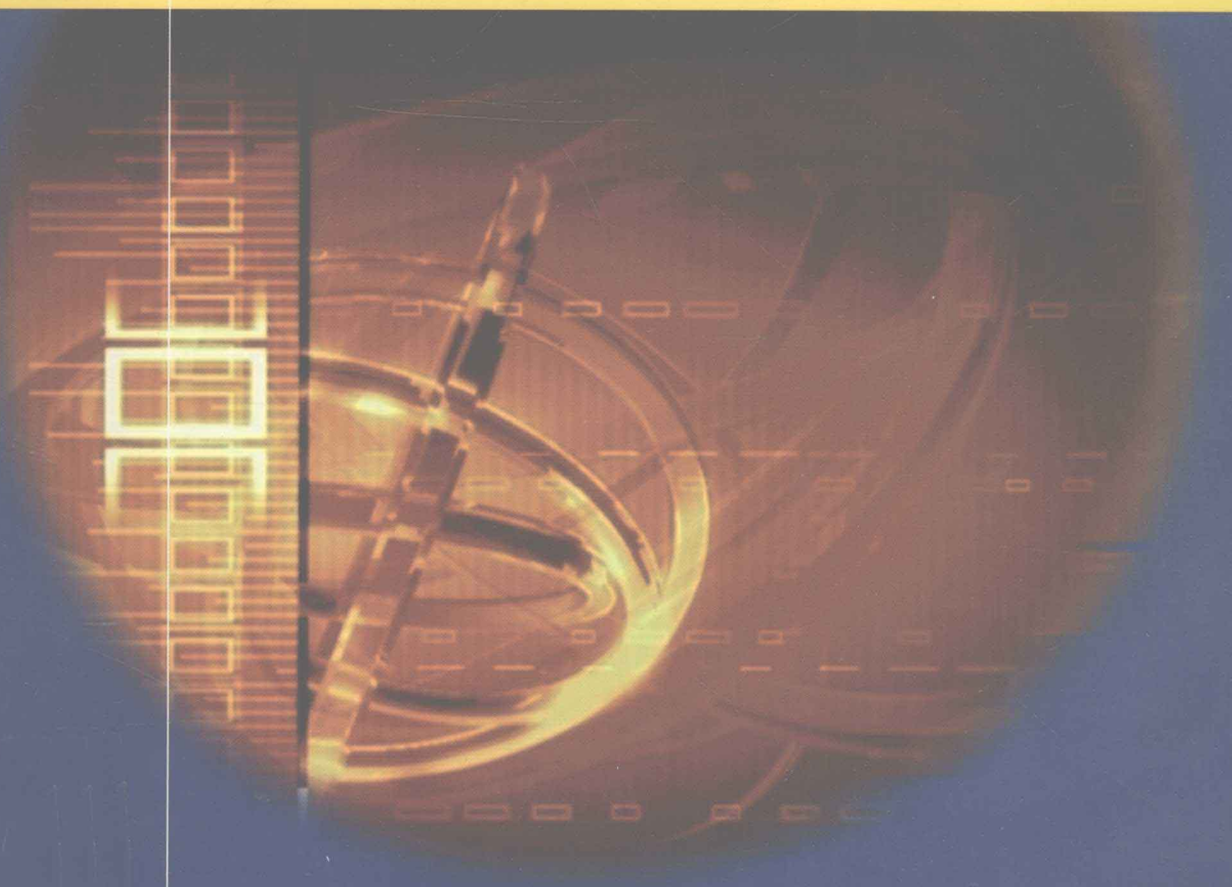
■ 高等学校理工科数学类规划教材

大学预科数学

COLLEGE PREPARATORY MATHEMATICS

金正国 编著



大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

■ 高等学校理工科数学类规划教材

大学预科数学

COLLEGE PREPARATORY MATHEMATICS

金正国 编著

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

大学预科数学 / 金正国编著. — 大连 : 大连理工大学出版社，2011.7
ISBN 978-7-5611-6387-0

Ⅰ.①大… Ⅱ.①金… Ⅲ.①数学—高等学校—教材 Ⅳ.①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 152996 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:16.75 字数:375 千字
2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:王 伟 责任校对:李云霄
封面设计:季 强

ISBN 978-7-5611-6387-0 定 价:32.00 元

前 言

为了适应普通高等院校民族预科教学的需要，根据国家教委和国家民委颁布的《关于普通高等学校少数民族预科文科教学计划》、《关于普通高等学校少数民族预科理工科教学计划》和《普通高等学校少数民族预科数学教学大纲》，我们编写了这部《大学预科数学》教材。

本教材的基本出发点是：符合国家对普通高等院校民族预科学生培养的目标，加强基本技能训练的要求；符合教学实际，有利于提高教学质量；通过数学理论的学习和训练，提高分析问题和解决问题的能力；体系完整，体现科学性，较好地解决了各阶段知识的衔接。

本教材的前期工作是从 2008 年秋季开始的，当时根据国家教委民族教育司、国家民委教育司召开的全国普通高等院校民族预科基础教程教材修订会议的精神，我们编写了初等数学改革试点讲义，并在大连理工大学民族预科班从 2008 年使用至今，教学效果非常好。在此基础上，我们设定《大学预科数学》的编写目标是内容系统、现代、实用，适合理工类高等学校民族预科学生的数学教学要求。

本教材在编写过程中突出如下特点：

1. 遵循认识规律，揭示数学发现

对于概念、定理、公式，尽可能从直观背景出发，提出问题，分析问题，得出结论，然后再抽象论证。将数学的基本思想融入各教学环节中，引导学生学会从量化的角度数学地思考和处理问题。

2. 加强综合应用数学知识能力的训练

各章节的例题和习题比较丰富，特别是适量选编了一些综合性的题目。对于难度较大的题目，我们注意推敲再三，对运算技巧作了淡化处理，因为此类技巧并未涉及基本的数学思想和方法。

3. 培养应用意识，提高应用能力

数学课程教学不仅要教会学生如何解题，更重要的是要教会学生如何使用数学，

进一步认识到数学是解决包括工程技术、金融经济、人文社科等诸多领域问题的强有力工具，从而使学生开阔眼界、活跃思想，同时提高学习兴趣。

4.融入数学演进历史

教材中适量融入了数学发展过程中的一些重要思想，结合相关章节介绍相关原理产生的背景，展示数学先驱们的重大贡献，使学生在学习的同时，从数学的发展足迹中受到启迪。

在本书编写的过程中，得到大连理工大学数学科学学院各位老师的重要指导和建议，也得到了大连理工大学教务处的大力支持，在此一并表示衷心的感谢。

限于编者的水平，书中不妥甚至错误之处在所难免，诚恳地期盼有关专家、各校同行及广大读者批评指正。

您有任何意见或建议，请通过以下方式与出版社联系：

邮箱 jcjf@dutp.cn

电话 0411-84707962 84708947

金正国
2011 年 8 月

目　录

第1章　整　式

整式运算是代数中最常见和最基本的运算，是其他代数式运算的基础，由它所导出的乘法公式和二项式定理都很重要，应用极广．本章将介绍集合，实数集，整式的加法、减法与乘法运算，数学归纳法以及二项式定理等．

1.1　集　合

1.1.1　集合的概念

在科学技术与日常生活中，除了要考虑个别的对象和事物外，有时还需要把它们作为整体来加以考虑，这种具有某种属性的对象和事物所组成的全体就构成一个集合．例如，学校图书馆藏书构成一个集合；一间教室里的学生构成一个集合；所有1到10的偶数构成一个集合等．一般地，所谓**集合**（简称**集**）是指具有某种特定性质的事物的全体，组成这个集合的事物称为该集合的**元素**（简称**元**）．

集合是数学中的一个基本概念，通常用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，用小写拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素．如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$ 或 $a\overline{\in}A$．若一个集合只含有有限个元素，则称为有限集；不是有限集的集合称为无限集．

所谓给定一个集合，就是给出这个集合是由哪些元素所组成．通常用两种方法表示集合：一种是列举法，就是把集合的所有元素一一列举出来，例如，从1到10的所有偶数所组成的集合 A 可以表示成

$$A=\{2,4,6,8,10\};$$

另一种是描述法，就是把集合中元素的公共属性描述出来，例如，所有在直线 $y=2x+1$ 上的点的集合 B 可以表示成

$$B=\{(x,y)\mid y=2x+1,x\in\mathbf{R}\},$$

而 $C=\{x\mid x^2-1=0\}$ 表示方程 $x^2-1=0$ 的解集．

习惯上，全体非负整数集即自然数集记作 $\mathbf{N}$，即

$$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,n,\cdots\};$$

全体正整数集为

$$\mathbf{N}^+=\{1,2,\cdots,n,\cdots\};$$

全体整数集记作 $\mathbf{Z}$,即

$$\mathbf{Z}=\{\cdots,-n,\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots,n,\cdots\};$$

全体有理数集记作 $\mathbf{Q}$,即

$$\mathbf{Q}=\left\{\frac{p}{q}\,\middle|\,p\in\mathbf{Z},q\in\mathbf{N}^+\text{且 }p\text{ 与 }q\text{ 互质}\right\};$$

全体实数集记作 $\mathbf{R}$,$\mathbf{R}^+$ 为全体正实数的集合.

定义 1-1 设 A、B 是两个集合,如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,则称 A 是 B 的子集,记作 $A\subset B$(读作 A 包含于 B)或 $B\supset A$(读作 B 包含 A).

定义 1-2 设 A、B 是两个集合,如果集合 A 与集合 B 互为子集,即 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称集合 A 与集合 B 相等,记作 $A=B$. 例如,设

$$A=\{1,2\},\quad B=\{x\mid x^2-3x+2=0\},$$

则 $A=B$.

若 $A\subset B$ 且 $A\neq B$,则称 A 是 B 的真子集,记作 $A\subsetneqq B$. 例如,$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$.

不含任何元素的集合称为**空集**. 例如

$$\{x\mid x^2+1=0\text{ 且 }x\in\mathbf{R}\}$$

是空集,因为满足方程 $x^2+1=0$ 的实数解是不存在的. 空集记作$\varnothing$,且规定空集$\varnothing$是任何集合 A 的子集,即$\varnothing\subset A$.

1.1.2 集合的运算

集合的基本运算有以下几种:并、交、差.

定义 1-3 设 A、B 是两个集合,由所有属于 A 或属于 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的**并集**(简称**并**),记作 $A\cup B$,即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A\text{ 或 }x\in B\};$$

由所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的**交集**(简称**交**),记作 $A\cap B$,即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\in B\};$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合,称为 A 与 B 的**差集**(简称**差**),记作 $A\setminus B$,即

$$A\setminus B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\notin B\}.$$

两个集合 A、B 的并、交、差可以用图形直观表示,如图 1-1 所示的阴影部分.

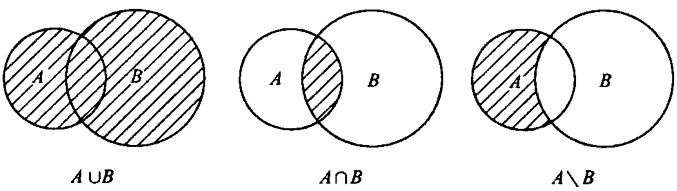


图 1-1

例如，设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则

$$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\},\quad A\cap B=\{3,4\},\quad A\backslash B=\{1,2\}.$$

另外，当研究集合与集合之间的关系时，在某些情况下，所研究的这些集合都是某一个给定集合的子集，这个给定的集合就称为**全集**或**基本集**，记作 I. 这就是说，全集含有所研究的各个集合的全体元素.

定义 1-4　设全集为 I，集合 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，称为集合 A 在集合 I 中的**补集**或**余集**，记作 $\overline{A}$ 或 A^C，即

$$\overline{A}=\{x\mid x\in I \text{ 且 } x\notin A\}.$$

图 1-2 中长方形内表示全集 I，圆内表示集合 A，阴影部分表示集合 A 在 I 中的补集 $\overline{A}$.

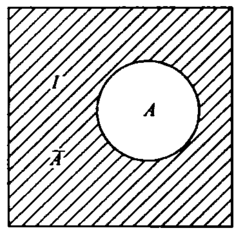


图 1-2

例如，在实数集 $\mathbf{R}$ 中，集合 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$ 的补集就是

$$\overline{A}=\{x\mid x\leqslant 0 \text{ 或 } x>1\}.$$

由补集的定义可知，对任何集合 A，有

$$A\cup\overline{A}=I,\quad A\cap\overline{A}=\varnothing,\quad \overline{\overline{A}}=A.$$

1.1.3　集合的运算法则

法则 1　设 A、B、C 为任意三个集合，则下列法则成立：

(1)交换律　$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$；

(2)结合律　$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$，$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3)分配律　$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，

$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$；

(4)幂等律　$A\cup A=A$，$A\cap A=A$；

(5)吸收律　$A\cup\varnothing=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$.

法则 2　设 $A_i(i=1,2,\cdots)$ 为一列集合，则下列法则成立：

(1)若 $A_i\subseteq C(i=1,2,\cdots)$，则 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i\subseteq C$；

(2)若 $A_i\supseteq C(i=1,2,\cdots)$，则 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i\supseteq C$.

法则 3　(对偶律或 De Morgan 律)

(1)$(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$；

(2)$(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$，

即两个集合并的补集等于它们的补集的交，两个集合交的补集等于它们的补集的并. 对偶律可以推广到有限多个集合的情形.

以上这些法则都可根据集合相等的定义验证. 现就对偶律的第一个等式："$(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$"证明如下：

因为

$$x\in(A\cup B)^C\Rightarrow x\notin A\cup B\Rightarrow x\notin A \text{ 且 } x\notin B\Rightarrow x\in A^C \text{ 且 } x\in B^C\Rightarrow x\in A^C\cap B^C,$$

所以

$$(A\cup B)^C\subset A^C\cap B^C.$$

反之,因为

$$x\in A^C\cap B^C\Rightarrow x\in A^C \text{ 且 } x\in B^C\Rightarrow x\notin A \text{ 且 } x\notin B\Rightarrow x\notin A\cup B\Rightarrow x\in (A\cup B)^C,$$

所以

$$A^C\cap B^C\subset(A\cup B)^C.$$

于是

$$(A\cup B)^C=A^C\cap B^C.$$

注意 以上证明中,符号"⇒"表示"推出"(或"蕴含").如果在证明的第一段中,将符号"⇒"改用符号"⇔"(表示"等价"),则证明的第二段可省略.

定义 1-5 设 A、B 是任意两个集合,在集合 A 中任意取一个元素 x,在集合 B 中任意取一个元素 y,组成一个有序对 (x,y),把这样的有序对作为新的元素,它们全体组成的集合称为集合 A 与集合 B 的**直积**或**笛卡尔(Descarts)乘积**,记为 $A\times B$,即

$$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例如,$A=\{1,2\}$,$B=\{3,4\}$,则 $A\times B=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$;又如,$\mathbf{R}\times\mathbf{R}=\{(x,y)\mid x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$即为 xOy 面上全体点的集合,$\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ 常记作 $\mathbf{R}^2$.

1.1.4 区间和邻域

区间是用得较多的一类实数集.

定义 1-6 设 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $a<b$,定义:

(1)闭区间 $[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$.

a 和 b 称为闭区间$[a,b]$的端点,这里 $a\in[a,b]$,$b\in[a,b]$;

(2)开区间 $(a,b)=\{x\mid a<x<b\}$.

a 和 b 称为开区间(a,b)的端点,这里 $a\notin(a,b)$,$b\notin(a,b)$;

(3)半开区间 $(a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}$,

$[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\}$.

以上这些区间都称为**有限区间**.数 $b-a$ 称为这些**区间的长度**.从数轴上看,这些有限区间是长度有限的线段.此外还有所谓的无限区间,引进记号$+\infty$(读作正无穷大)及$-\infty$(读作负无穷大),则可定义**无限区间**:

(4)无限区间 $(-\infty,+\infty)=\mathbf{R}$,

$$(-\infty,b)=\{x\mid -\infty<x<b\},$$
$$(-\infty,b]=\{x\mid -\infty<x\leqslant b\},$$
$$[a,+\infty)=\{x\mid a\leqslant x<+\infty\},$$
$$(a,+\infty)=\{x\mid a<x<+\infty\}.$$

区间在数轴上的表示如图 1-3 所示.

以后,在不需要辨明所讨论区间是否包含端点,以及是否有限区间还是无限区间的场合,我们就简单地称它为"区间",且通常用 I 表示.

邻域也是一个常用的概念.

定义 1-7 设 δ 是任一正数,称开区间$(a-\delta,a+\delta)$为点 a 的 **δ 邻域**,记作$\cup(a,\delta)$,即

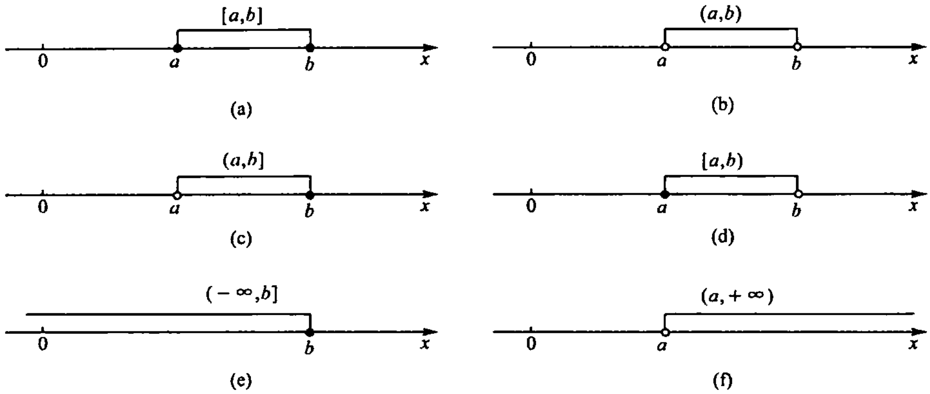


图 1-3

$$\bigcup(a,\delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}.$$

点 a 称为**邻域的中心**，δ 称为**邻域的半径**. 由于 $a-\delta<x<a+\delta$ 相当于 $|x-a|<\delta$，因此

$$\bigcup(a,\delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}.$$

因为 $|x-a|$ 表示点 x 与点 a 间的距离，所以 $\bigcup(a,\delta)$ 表示与点 a 距离小于 δ 的一切点 x 的全体.

有时用到的邻域需要去掉邻域中心. 点 a 的 δ 邻域去掉中心 a 后，称为点 a 的**去心 δ 邻域**，记作 $\mathring{\bigcup}(a,\delta)$，即

$$\mathring{\bigcup}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}.$$

这里 $0<|x-a|$ 就表示 $x\neq a$.

为了方便，有时把开区间 $(a-\delta,a)$ 称为 a 的**左 δ 邻域**，把开区间 $(a,a+\delta)$ 称为 a 的**右 δ 邻域**. 邻域和去心邻域如图 1-4 所示.

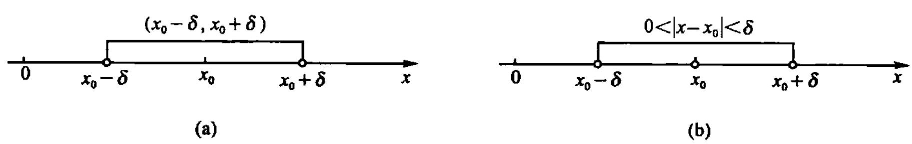


图 1-4

习题 1-1

1. 已知 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,5,6,8\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
2. 设 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{1,3,5\}$，求 $A\cap B$，$\overline{A}$，$\overline{B}$.
3. 设 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$，求 $\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$.
4. 设 N 是全体自然数的集合，且 $x\in\mathrm{N}$，列举下列集合所含有的元素：

(1) $A=\{x \mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$；　(2) $\{x \mid x-1=0, x-2=0\}$.

5. 用适当的集合填空：

(1)

$\cap$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	____	____	____
B	____	$B\cap A$	____

(2)

$\cup$	$\varnothing$	A	B
$\varnothing$	____	____	____
A	A	____	____
B	____	____	____

6. 设 P 为平面内的点，属于下列集合的点组成什么图形？

(1) $\{P \mid |PA| = |PB|\}$（A、B 是定点）；

(2) $\{P \mid |PO| = R\}$（O 是定点，R 是正常数）.

7. 若 P 是空间中的点，而 A、B、O 是空间中的定点，问上题中集合的点组成什么图形？

8. 设 $A=\{$过点 M 的圆$\}$，$B=\{$过点 P 的圆$\}$，求 $A\cap B$.

9. 证明 $(A\cap B)^C = A^C \cup B^C$.

1.2 实数集

1.2.1 有理数与无理数

数的概念是随着实际需要逐渐发展起来的. 根据计算和测量的结果，人们引入了自然数、正分数、负整数、负分数和零，它们统称为有理数. 有理数可以表示为 $\frac{p}{q}$ 的形式（其中 p,q 是整数且 $q\neq 0$），也可以表示为有限小数或无限循环小数的形式. 除了这些形式的数以外，还存在着不能表示为上述形式的数，如 $\sqrt{2}=1.414\ 2\cdots$，$\pi=3.141\ 59\cdots$ 等，称为无理数. 有理数与无理数统称为实数. 为了几何地表示实数，我们画一条直线（图 1-5），在上面取一定点 O 称为原点，并规定出正方向（从左向右），再取一个长度单位，这样规定了原点、方向和单位长度的直线叫**数轴**. 原点 O 对应实数 0. 这样，任何一个实数都对应数轴上唯一的一个点，反之，数轴上任何一个点都有唯一一个实数与之对应，因此，实数集 $\mathbf{R}$ 与数轴 Ox 上的点是一一对应的. 实数集的这一性质称为实数集的**连续性**或**完备性**. 正因为这样，今后我们对实数与数轴上的点不加区分. 实数集也叫**一维点集**，$\mathbf{R}$ 中点的集合称为**点集**.

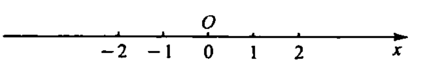


图 1-5

【例 1】 设 $A=\{x \mid -1<x<2\}$，$B=\{x \mid 1\leqslant x<3\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

解
$$\begin{aligned} A\cup B &= \{x \mid -1<x<2\}\cup\{x \mid 1\leqslant x<3\} \\ &= \{x \mid -1<x<3\}; \\ A\cap B &= \{x \mid -1<x<2\}\cap\{x \mid 1\leqslant x<3\} \\ &= \{x \mid 1\leqslant x<2\}. \end{aligned}$$

【例 2】 设 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，求 A^C.

解
$$A^C=\{x \mid x<1\}\cup\{x \mid x>2\}$$

或

$$A^C=\{x \mid x<1 \text{ 或 } x>2\}.$$

1.2.2 实数集的基本性质

实数集的下述性质大家是熟悉的，但它们的严格证明却很麻烦，需要用到实数的理论，在此从略.

性质 1　实数集对四则运算（即加、减、乘、除）是**封闭的**，即任意两个实数进行加、减、乘、除（除法要求分母不为零）运算后，其结果仍是实数.

性质 2　实数集是**有序集**，即实数集内任意两个数可以比较大小. 实数的大小可以按它们在数轴上对应点的位置来比较，点越往右，表示的实数越大. 任意两个实数 a 与 b 必满足且仅满足下列关系之一：

$$a<b,\quad a=b,\quad a>b,$$

且若 $a<b$，$b<c$，则 $a<c$.

性质 3　实数集是**稠密集**，即在任意两个不同的实数之间，必存在另一个实数. 特别地，有理数和无理数在实数集中是稠密的，即任意两个有理数之间必有有理数，任意两个无理数之间必有无理数.

实数的运算规律：

1°交换律　$a+b=b+a$，$ab=ba$；

2°结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$，$(ab)c=a(bc)$；

3°分配律　$a(b+c)=ab+ac$；

4°指数律　设 m，n 是正整数，则

$$a^m\cdot a^n=a^{m+n},\quad (a^m)^n=a^{mn},\quad (ab)^m=a^m\cdot b^m.$$

习题 1-2

1. 设 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x+1>0\}$，求 $\overline{A}$.

2. 设 $A=\{x\mid x+2>0\}$，$B=\{x\mid x-3<3\}$，求 $A\cap B$.

3. 设 $S=\{x\mid x\leqslant 3\}$，$T=\{x\mid x<1\}$，求 $S\cap T$，$S\cup T$，并在数轴上表示出来.

4. 求{有理数}∩{无理数}；{有理数}∪{无理数}.

5. 设 $I=\mathbf{R}$，且 $S=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$，判断下列命题哪些是真的：

(1) $1\in S$；　(2) $2\notin S$；　(3) $2\in S$；　(4) $4\in\overline{S}$.

6. 用列举法表示下列集合：

(1) $A=\{x\mid 5<x<8, x\in\mathbf{N}\}$；

(2) $B=\{x\mid x-3=0, x\in\mathbf{R}\}$；

(3) $C=\{x\mid |x|<5, x\in\mathbf{Z}\}$.

7. 求下列集合所含有的元素：

(1) $A=\{x\mid x+1<6\}\cap\{x\mid x>3, x\in\mathbf{N}\}$；

(2) $B=\{x\mid x+2<10\}\cap\{x\mid x+1>5, x\in\mathbf{N}\}$.

8. 设 $I=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x\leqslant 6\}$，求：

(1) $A\cap\varnothing$，$A\cup\varnothing$；　(2) $A\cap\mathbf{R}$，$A\cup\mathbf{R}$；　(3) $\overline{A}$；　(4) $A\cap\overline{A}$，$A\cup\overline{A}$.

1.3 整式的加法、减法与乘法

我们把代表数的字母与数进行加、减、乘几种运算所得的式子称为关于这些字母的**整式**. 关于 x 的整式可用 $f(x)$, $g(x)$ 等表示,例如

$$f(x)=2x+5,\quad g(x)=3x^2-x+1.$$

关于 x,y 的整式则可用 $F(x,y)$, $G(x,y)$ 等表示,例如

$$F(x,y)=x^2+2xy+2y^2-3x+5y+1,$$
$$G(x,y)=3x^3-y^2+2x+3.$$

当 $x=1$ 时,整式 $f(x)=2x+5$ 所对应的值记为 $f(1)$,即 $f(1)=2\times1+5=7$. 同样,当 $x=1,y=2$ 时,整式 $F(x,y)=x^2+2xy+2y^2-3x+5y+1$ 所对应的值可记为 $F(1,2)$,即 $F(1,2)=1^2+2\cdot1\cdot2+2\cdot2^2-3\cdot1+5\cdot2+1=21$.

就整式的项数是一项、二项或二项以上来说,又分别把这些整式叫做**单项式**、**二项式**或**多项式**.

1.3.1 整式的加法与减法

有关整式的加法与减法的法则可归纳如下:

(1)同类项相加(减),可把它们的系数相加(减),并把共同的字母部分写在后面.

(2)多项式相加,可连接写出它们的一切项,而不改变符号,再合并同类项进行化简.

(3)多项式相减,可改变减式各项的符号再相加.

(4)括号法则:括号前是"+"号,可以去掉括号,括号中各项符号不变;括号前是"−"号,可以去掉括号,并且括号中的各项都变号.

【例 1】 求 $4x^3-3x^2-5x-1$ 与 $2x-4x^2+7-5x^3$ 的差.

解 先将各多项式按 x 的降幂排列,再进行计算.

$$\begin{aligned}原式&=(4x^3-3x^2-5x-1)-(-5x^3-4x^2+2x+7)\\&=4x^3-3x^2-5x-1+5x^3+4x^2-2x-7 \quad (去括号)\\&=9x^3+x^2-7x-8. \quad (合并同类项)\end{aligned}$$

【例 2】 求 $(a^3+a^2b+b^3)-(2a^2b-ab^2+b^3)$.

解

$$\begin{aligned}原式&=a^3+a^2b+b^3-2a^2b+ab^2-b^3\\&=a^3-a^2b+ab^2.\end{aligned}$$

【例 3】 求 $(x^3+ax^2y+2ab^3)+(bx^2y-5ab^3)$.

解

$$\begin{aligned}原式&=x^3+ax^2y+2ab^3+bx^2y-5ab^3\\&=x^3+ax^2y+bx^2y+2ab^3-5ab^3\\&=x^3+(a+b)x^2y-3ab^3.\end{aligned}$$