4)$ 内”,则 $B=(1/3,3/4)$;C 表示“任取一点的坐标在 $(0,3/4)$ 内”,则 $C=(0,3/4)$. 显然,有 $C=A\cup B$.

例 1.1.6 袋中有 5 个白球和 3 个黑球,从其中任取 3 个球. 令 A 表示“取出的全是白球”,B 表示“取出的全是黑球”,C 表示“取出的球颜色相同”,则 $C=A\cup B$.

若令 $A_i(i=1,2,3)$ 表示“取出的 3 个球中恰有 i 个白球”,D 表示“取出的 3 个球中至少有一个白球”,则 $D=A_1\cup A_2\cup A_3$.

若令 $B_i(i=0,1,2)$ 表示“取出的 3 个球中恰有 i 个黑球”,则 $D=B_0\cup B_1\cup B_2$,且 $B_0=A_3, B_1=A_2, B_2=A_1$.

4. 事件的交

设 A,B 为二事件,称事件“A,B 同时发生”(“A 发生而且 B 发生”)为 A,B 的交(或积),记作 $A\cap B$ 或 AB.

$$AB=\{e\mid e\in A \text{ 且 } e\in B\}$$

事件的交的几何表示如图 1.4 所示.

推广

ABC——A,B,C 同时发生;

$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$——$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生;

$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$——$A_1,A_2,\cdots$同时发生.

例 1.1.7 在 E_5 中,令 A 表示"呼唤次数不超过 20",则 $A=\{0,1,2,\cdots,20\}$;B 表示"呼唤次数超过 10",则 $B=\{11,12,\cdots\}$;C 表示"呼唤次数大于 10 小于 21",则 $C=\{11,12,\cdots,20\}$.显然,有 $C=AB$.

例 1.1.8 一批产品中包含正品和次品各若干件,从其中有放回地抽取产品 5 次(每次取后,对取出的产品进行检验,然后放回,再作下一次抽取),每次任取一件.令 $A_i(i=1,2,3,4,5)$表示"第 i 次取出的是正品",B 表示"5 次都取得正品",则 $B=A_1A_2A_3A_4A_5$.

5. 事件的差

设 A,B 为二事件,称事件"A 发生而 B 不发生"为 A 减去 B 的差,记作 $A-B$.

$$A-B=\{e|e\in A \text{ 而 } e\notin B\}$$

事件的差的几何表示如图 1.5 所示.

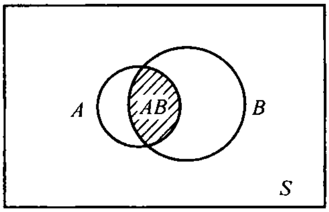

图 1.4

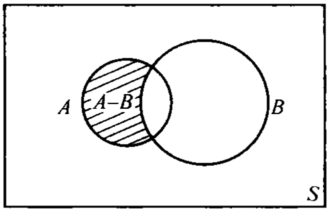

图 1.5

例 1.1.9 在 E_5 中,令 A 表示"呼唤次数不超过 20",则 $A=\{0,1,2,\cdots,20\}$;B 表示"呼唤次数超过 10",则 $B=\{11,12,\cdots\}$;C 表示"呼唤次数不大于 10",则 $C=\{0,1,2,\cdots,10\}$.显然,有 $C=A-B$.

例 1.1.10 从 $1,2,3,\cdots,N$ 这 N 个数字中任取一数,取后放回,先后取 k 个数字$(1\leqslant k\leqslant N)$.令 A 表示"取出的 k 个数中的最大数不超过 M"$(1\leqslant M\leqslant N)$,$B$ 表示"取出的 k 个数中的最大数不超过 $M-1$",C 表示"取出的 k 个数中的最大数为 M",则$C=A-B$,且 $B\subset A$.

6. 互不相容

设 A,B 为二事件,若 A,B 不能同时发生,称 A,B 互不相容或互斥,记为 $AB=\varnothing$.

$$A,B \text{ 互不相容} \Leftrightarrow AB=\varnothing$$

两事件互不相容的几何表示如图 1.6 所示.

推广 对有限多个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 或可列多个事件 $A_1,A_2,\cdots$,如果对任意的 i,