

LUNGUI ZHENDONG YU ZAOSHENG

轮轨振动与噪声

刘林芽 著



西南交通大学出版社

轮轨振动与噪声

刘林芽 著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

轮轨振动与噪声 / 刘林芽著. —成都: 西南交通大学出版社, 2016.3

ISBN 978-7-5643-4056-8

I. ①轮… II. ①刘… III. ①轮轨关系—振动—研究
②轮轨噪声—研究 IV. ①U211.5②U270.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 167765 号

轮轨振动与噪声

刘林芽 著

责任编辑 李芳芳
特邀编辑 林莉 秦志慧
封面设计 本格设计

出版发行 西南交通大学出版社
(四川省成都市二环路北一段 111 号
西南交通大学创新大厦 21 楼)

发行部电话 028-87600564 028-87600533

邮政编码 610031

网 址 <http://www.xnjdcbs.com>

印 刷 成都勤德印务有限公司

成品尺寸 170 mm × 230 mm

印 张 16.75

字 数 302 千

版 次 2016 年 3 月第 1 版

印 次 2016 年 3 月第 1 次

书 号 ISBN 978-7-5643-4056-8

定 价 78.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换

版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

随着我国经济的飞速发展和社会的日益进步，高速铁路因为具有全封闭、运能大、高效率、能耗低、高舒适性、安全系数高、低污染、不受气候影响等特点，在我国得到快速发展。截止到 2015 年年底，全国铁路营业里程超过 12 万千米，居世界第二位，其中高铁 1.9 万千米，居世界第一位，超过世界高铁营业里程的一半，是当之无愧的世界第一高铁大国，以高速铁路为主骨架的快速铁路网基本建成，总规模达 4 万千米以上。

然而，随着铁路列车速度的提高，由此带来的环境问题日益突出。国内外高速铁路的运行经验表明，高速列车的环境问题是高速铁路最难解决的三大问题之一，其他两个问题分别是安全性和舒适性问题，而振动与噪声问题则是高速列车环境污染中最突出的问题。因此，有效地减少和消除振动与噪声，是关系到铁路能否发挥高效运能的关键。世界第一条高速铁路——日本新干线的振动及噪声曾受到公众的强烈反对，因而在其投入运行后采取了一系列措施进行补救；法国 TGV 列车由于运行噪声，沿线居民提出强烈反对，因而不得不面临在一些区段限速的局面。当今人们环保意识日益增强，如何降低高速列车运行时的振动与噪声是高速铁路发展过程中无法回避的问题。

本书是刘林芽教授研究团队关于轮轨振动与噪声方向的研究总结，先后得到了多项国家基金的资助，如国家自然科学基金项目“基于轮轨高频振动非线性接触模型的轮轨噪声研究”（编号：50768004）、“铁路轮轨系统振动噪声信号传递的数学建模及研究”（编号：51068007）、“列车低噪声车轮声辐射优化模型及其遗传算法研究”（编号：51268014）、“基于响应面法的轨道交通箱型梁结构声学优化设计研究”（编号：51578238）。此外，本研究的工作还得到了江西省自然科学基金、江西省优势科技创新团队计划项目（20152BCB24007）

及江西省高等学校科技落地计划项目（12024）的资助。

全书内容共分七章，分别包括轮轨噪声预测与分析、车辆-轨道动力学模型、基于有限元法与边界元法的钢轨振动与声辐射分析、基于有限元与边界元车轮振动与声辐射分析、基于遗传算法的低噪声车轮声辐射优化设计研究、钢轨动力吸振器、阻尼车轮及阻尼钢轨的减振降噪试验分析。

限于作者水平，书中不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

作 者

2016 年 3 月

目 录

第 1 章 轮轨噪声预测与分析	1
1.1 轮轨相互作用理论	1
1.2 轮轨速度阻抗分析	16
1.3 轮轨噪声计算	48
1.4 轮轨噪声特性分析	72
1.5 系统参数对轮轨噪声治理的影响	79
第 2 章 车辆-轨道动力学模型	97
2.1 车辆-轨道垂向耦合分析模型	97
2.2 轮轨不平顺	111
2.3 轨道-车辆耦合系统数值计算	119
第 3 章 基于有限元法与边界元法的钢轨振动与声辐射分析	123
3.1 钢轨有限元模型	123
3.2 钢轨振动特性分析	129
3.3 钢轨声辐射特性分析	131
3.4 钢轨声学贡献分析	135
第 4 章 基于有限元与边界元的车轮振动与声辐射分析	144
4.1 车轮有限元模型	144
4.2 车轮振动特性分析	145
4.3 车轮声辐射特性分析	156
4.4 车轮声学贡献分析	161
第 5 章 基于遗传算法的低噪声车轮声辐射优化设计研究	169
5.1 车轮声辐射最优化设计模型	169
5.2 基于遗传算法的车轮声辐射优化求解方法	175

5.3 轮轨动力学分析模型	191
5.4 优化车轮高频振动声辐射分析及降噪评价	194
第 6 章 钢轨动力吸振器	202
6.1 钢轨动力吸振器设计	202
6.2 具有钢轨动力吸振器的轨道振动分析	211
第 7 章 阻尼车轮及阻尼钢轨的减振降噪试验分析	222
7.1 阻尼车轮减振降噪的试验分析	222
7.2 阻尼钢轨减振降噪的试验分析	245
参考文献	260

第1章

轮轨噪声预测与分析

1.1 轮轨相互作用理论

1.1.1 轮轨竖向接触关系

车轮和钢轨的表面不平顺构成了轮轨振动的激励源, 车轮和钢轨接触的几何关系见图 1-1, 图中 S_W 是车轮的表面粗糙度; S_R 是钢轨表面的粗糙度; K_W 是车轮的接触弹性刚度; K_R 是钢轨的接触弹性刚度; Y_{WR} 是车轮的径向位移变量; Y_{RV} 是钢轨的竖向位移变量。

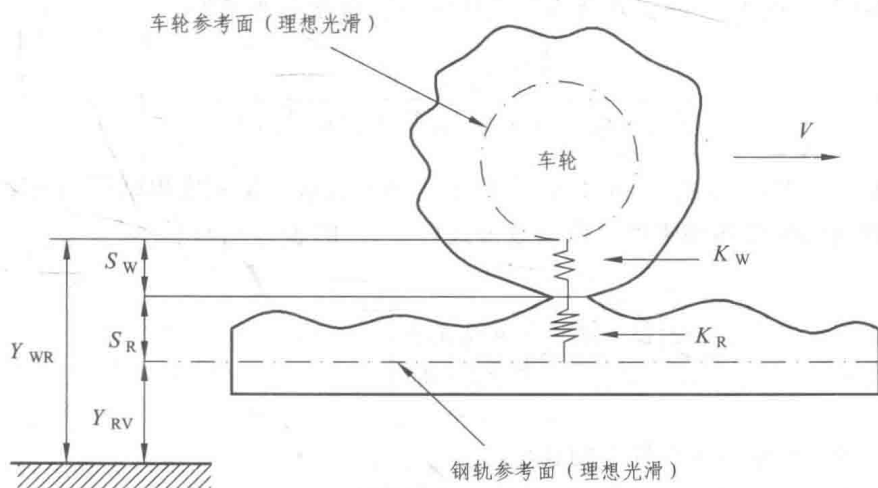


图 1-1 轮轨竖向接触几何关系

由图 1-1 可得出在轮轨接触点处有如下的几何关系：

$$Y_{WR} = Y_{RV} + S_W + S_R - F_V / K_W - F_V / K_R \quad (1-1)$$

式中 F_V ——轮轨间垂直作用力。

假设激励是周期性干扰力 $F_0 e^{-j\omega t}$ ，将 (1-1) 式对时间 t 求导得

$$\dot{Y}_{WR} + \dot{Y}_{RV} + \dot{S}_W + \dot{S}_R + j\omega F_V / K_W + j\omega F_V / K_R \quad (1-2)$$

根据速度阻抗的定义，有

$$\dot{Y}_{WR} = F_V / Z_{WR} \quad (1-3)$$

$$\dot{Y}_{RV} = -F_V / Z_{RV} \quad (1-4)$$

式中 Z_{WR} 、 Z_{RV} ——车轮、钢轨的竖向阻抗。

将 (1-3)、(1-4) 式代入 (1-2) 式可得轮轨间垂直作用力为

$$F_V = \frac{Z_{WR} Z_{RV} (\dot{S}_W + \dot{S}_R)}{Z_{WR} + Z_{RV} - j\omega Z_{WR} Z_{RV} (1/K_R + 1/K_W)} \quad (1-6)$$

将 (1-6) 式代入 (1-3) 式可得车轮接触点法向振动速度为

$$\dot{Y}_{WR} = \frac{Z_{RV} (\dot{S}_W + \dot{S}_R)}{Z_{WR} + Z_{RV} - j\omega Z_{WR} Z_{RV} (1/K_R + 1/K_W)} \quad (1-7)$$

将 (1-6) 式代入 (1-4) 式可得钢轨接触点法向振动速度为

$$\dot{Y}_{RV} = \frac{Z_{WR} (\dot{S}_W + \dot{S}_R)}{Z_{WR} + Z_{RV} - j\omega Z_{WR} Z_{RV} (1/K_R + 1/K_W)} \quad (1-8)$$

令 $1/K_C = 1/K_W + 1/K_R$ ，可知 K_C 实际上是两个接触弹簧刚度串联得到的刚度，即轮轨间的赫兹接触刚度，由赫兹公式可得 K_C 的表达式如下：

$$K_C = \frac{3\xi}{2} \left[\left(\frac{4E}{3(1-\nu^2)} \right)^2 \frac{4R_W R_R P}{R_W + R_R} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (1-9)$$

式中 P ——作用在车轮上的载荷；

E 、 ν ——车轮与钢轨的弹性模量和泊松比；

R_W ——车轮的半径；

R_R ——钢轨的半径；

ξ ——与 θ 有关的系数，见表 1-1， $\theta = \arccos \left(\frac{|R_R - R_W|}{|R_R + R_W|} \right)$ 。

表 1-1 系数 ξ 与 θ 的关系

ξ	θ
1.453	30
1.637	40
1.772	50
1.875	60
1.944	70
1.985	80
2.000	90
1.985	100

引入传递函数 $H_W(\omega)$ 和 $H_R(\omega)$ ，其表达式分别如下：

$$H_W(\omega) = \frac{Z_{RV}}{Z_{WR} + Z_{RV} - j\omega Z_{WR} Z_{RV} / K_C} \quad (1-10)$$

$$H_R(\omega) = \frac{Z_{WR}}{Z_{WR} + Z_{RV} - j\omega Z_{WR} Z_{RV} / K_C} \quad (1-11)$$

则 (1-7)、(1-8) 式可分别写为

$$\dot{Y}_{WR} = H_W(\omega) \cdot (\dot{S}_W + \dot{S}_R) \quad (1-12)$$

$$\dot{Y}_{RV} = H_R(\omega) \cdot (\dot{S}_W + \dot{S}_R) \quad (1-13)$$

1.1.2 轮轨横向接触关系

由于车轮的踏面是非对称结构，轮轨之间相互作用点通常不在钢轨顶面中心，因此，竖向作用将引起横向运动。图 1-2 为轮轨横向相互作用示意图。记 Z_{WVH} 为作用在车轮上接触点处的径向荷载引起车轮横向运动的阻抗， Z_{RVH} 为作用在钢轨上接触点处的竖向荷载引起钢轨横向运动的阻抗。则有

$$\dot{Y}_{WA} = \frac{F_V}{Z_{WVH}} + \frac{F_H}{Z_{WA}} \quad (1-14)$$

$$\dot{Y}_{RH} = \frac{F_V}{Z_{RVH}} - \frac{F_H}{Z_{RH}} \quad (1-15)$$

式中 $\dot{Y}_{WA}$ ——车轮横向运动速度;
 $\dot{Y}_{RH}$ ——钢轨横向运动速度;
 Z_{WA} ——车轮横向阻抗;
 Z_{RH} ——钢轨横向阻抗;
 F_H ——轮轨横向作用力;
 F_V ——轮轨竖向作用力。

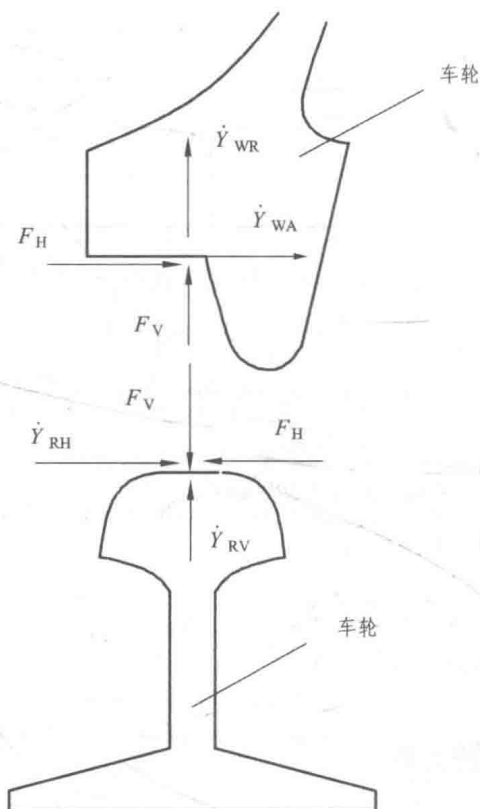


图 1-2 轮轨横向接触几何关系

若轮轨间在接触点处没有相对滑动, 则有 $\dot{Y}_{WA} = \dot{Y}_{RH}$, 代入 (1-14) 式和 (1-15) 式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{WA} &= \dot{Y}_{RH} \\ &= \frac{F_V}{1 + \frac{Z_{RH}}{Z_{WA}}} \left(\frac{1}{Z_{WVH}} + \frac{1}{Z_{RVH}} \frac{Z_{RH}}{Z_{WA}} \right) \end{aligned} \quad (1-16)$$

式右端括号中的两项在车轮共振频率处均为很大的数值。 Z_{WVH} 与车轮的几何形状有关,其值在共振频率处非常小,在反共振频率(响应量幅值为零的频率)处则非常大。因此,根据一种几何形状的车轮测得的 Z_{WVH} 很难推广到其他类型的车轮上。但是,钢轨不像车轮一样容易发生共振,只要钢轨类型相差不大,从一种类型的钢轨实测到的 Z_{RVH} 可以运用到其他类型的钢轨上。所以,在计算 $\dot{Y}_{WA}$ 或 $\dot{Y}_{RH}$ 时,我们忽略不计(1-16)式中右边括号中的第一项,进行简化可得

$$\dot{Y}_{WA} = \frac{F_V}{1 + \frac{Z_{RH}}{Z_{WA}}} \left(\frac{1}{Z_{RVH}} \frac{Z_{RH}}{Z_{WA}} \right) = \frac{Z_{RH}}{(Z_{RH} + Z_{WA})Z_{RVH}} F_V \quad (1-17)$$

同时有 $F_V = Z_{WR} \cdot \dot{Y}_{WR}$, 那么可得

$$\dot{Y}_{WA} = \dot{Y}_{RH} = \frac{Z_{RH}Z_{WR}}{Z_{RVH}(Z_{WA} + Z_{RH})} \dot{Y}_{WR} \quad (1-18)$$

1.1.3 轮轨耦合振动功率谱分析

1. 车轮和钢轨的接触点功率谱

设车轮和钢轨表面不平顺功率谱密度分别为 $\Phi_W(\omega)$ 和 $\Phi_R(\omega)$, 接触点车轮径向和钢轨竖向振动速度功率谱密度分别为 $\Phi_{Y_{WR}}^{PC}(\omega)$ 和 $\Phi_{Y_{RV}}^{PC}(\omega)$ 。根据“输出谱=|传递函数|²×输入谱”这一基本关系式, 引入滤波函数 $|\Psi(k)|^2$, 由(1-12)式和(1-13)式可得

$$\Phi_{Y_{WR}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_W(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot [\Phi_W(\omega) + \Phi_R(\omega)] \quad (1-19)$$

$$\Phi_{Y_{RV}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_R(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot [\Phi_W(\omega) + \Phi_R(\omega)] \quad (1-20)$$

令 $\Phi_{WR}(\omega) = \Phi_R(\omega) + \Phi_W(\omega)$, 代入(1-19)式及(1-20)式得

$$\Phi_{Y_{WR}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_W(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot \Phi_{WR}(\omega) \quad (1-21)$$

$$\Phi_{Y_{RV}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_R(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot \Phi_{WR}(\omega) \quad (1-22)$$

当 $k = \frac{\omega}{V}$ 时(V 是列车行车速度), 轮轨联合粗糙度的频谱和波数谱有如下关系:

$$\Phi_{WR}(\omega) = \Phi_{WR}(k) \frac{dk}{d\omega} \quad (1-23)$$

用 (1-23) 式对 (1-21) 式和 (1-22) 式做变换可得

$$\Phi_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_W(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot \Phi_{WR}(k) \frac{dk}{d\omega} \quad (1-24)$$

$$\Phi_{\dot{Y}_{RV}}^{PC}(\omega) = \omega^2 |H_R(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot \Phi_{WR}(\omega) \frac{dk}{d\omega} \quad (1-25)$$

通常我们对 1/3 倍频程表示的响应感兴趣, 为此, 将上面两式两边积分, 左边在每 1/3 倍频程对自功率密度谱积分, 右边在每 1/3 倍频程对轮轨不平顺波数谱积分。这样可得车轮在轮轨接触点处的径向振动速度功率谱为

$$S_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) = \int_{\omega-\Delta\omega/2}^{\omega+\Delta\omega/2} \Phi_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) d\omega \approx \omega^2 |H_W(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot S_{WR}(k) \quad (1-26)$$

钢轨在轮轨接触点处的径向振动速度功率谱为

$$S_{\dot{Y}_{RV}}^{PC}(\omega) = \int_{\omega-\Delta\omega/2}^{\omega+\Delta\omega/2} \Phi_{\dot{Y}_{RV}}^{PC}(\omega) d\omega \approx \omega^2 |H_R(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot S_{WR}(k) \quad (1-27)$$

$$S_{WR}(k) = \int_{k-\Delta k/2}^{k+\Delta k/2} \Phi_{WR}(k) dk \quad (1-28)$$

式中, $\Delta k = \frac{\Delta\omega}{V}$, $\Delta\omega$ 为 1/3 倍频带宽, Δk 也是 1/3 倍频带宽。

由 (1-26) 式可得车轮在轮轨接触点处的径向振动加速度功率谱为

$$S_{\ddot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) = \omega^4 |H_W(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot S_{WR}(k) \quad (1-29)$$

由 (1-27) 式可得钢轨在轮轨接触点处的竖向振动加速度功率谱:

$$S_{\ddot{Y}_{RV}}^{PC}(\omega) = \omega^4 |H_R(\omega)|^2 \cdot |\Psi(k)|^2 \cdot S_{WR}(k) \quad (1-30)$$

同理, 由 (1-18) 式可得车轮及钢轨在轮轨接触点处的横向振动速度功率谱为

$$S_{\dot{Y}_{WA}}^{PC}(\omega) = S_{\dot{Y}_{RH}}^{PC}(\omega) = \left| \frac{Z_{RH}}{Z_{WA} + Z_{RH}} \right|^2 \left| \frac{Z_{WR}}{Z_{RVH}} \right|^2 \omega^2 S_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) \quad (1-31)$$

式中 $S_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega)$ —— 车轮在接触点处的横向速度频谱。

由 (1-31) 式得到横向振动加速度功率谱:

$$S_{\dot{Y}_{WA}}^{PC}(\omega) = \left| \frac{Z_{RH}}{Z_{WA} + Z_{RH}} \right|^2 \left| \frac{Z_{WR}}{Z_{RVH}} \right|^2 \omega^4 S_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) \quad (1-32)$$

2. 车轮振动平均功率谱

在求车轮振动所辐射的声压时, 由于整个车轮结构都参与了噪声辐射, 如果直接采用轮轨接触点处的振动速度功率谱显然不够准确, 为此在计算车轮声辐射时需要用车轮的平均响应来代替接触点处的响应值。

在这里先求车轮沿环向平均意义下的径向平均功率谱, 车轮是一个多模态系统, 在简谐点激振荷载的作用下, 有

$$\dot{Y}_{WR} = F \sum_n A_n \cos n\theta \quad (n=1, 2, \dots) \quad (1-33)$$

式中 F ——简谐点激振荷载;

θ ——从点激振荷载作用处度量的角度;

A_n ——车轮径向第 n 阶模态的导纳, 将在第 4 章中给出其显式表达式。

令 $F = |F| e^{-j\omega t}$, 并取实部, 可得车轮在任意位置 θ 处径向速度的均方值:

$$\langle \dot{Y}_{WR}^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{Y}_{WR}^2 dt = \frac{|F|^2}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_n \sum_m A_n A_m^* \cos n\theta \cos m\theta \right\} \quad (1-34)$$

式中 $\operatorname{Re}\{\}$ ——复数的实部;

A^* —— A 的共轭复数。

由 (1-34) 式可得车轮在接触点处径向振动速度的均方值 (此时 $\theta=0$) 为

$$\langle (\dot{Y}_{WR}^{PC})^2 \rangle = \frac{|F|^2}{2} \cdot \left| \sum_n A_n \right|^2 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (1-35)$$

再将 (1-35) 式沿环向平均, 则得到车轮沿环向平均意义下的径向速度均方值:

$$\langle (\dot{Y}_{WR}^{AVG})^2 \rangle = \frac{|F|^2}{2} \cdot \operatorname{Re} \left\{ \sum_n \sum_m A_n A_m^* \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos m\theta d\theta \right\} \quad (1-36)$$

因

$$\int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos m\theta d\theta = \begin{cases} \frac{1}{2} & (n=m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

所以 (1-36) 式可简化为

$$\langle (\dot{Y}_{WR}^{AVG})^2 \rangle = \frac{|F^2|}{4} \cdot \sum_n |A_n^2| \quad (1-37)$$

这样由 (1-35) 式及 (1-37) 式可得

$$\langle (\dot{Y}_{WR}^{AVG})^2 \rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_n |A_n^2|}{|\sum_n A_n|^2} \cdot \langle (\dot{Y}_{WR}^{PC})^2 \rangle \quad (1-38)$$

为此, 车轮在整个圆周方向上径向振动速度的平均功率谱与接触点处功率谱的关系如下:

$$S_{\dot{Y}_{WR}}^{AVG}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_n |A_n^2|}{|\sum_n A_n|^2} \cdot S_{\dot{Y}_{WR}}^{PC}(\omega) \quad (1-39)$$

同样采用完全相似的方法, 可得到车轮在整个横截面上平均意义下的横向振动速度平均功率谱与接触点处功率谱的关系如下:

$$S_{\dot{Y}_{WA}}^{AVG}(\omega) = S_{\dot{Y}_{RH}}^{AVG}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum_n |B_n^2|}{|\sum_n B_n|^2} \cdot S_{\dot{Y}_{WA}}^{PC}(\omega) \quad (1-40)$$

式中 B_n ——车轮横向第 n 阶模态的导纳, 将在第 4 章中给出其显式表达式。

3. 钢轨振动平均功率谱

为了使计算的辐射声压值与轮轨噪声实测结果更好地相比较, 下面讨论钢轨在简谐激振力作用下, 钢轨的振动速度在时间 T 上的平均值 (通常 T 大于列车通过所花费的时间), 也就是求出钢轨在时间 T 内的平均振动速度。

由于轨道存在阻尼, 钢轨的振动沿纵向传播有衰减, 考虑到这种特性, 可将钢轨在距离周期性激励点 x 处的竖向振动有效速度表示为

$$\dot{Y}_{RV}(x) = (\dot{Y}_{RV}^{PC} / \sqrt{2}) \cdot \exp[i(\omega t - k_R x)] \exp(-\eta_{RV} k_{RV} x) \quad (1-41)$$

式中 $\dot{Y}_{RV}^{PC}$ ——轮轨接触点钢轨竖向振动速度幅值。

则钢轨在距离周期性激励点 x 处的竖向振动有效速度功率谱为

$$S_{\dot{Y}_{RV}}(x) = \frac{1}{2} \cdot S_{\dot{Y}_{RV}}^{PC} \cdot \exp(-\eta_{RV} k_{RV} x) \quad (1-42)$$

为此, 钢轨在长度 VT 段上的竖向振动速度的平均功率谱与接触点处的功率谱关系如下:

$$\begin{aligned} S_{\dot{Y}_{RV}}^{AVG}(\omega) &= \frac{1}{T} \int_0^T \dot{S}_{\dot{Y}_{RV}} dt = \frac{1}{2T} \int_0^T S_{\dot{Y}_{RV}}^{PC} \cdot \exp(-\eta_{RV} k_{RV} VT) dt \\ &= \frac{1}{2\eta_{RV} k_{RV} VT} [1 - \exp(-\eta_{RV} k_{RV} VT)] S_{\dot{Y}_{RV}}^{PC} \end{aligned} \quad (1-43)$$

整辆列车通过时激发钢轨振动的平均响应与接触点处的钢轨竖向振动响应有如下关系:

$$S_{\dot{Y}_{RV}}^{AVG}(\omega)_{\text{整}} = \frac{N}{2\eta_{RV} k_{RV} VT} [1 - \exp(-\eta_{RV} k_{RV} VT)] S_{\dot{Y}_{RV}}^{PC} \quad (1-44)$$

式中 N ——通过列车的轮对数;

η_{RV} ——钢轨竖向振动衰减系数;

k_{RV} ——钢轨弯曲波数。

钢轨弯曲波数 k_{RV} 公式如下:

$$k_{RV} = \sqrt[4]{\left(\frac{\omega}{r_{RV} c_1}\right)^2} \quad (1-45)$$

式中 r_{RV} ——钢轨竖向弯曲回转半径, $r_{RV} = \sqrt{I_x / A}$;

I_x , A ——钢轨对水平轴的惯性矩和截面面积;

c_1 ——钢轨纵向波速, $c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$;

ρ ——钢材密度。

同理, 已知 $\dot{Y}_{RH} = \dot{Y}_{WA}$, 则可推导出整辆列车通过时激发钢轨振动的平均响应与接触点处的钢轨横向振动响应有如下关系:

$$S_{\dot{Y}_{RH}}^{AVG}(\omega) = \frac{N}{2\eta_{RH} k_{RH} VT} [1 - \exp(-\eta_{RH} k_{RH} VT)] S_{\dot{Y}_{WA}}^{PC} \quad (1-46)$$

式中 η_{RH} ——钢轨横向振动衰减系数;

k_{RH} ——钢轨弯曲波数, $k_{RH} = \sqrt[4]{\omega^2 / (r_{RH} c_1)^2}$;

r_{RH} ——钢轨横向弯曲回转半径, $r_{RH} = \sqrt{I_y / A}$;

I_y ——钢轨对竖直轴的惯性矩。

1.1.4 轮轨接触区滤波

由于轮轨在载荷作用下要发生弹性形变, 因此轮轨之间形成了一个接触区, 轮轨接触区是轮轨接触时产生的椭圆接触区, 其接触变形称为赫兹接触变形, 接触区的大小除与车辆作用荷载有关, 还与轮轨的结构、形状等材料特性有关。

轮轨表面粗糙度对轮轨系统的激励作用受接触区的尺寸影响。当轮轨表面粗糙度波长大于接触区尺寸时, 轮轨接触后, 轮轨表面粗糙度对轮轨的激励作用不受影响; 当轮轨表面粗糙度波长小于接触区尺寸时, 轮轨表面粗糙度对轮轨的激励作用将大为削弱。这种轮轨接触区的特性称为轮轨接触区滤波作用, 为了考虑这种影响, 通常引入滤波函数 $|\Psi(k)|^2$ 。Remington 对这种滤波函数 $|\Psi(k)|^2$ 作了详细的数学推导, 给出了其解析表达式如下:

$$|\Psi(k)|^2 = \frac{4}{a(kb)^2} \int_0^{\arctan a} [J_1(kb \sec x)]^2 dx \quad (1-47)$$

式中 b ——接触区圆半径;

a ——粗糙度相关系数;

k ——粗糙度波数, $k = \frac{\omega}{V}$, V 为列车速度;

J ——贝塞尔函数。

相关系数 a 的取值越小, 则轮轨粗糙度的相关性越好。到目前为止, 轮轨两平行线间粗糙度相关性 a 的确定仍未完全解决, 通常假定轮轨两平行线间粗糙度完全相关, 此时 $a \rightarrow 0$, (1-47) 式简化为

$$|\Psi(k)|^2 = \frac{1}{1 + \pi(kb)^3 / 4} \quad (1-48)$$

图 1-3 与图 1-4 分别表示列车速度为 60 km/h 和 200 km/h 时, 接触圆半径取 5.33 mm, 相关系数 a 取不同值时接触滤波传递函数随 1/3 倍频程衰减的关系曲线。从图中可以看出, 在给定的条件下接触滤波函数随频率的增加而逐渐减小; 相同条件下, a 的取值越大, 滤波修正量越大; 行车速度越大, 滤波修正量越小。 a 的取值对滤波函数效果有很大影响。