

初中代数速效手册

●迷津指点●方法导引

黄海波 阮国杰

教育科学出版社

初中代数速效手册

· 迷津指点 · 方法导引

黄海波 阮国杰 黄宗富 编著

G6
1542

教育科学出版社

(京)新登字第111号

初中代数速效手册

黄海波 阮国杰 黄宗富 编著 责任编辑 刘 进

教育科学出版社出版、发行

(北京·北太平庄·北三环中路46号)

各地新华书店经销

北京顺义燕华印刷厂印装

开本: 787毫米×1092毫米 1/32 印张: 12.625 字数: 281千

1993年9月第1版 1993年9月第1次印刷

印数: 00,001—10,500册

ISBN 7-5041-1119-8/G · 1076 定价: 6.90元

序 言

本书是根据《全日制中学数学教学大纲》，配合初中学生做好由小学到中学的学习过渡，由北京师大二附中有较丰富的教学经验的教师编写的。

作为初中数学学习的参考书，为了能起到帮助同学们学好数学的作用，本书编写中力求紧密结合教学实际，做到把握整体，突出重点，剖析错误，阐明思路。

具体编写时注意做到：

1. 理清知识系统，把握知识整体。突出重点难点，重视基础知识。

2. 针对学习实际，抓住容易混淆的概念，容易出错的知识，进行重点剖析，帮助学生正确理解，掌握知识。

3. 精选典型例题，着重思路分析，尽量明确各章应着重培养的数学思想，方法，并以此为依据，适当选配练习。

希望本书能成为初中学生数学学习的良师益友。

陈俊辉

1993年1月

目 录

第一章 有理数	(1)
一、知识系统	(1)
二、重点知识	(2)
有理数 有理数的分类 数轴 相反数 绝对值 倒数	
有理数大小的比较 有理数的运算	
三、应注意的问题	(5)
有理数的分类 数轴 相反数 绝对值 倒数	
有理数大小的比较 有理数的运算	
四、典型例题	(18)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(23)
六、习题精选	(25)
第二章 整式的加减	(27)
一、知识系统	(27)
二、重点知识	(27)
代数式 代数式的值 代数式的分类 同类项	
合并同类项 整式的加、减运算	
三、应注意的问题	(30)
用字母表示数 代数式的概念 代数式的值	
代数式的分类 整式 整式的加减	
四、典型例题	(41)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(44)

六、习题精选	(45)
--------------	--------

第三章 一元一次方程	(47)
-------------------------	---------------

一、知识系统	(47)
--------------	--------

二、重点知识	(48)
--------------	--------

等式的概念、分类和性质 方程的同解 方程
的解和一元一次方程的解法 列方程解应
用题

三、应注意的问题	(49)
----------------	--------

等式的概念、分类和性质 方程的同解 一元
一次方程 字母系数的一元一次方程的解法
列一元一次方程解应用题

四、典型例题	(72)
--------------	--------

五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(79)
--------------------------	--------

六、习题精选	(80)
--------------	--------

第四章 一元一次不等式	(82)
--------------------------	---------------

一、知识系统	(82)
--------------	--------

二、重点知识	(82)
--------------	--------

不等式和不等式的分类 不等式的基本性质
不等式的解集和解不等式 不等式的同解原理
一元一次不等式及其解法 最简单的绝对值不
等式的解法

三、应注意的问题	(85)
----------------	--------

不等式的概念、分类和性质 代数式大小关系
的比较 不等式的解集 同解不等式与同解原
理 一元一次不等式及其解法

四、典型例题	(96)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(100)
六、习题精选	(102)
第五章 二元一次方程组	(105)
一、知识系统	(105)
二、重点知识	(105)
二元一次方程 二元一次方程的一个解 方程组 二元一次方程组及方程组的解 用代入消元法解二元一次方程组 用加减消元法解二元一次方程组 三元一次方程和三元一次方程组	
三、应注意的问题	(107)
二元一次方程 二元一次方程的解 二元一次方程组 二元一次方程组的解	
四、典型例题	(121)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(125)
六、习题精选	(126)
第六章 整式的乘除	(128)
一、知识系统	(128)
二、重点知识	(128)
整式的乘除法 乘法公式	(129)
三、应注意的问题	(129)
同底数的幂的乘法 幂的乘方 积的乘方 单项式的乘法 单项式乘以多项式 多项式乘以多项式 乘法公式 整式的除法 同底数幂的除法 单项式除以单项式 多项式除以单项式	

多项式除以多项式	
四、典型例题	(154)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(158)
六、习题精选	(160)
第七章 因式分解	(162)
一、知识系统	(162)
二、重点知识	(162)
因式分解 提公因式法 运用公式法 十字相乘法 分组分解法	
三、应注意的问题	(164)
因式分解的意义 提公因式法 运用公式法 十字相乘法 分组分解法	
四、典型例题	(180)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(184)
六、习题精选	(185)
第八章 分式	(187)
一、知识系统	(187)
二、重点知识	(187)
分式的概念 分式的运算 繁分式 分式方程	
三、应注意的问题	(190)
分式的概念 分式的基本性质 分式的约分 分式的通分 繁分式 分式的四则运算 可化为一元一次方程的分式方程	
四、典型例题	(205)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(210)

六、习题精选	(212)
第九章 数的开方和二次根式	(215)
一、知识系统	(215)
二、重点知识	(215)
方根的有关概念 根式的有关概念和性质 根 式的运算	
三、应注意的问题	(218)
平方根 算术平方根 立方根 实数 二次根 式 二次根式的性质 最简二次根式和同类二 次根式 二次根式的四则运算	
四、典型例题	(235)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(240)
六、习题精选	(241)
第十章 一元二次方程	(244)
一、知识系统	(244)
二、重点知识	(245)
一元二次方程 一元二次方程的解法 一元二 次方程根的判别式 一元二次方程根与系数的 关系 换元法	
三、应当注意的问题	(247)
一元二次方程及其解法 根的判别式 一元二 次方程根与系数的关系 应用根的判别式与根 与系数关系讨论根的符号 二次三项式的因式 分解 可化为一元二次方程的方程 换元法 二元二次方程组	

四、典型例题	(274)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(280)
六、习题精选	(281)

第十一章 指数 (283)

一、知识系统	(283)
--------------	-------

二、重点知识	(283)
--------------	-------

指数概念的扩充 指数运算法则 科学记数法

三、应注意的问题	(285)
----------------	-------

零指数与负整数指数 分数指数 幂的四则运算

四、典型例题	(295)
--------------	-------

五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(298)
--------------------------	-------

六、习题精选	(299)
--------------	-------

第十二章 函数及其图象 (302)

一、知识系统	(302)
--------------	-------

二、重点知识	(303)
--------------	-------

平面直角坐标系 常量和变量 函数的定义
函数关系的表示法 几个重要函数的图象及性质
一元一次不等式组及其解法 最简单的绝对值不等式的解法 一元二次不等式及其解法

三、应注意的问题	(317)
----------------	-------

直角坐标系 两点间的距离公式 线段的定比分点 函数的概念 函数中自变量的取值范围
一次函数的图象和性质 正、反比例函数 二

次函数的图象和性质 一元一次不等式组与
 $|x| < a$ 、 $|x| > a$ 型不等式 一元二次不等式及
其解法

四、典型例题	(344)
五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(355)
六、习题精选	(357)

第十三章 解三角形 (359)

一、知识系统	(359)
--------------	-------

二、重点知识	(360)
--------------	-------

三角函数的定义 三角函数间的关系 $0^\circ \sim 180^\circ$

角的三角函数的性质 三角形中的有关定理

三、应注意的问题	(363)
----------------	-------

三角函数的定义 三角函数的性质 解直角三
角形 解斜三角形

四、典型例题	(382)
--------------	-------

五、应注意培养的数学思想、方法和能力	(388)
--------------------------	-------

六、习题精选	(389)
--------------	-------

第一章 有理数

一、知识系统

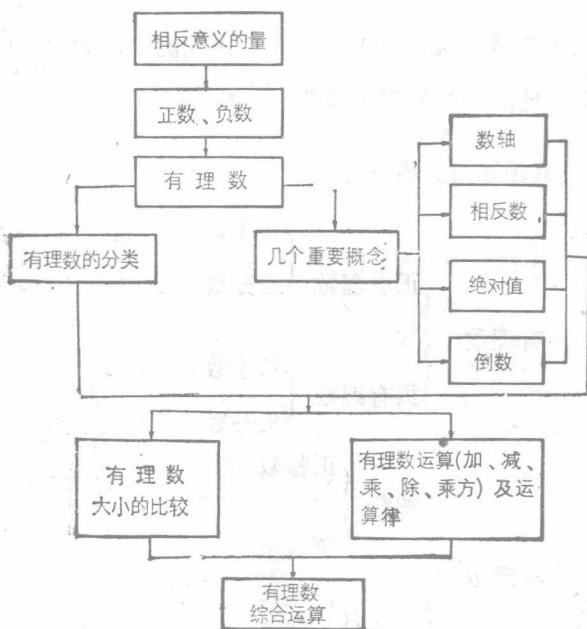


图 1-1

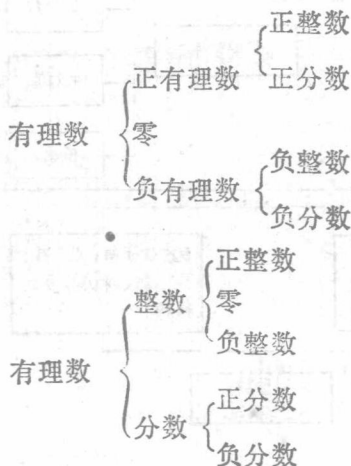
二、重点知识

1. 有理数

整数和分数统称有理数。一切有理数都可以表示成为 $\frac{q}{p}$

(p 、 q 为整数, 且 $p \neq 0$)的形式。而凡能表示为 $\frac{q}{p}$ (p 、 q 为整数, 且 $p \neq 0$)的形式的数一定是有理数。

2. 有理数的分类



3. 数轴

规定了原点, 正方向和单位长度的直线叫做数轴。如图

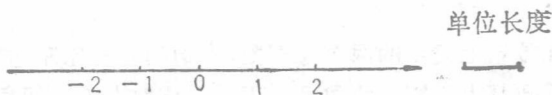


图 1-2

4. 相反数

有理数 a 和 $-a$ 叫做互为相反数. 零的相反数仍是零. 互为相反的数可以用数轴上位于原点的两侧, 与原点的距离相等的两个点来表示, 两个互为相反数的特征是它们的和为零. 即若 a 和 b 互为相反数, 则 $a+b=0$; 反之, 若 $a+b=0$, 则 a 和 b 互为相反数.

5. 绝对值

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零.

即

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}.$$

从绝对值的定义可以知道, 一个有理数的绝对值是一个非负实数, 从数轴上来看, 一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离.

6. 倒数

1 除以一个数的商叫做这个数的倒数. 零没有倒数. 互为倒数的两个数的特征是积为1, 即若 a 和 b 互为倒数, 则 $ab=1$; 反之, 若 $ab=1$, 则 a 和 b 互为倒数.

7. 有理数大小的比较

在数轴上表示的两个有理数,右边的数总比左边的数大.

正数都大于零;负数都小于零;正数大于一切负数;两个正数,绝对值较大的正数大;两个负数,绝对值较大的反而小.

8. 有理数的运算

(1) 运算法则

加法法则:两数相加 (I) 同号的取原来的符号,并把绝对值相加; (II) 异号的取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值,如果绝对值相同 (即两数互为相反数) 相加得零; (III) 一个数和零相加,仍得这个数.

减法法则:减去一个数等于加上这个数的相反数.

乘法法则:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘.

除法法则:除以一个数等于乘以这个数的倒数.

有理数的乘方是求几个相同因数的乘积的运算,即 $\underbrace{a \cdot a \cdots a}_n = a^n$. 其中 a^n 是乘方的结果,叫做幂, a 叫做底数, n 叫

做指数.

(2) 运算定律

加法交换律 $a+b=b+a$;

加法结合律 $(a+b)+c=a+(b+c)$;

乘法交换律 $ab=ba$;

乘法结合律 $(ab)c=a(bc)$;

乘法对加法的分配律 $a(b+c)=ab+ac$.

(3) 运算顺序

(I) 在加、减、乘、除、乘方运算中,加和减是第一级运算,乘和除是第二级运算,乘方是第三级运算.在没有括号的运算中,首先进行第三级运算,然后进行第二级,再进行第一级,就是先乘方,然后乘除,最后进行加减运算.

(II) 一个式子里如果有括号,先进行括号里面的运算.

(III) 如果只有同一级运算,就从左到右依次运算.

三、应注意的问题

1. 有理数的分类

第一,有理数与以前小学学过的那些数有何区别?

这里最大的区别在于有理数增加了负数,即负整数和负分数.因此有理数有正负之分,而小学学过的数都是正的(0除外).基于上述区别,当数的概念补充到有理数以后,对于遇到的每一个数,我们都应注意它的性质符号.

第二,把数的概念扩充到有理数有何意义?

在现实世界中存在着大量的具有相反意义的量.例如温度计上的零上10度,零下5度,财物帐目中的收入20元,支出8元等等.如果没有正数和负数,这时就不容易用数字将其表达清楚.当引入了正数和负数的概念之后,上述具有相反意义的量就可以分别记作 $+10^{\circ}\text{C}$ 与 -5°C , $+20$ 元与 -8 元.负数的引入,不仅仅为了表达具有相反意义的量,同时也是数学本身的需要.因为建立负数的概念后, $3-5=-2$ 的运算便成为可能.

第三,在学习有理数分类时,哪些地方容易出现错误?

这个问题提得好！下面通过例题分析一下，在有理数分类问题中容易出错的七个问题。

【例 1-1】把下列各数填入相应的集合的括号内： -4 ， $+5$ ， -0.3 ， $-\frac{1}{3}$ ， 0 ， 7.4 ， $0.333\cdots$ ， $-\frac{5}{6}$ ， 8 ， $-\pi$ ， $\frac{22}{7}$ ， $-0.\dot{3}0\dot{1}$ ， -7 。

整数集合 $\{\cdots\}$ ； 偶数集合 $\{\cdots\}$ ；
负分数集合 $\{\cdots\}$ ； 分数集合 $\{\cdots\}$ ；
非负整数集合 $\{\cdots\}$ ； 自然数集合 $\{\cdots\}$ ；
非正有理数集合 $\{\cdots\}$ 。

首先请你判断一下，下面的答案对不对？如果不对请指出错在哪里。

(1) 整数集合： $\{-4, +5, -7, 8, 0, +5\cdots\}$ ；

(2) 偶数集合： $\{8\}$ ；

(3) 负分数集合： $\{-\frac{1}{3}, -\frac{5}{6}\cdots\}$ ；

(4) 分数集合： $\{-0.3, -\frac{1}{3}, 7.4, -\frac{5}{6}, \frac{22}{7}\cdots\}$ ；

(5) 非负整数集合： $\{5, 8\cdots\}$ ；

(6) 自然数集合： $\{5, 0, 8\cdots\}$ ；

(7) 非正有理数集合： $\{-4, -0.3, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{6}, -\pi, -0.\dot{3}0\dot{1}, -7\cdots\}$ 。

上面七个答案都是错的。这七种错误概括了有理数分类中存在的主要问题。对此，我们逐一进行分析。

(1) 重复选择的错误。如 $+5$ 选择了两次。

(2) 有遗漏的错误。漏掉 -4 和 0 。 -4 是负偶数， 0 也是偶