

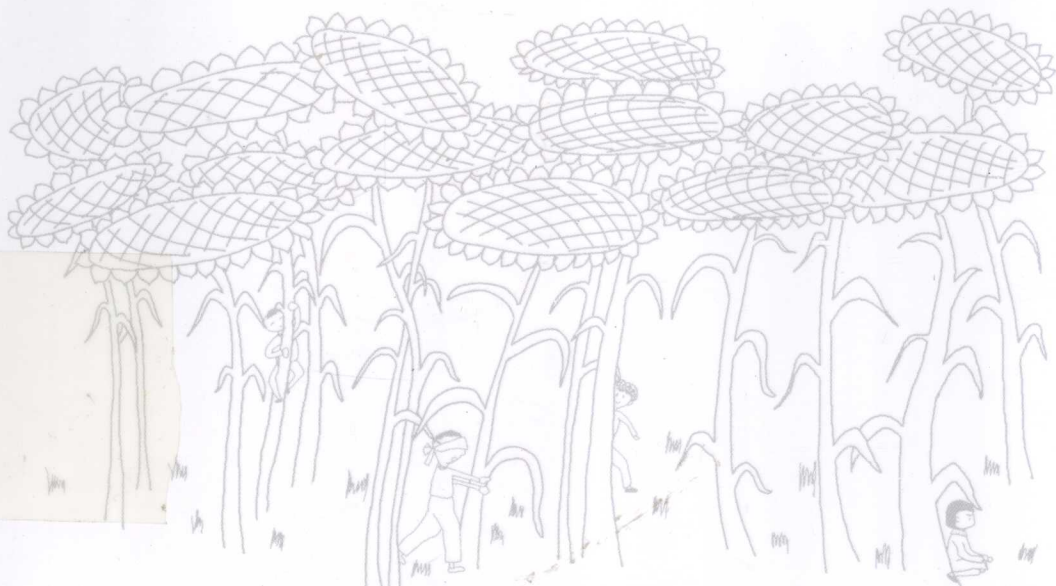
学生研究与学科教学丛书 | 季苹 主编

MATHEMATICS

从“备学生”转向“研究学生”

——基于学生研究的数学教学

顿继安◎著



教育科学出版社

ESPH Educational Science Publishing House

北京教育学院重点学科建设“学科教育学”研究成果
学生研究与学科教学丛书 | 季苹 主编

从“备学生”转向“研究学生” ——基于学生研究的数学教学

顿继安◎著

教育科学出版社
·北京·

出版人 所广一
项目统筹 何薇
责任编辑 郑莉
版式设计 宗沅雅轩 郝晓红
责任校对 贾静芳
责任印制 叶小峰

图书在版编目(CIP)数据

从“备学生”转向“研究学生”：基于学生研究的
数学教学/顿继安著. —北京：教育科学出版社，2015.7
(学生研究与学科教学丛书/季苹主编)
ISBN 978-7-5041-9857-0

I. ①从… II. ①顿… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第184262号

学生研究与学科教学丛书

从“备学生”转向“研究学生”——基于学生研究的数学教学
CONG “BEI XUESHENG” ZHUAN XIANG “YANJIU XUESHENG”
——JIYU XUESHENG YANJIU DE SHUXUE JIAOXUE

出版发行 教育科学出版社

社址 北京·朝阳区安慧北里安园甲9号 市场部电话 010-64989009
邮编 100101 编辑部电话 010-64981357
传真 010-64891796 网址 <http://www.esph.com.cn>

经销 各地新华书店

制作 北京博祥图文设计中心

印刷 保定市中画美凯印刷有限公司

开本 169毫米×239毫米 16开 版次 2015年7月第1版
印张 17.25 印次 2015年7月第1次印刷
字数 252千 定价 36.80元

如有印装质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

也算“十年磨一剑”

北京教育学院 季苹

《学生研究与学科教学丛书》终于要出版了，这是北京教育学院2003年成立的“新课程理念转化为优质教学实践的过程研究”（简称“转化”）团队（2010年升级为“学科教育学”团队）在多年研究的基础上出版的第一套书。研究学生的意义，大家都能感受到，但要全面深入理解也并不是很容易；什么是学生研究和怎么研究学生，更不是简单地凭经验就可以回答的，需要研究。为此，我们团队做了大量的思考和实践探索，这套书就是大家对十年来学生研究成果的一次系统化的梳理和再思考。

先介绍一下我们这个团队。

在2001年第八次课程改革启动的实验区干部教师的培训中，不少同志指出，新课程理念很好，但转化成行为很难。为此，2003年，在李方院长和学院党委的支持下，“新课程理念转化为优质教学实践的过程研究”课题组成立，十几个学科的老师参加，形成了“转化”团队，负责人即笔者。2010年，北京教育学院开始重点学科建设工作，与“转化”课题从教育的立场出发研究学科教学的视角相契合，“转化”团队承担了“学科教育学”重点学科建设的任务，升级为“学科教育学”团队。

我们为什么将这套书定名为《学生研究与学科教学丛书》而不是《研究学生与学科教学丛书》？

提到“学生研究”，教师们可能会提出疑问：“学生研究”是学生做研究吗？我们明确回答：不是，是教师做学生研究。那教师们会建议：为什么不直接说“研究学生”呢？我们认为，对学生的研究不是一种简单的实践行为，而是一门复杂的学问，“研究学生”表达的是行动，而“学生研究”表达的是研究对象，关于这个研究对象而形成的研究成果是学科教学、德育、课程、学

校管理等一切教育工作的基础。“学生研究与学科教学”这个说法表达了我们的两个观点：第一，学生研究是教育研究中的基础研究；第二，学生研究对于学科教学会产生基础性的影响。

那么，学生研究是在什么时候怎样提出来的呢？

从做课题的角度看，“新课程理念转化为优质教学实践的过程研究”这个题目显然太大，但是之所以选择做这样大的题目，是试图在大的范围中探索各种问题背后的基本问题。可是，在如此大的范围中如何寻找研究的切入点呢？我们集中思考了两个问题：新课程理念到底指的是什么？教师教学行为中的关键行为是什么？“新课程理念”很多，必须聚焦，只有聚焦了，研究才可能开展。如何聚焦？唯一的方式就是寻找最重要、最基本的理念。我们在新课程总的宗旨和目标以及学科教学目标两个层次上寻找，自然得出：第一个层次上最重要和最基本的理念就是本次课程改革的宗旨之一“为了每一个学生的发展”；第二个层次上最重要和最基本的理念就是学科教学应实现“三维”目标。聚焦到这样两点，就能以其观照分析教师的教学行为，分析其是否存在相关的缺失。教师的关键教学行为是什么呢？是备课。备课在本质上就是教师对教学的一种设想，是教师教学的起始行为，更重要的，是诸教学行为中具有主导意义的行为。备课是一种通俗的说法，其学名应该是教学设计。之所以选择备课行为作为研究对象，还在于我们对教学设计的认识。我们认为，教学设计是教师理论与实践结合的产物，是教师最具代表意义的专业产品，犹如建筑设计师的专业产品是建筑设计图一样。教师在教学实施后应该不断对教学设计进行修正，以使自己的专业产品日益成熟。在备课行为中，我们又强调“写教案”这一行为。教师备课行为的呈现方式是多样化的，有的教师表面上看不备课（即不写教案），其实并不一定是真的不备课。其中，有的教师可能真的不重视备课而简单了事，而有的教师是在反复揣摩、深思熟虑中备课的。不写教案并不能说明教师不备课。无论如何，仔细观察，总能发现各种备课行为。不过，为了明确起见，我们主要是围绕写教案这一外在行为展开研究的。

在对写教案这一行为的分析中，我们发现三个基本问题。基本问题1：为了每一个学生的发展 vs 备课中没有真的备学生——笼统、主观地备学生——学生研究是教育的基础工作。基本问题2：“三维”目标 vs 不会写教学目标——对教学目标中的概念不理解——“三维”目标的表述含糊——需要加强对“三维”目标的研究——尤其要对“知识”进行深入的理解。基本问题3：“三维”目标

vs 课时教案——应该进行目标单元教学设计。这三个基本问题，尤其是前两个基本问题，就成了我们团队多年研究的主题。我们将这两个基础问题表达为“如何研究学生”和“教什么知识”。

笔者在2004年提出学生研究，2005年在《光明日报》发表文章《老师，您做学生调研了吗？》，后来和团队老师们一起在《基础教育课程》《中国教育报》《中小学管理》等报刊发表了系列文章展示学生研究的观点和成果，同时，团队中各学科老师在各自学科的刊物上也发表了学生研究的一系列文章。目前，学生研究的主张已经得到了全国各地大部分教研员和校长、教师的认可，其中有我们的努力，这是我们团队感到非常高兴的事情。

十年来，我们对学生研究的思考不断在深化，主要体现在对三个基本问题的思考上。

第一，学生研究的意义是什么？

最初提出学生研究是为了改进教学，因此，学生研究的意义聚焦在教学改进上。但在做的过程中我们发现，其意义首先体现在师生关系的改善上，让师生关系更加和谐，其次，学生研究的过程是教师不断提升自己专业水平的过程。

随着对学生的认识从“学习者”向“人”的全面展开，我们对学生研究的意义又有了新的认识：从“人”的层面上说，对“人”的精细化的理解是教育文明的基础，是让教育教学充满人性光辉、让师生共享幸福的基础；从“学习者”的层面上说，学生的问题和智慧是师生专业或学业发展的推动力，是师生共同走向成功的根本依靠。

第二，学生研究的内容是什么？

笔者最初对“学生研究”提出的界定是：在对全体学生进行教学或对某位学生进行个别指导时，通过观察、作品分析、测试、问卷、访谈等方法诊断学生发展问题、发现学生智慧、了解学生发展需求、确定学生发展目标和发展策略的过程。研究途径是班级课堂教学和个别辅导。学生研究与教学工作并不是两件事情，学生研究应该是教学工作的有机组成部分。首先，学生研究是教学设计的一个重要依据，是教学设计工作的一部分。其次，学生研究要贯穿整个教学过程，可以说，教学过程是一个不断诊断学生、研究学生的过程，直至最后的教学评价。面对整个班级，学生研究需要同时研究不同层次、不同类型的学生，以确保教学面对全体学生。虽然面向全班，但班级教学中的学生研究

仍然要聚焦到具体学生，脱离具体学生的学生研究是不具体、不真实的。因此，班级课堂教学和个别辅导的学生研究在本质上是相同的。研究的切入点是学生的问题和智慧。研究的方法是观察、作品分析、问卷、访谈等。研究的内容是寻找问题产生或智慧形成的原因、过程和条件，确定学生的发展需要。研究的目的是确定学生发展的目标、教学的起点和教学的策略。

后来，我们又将学生研究形象地描述为“在彼岸和此岸之间研究学生”。“彼岸”和“此岸”是一种形象的说法，也可以说是一种直观的、本质的说法。这样一种说法似乎能够让我们带着更多的感情、憧憬甚至诗意来思考教学、思考学理，还原教学问题和学理探究的情感基础和整体感。“彼岸”就是教学目标，但是，“教学目标”在教师们的心目中似乎已经过于具体和实际，好像就是某节课的某篇课文、某个概念原理和考试相关的教学目标。“彼岸”可能会让我们有所超脱。“彼岸”是什么？是教师心里怀揣着的教育理想，是教师心中对学生发展目标的期望。“此岸”是对应“彼岸”而言的，是学生相对于“彼岸”的起点。只有当教师有了内心的“彼岸”之后，他才能看到学生的“此岸”。记得在讲林清玄的《和时间赛跑》的时候，我问：“作者怎样和西北风赛跑呢？”第一个学生回答：“西北风还没有跑回家，我先跑回家了，就说明我赢过了西北风。”显然，这是学生从作者描写的“我要比太阳更快回家”直接迁移过来的。我再问：“你怎么能看到自己比西北风先跑回家呢？”第一个学生感觉到自己的回答有问题，另一个学生想了想说：“如果西北风在我的身后，我就跑赢了它。”“可是，在你背后的风可能是被你挡住了呀，而且身边的西北风可能跑到前面了。”同学们很安静地想，忽然有一个学生说：“我可以和西北风吹动的树叶赛跑！”课后，老师们问我为什么想到问这样一个问题，我回答说：“小学三四年级学生学习开始分化，分化的一个原因就是他们在从形象思维向抽象思维发展过程中的差距。如果我们在任何一个学科中都能主动考虑学生思维发展的需要，就能较好地促进学生的共同发展。这个看似与课文理解无关的问题，一方面可以作为调动学生情绪的小环节，另一方面也利用教材促进了学生思维的发展。”抽象思维的发展是教师心中的“彼岸”，正是由于有这个“彼岸”，教师才看到了学生的“此岸”——“我要比太阳更快回家”，也才不断地提出问题，推动学生在接力棒式的回答中走向“彼岸”。可以说，教师内心的“彼岸”越丰富，看到的“此岸”就会越多；教师内心的“彼岸”越清晰，引领学生从“此岸”走向“彼岸”的方向和策略就越清楚。

“彼岸”也就是教师对学生发展目标的思考，它包括两个层面：基础的层面是“人”，即对学生作为“人”的发展目标的思考；另一个层面是对学生作为“知识学习者”的发展目标的思考。过去的学生研究主要是在后一个层面做的，第一个层面基本不被关注。可事实上，学生首先希望教师关注的就是他这个人——他的情感、他的人际交往、他的理想、他的生活等。一进入课堂，教师首先应该关注或者说研究学生哪方面的内容？笔者认为学生的情绪。课堂教学的管理首先是对学生情绪的了解和管理，教师要尽量让课堂温暖起来，让学生的情绪积极起来。人的发展是每一位教师在任何学科教学中都需要关注和研究的内容。自从提出“人”的层面之后，笔者开始对“健康自我”以及“自我”的各种理论进行学习和梳理，形成了《理解自我：教育文明的基础》一书（2014年由教育科学出版社出版），其中的一些研究成果逐渐开始在学生研究中渗透。例如，在语文学科学习《挑山工》一文时，教师们最初普遍认为挑山工的精神是坚持不懈，但是从健康自我的角度想，如此有魅力的挑山工不会仅仅是坚持不懈，于是回到文本又发现，挑山工还是智慧的、乐观的、健康的。而且，“人”的层面的思考与“知识学习者”层面的思考使原来就受到重视的一些想法更加凸显。尊严对于人来说是最重要的，那么什么决定着人的自尊感呢？意义和能力，或者说，意义感和能力感。在知识学习中，意义就是知识对于“我”的直接意义，而能力则是以知识中蕴含的方法的掌握为基本内容的，由于方法具有超越具体知识在其他知识学习中的意义，我们将承载方法性知识的具体知识对于人的意义称为启示意义。对知识的直接意义和启示意义的重视，唤起了笔者对以往强调的“有效教学”的反思，从而促使笔者提出“有意义教学”。“有意义教学”就是希望教师们将学生“人”的层面的发展置于知识之上，在知识教学中首先帮助学生感受和理解知识的直接意义，然后让学生在知识学习中获得方法性知识，获得知识的启示意义。

第三，学生研究的方法是什么？

谈到“学生研究”，大家可能会从实践的角度关注具体的学生研究的方法和策略，而实际上一些更加上位的方法更重要。具体的方法通常是观察、访谈、问卷调查等。一提到学生研究，大家就会想到这些具体方法，但实际上，运用这些方法并不一定能很好地研究出学生的真实问题。例如，采用观察学生的方法，如果教师不能为学生提供探索问题的机会和空间，学生只是进行一问一答的应答式学习，观察者是不可能观察出学生的问题的。因此，学生研究更

加上位的方法之一就是为学生提供探索问题的空间。

“给学生时间”好理解，因为时间具体，而“给学生空间”则因为空间抽象而难理解。什么是空间？就是一个地方，一个活动的地方。它是一个吸引人去活动的地方，不吸引人，没人去，谈不上空间；它是一个需要思维活动、挑战思维的地方，没有挑战，谈不上空间；它是一个进行构造的地方，在问题解决中构造知识结构的空間；它是一个可以自由敞开活动的地方，没有自由，谈不上空间……思想的空间是由具有较强吸引力和一定挑战性的总体性问题构造的。如何理解“吸引力”、“挑战性”和“总体性”？让我们先来看一些问题的例子。语文学科：为什么要写《挑山工》？化学学科：怎么由已知的小分子物质合成新的大分子物质？地理学科：从哪些角度和方法认识一个区域？思想政治学科：什么样的社会制度是好的制度？数学学科：如何解决最值问题（在最值问题的探讨中理解函数的价值）？英语学科：如何培养学生在交流中运用连贯、丰富的语言进行得体表达的能力？这些问题的“吸引力”在于学生能够从这些问题中感受到问题及其背后的知识的意义。通常，大家觉得知识学习的吸引力在于学生对知识的兴趣，这种兴趣与人的天性和知识带给人的智慧有关，而笔者认为，知识学习的吸引力在于知识对于生活的意义。大家可以仔细想想，由于本能的兴趣做事与由于事情的意义做事，哪个对我们的吸引力更为普遍？这些问题的“挑战性”在于它们不是一下子就能被解决的，而是需要通过一系列的追问（对问题的核心概念中的基本概念进行追问）、推断（推断写作动机或者制定标准的出发点等）和构建知识结构（物质的组成、性质和变化或者区域地理各要素的内涵和关系等）的过程才能被解决。所谓“总体性”，指的是这些问题往往包含着一连串紧密关联的问题，犹如连续剧的展开，一个情节接着一个情节，学生需要在环环相扣的问题解决中最终解决总体的问题。

有了空间，才有活动，有了学生真实的活动，观察才会有意义。但是，即使有了学生的真实活动，教师也不见得就能有所发现。怎样才能有所发现呢？学生研究的另一个上位的方法上场了，这就是倾听。倾听是在“彼岸”与“此岸”之间架起桥梁。教师内心怀揣着无数美好的期待，就会有倾听的热情。这期待中有对美好“彼岸”丰富的展望，带着这种展望去发现学生的起点，引领学生从“此岸”走向“彼岸”，享受这一美好的过程；这期待中更有对学生的信任和期待，带着对学生各种问题和智慧的期待，发现学生的“此

岸”，更发现学生从“此岸”走向“彼岸”的能力。学生的起点不同，不同学生的起点可以连成从“此岸”到“彼岸”的过程，倾听就是在头脑中将这些点连成一条从“此岸”到“彼岸”的彩虹桥。

倾听了，真听进去了，就会产生有针对性的有意义的调整，产生新的方法，放弃或修改不合理的做法。“调整”是又一个上位的方法。表面上看，明确了学生的真正需要，调整应该是一件比较容易的事情，但事实并非如此，教师仍然会不由自主地照章办事。“调整”难在教师对新方法从理解到熟练需要一个过程，更难在对自我的调整。每位教师都有自己的习惯，更普遍的是，每位教师都生活在已经习惯的传统的教学行为中，要调整这些行为，尤其是调整这些行为积久形成的性格，实在不容易。例如，根据学生的需要应该放慢教学的节奏，但由于自己一直以来习惯了某种快的节奏，语言和行为都在这种节奏中，虽然不断提醒自己，刚开始会慢下来，但不一会儿又会回到习惯的快节奏中。再比如，计划调整后仍然需要观察其是否适合学生，但可能在习惯上又回到了执行预定计划的路上，学生研究从此消失了。

之所以说给空间、倾听、调整是上位的方法，直接的依据就是它们决定着具体方法能否真正发挥作用，而深层次的原因则在于这些方法既与教师内心对学生发展的期待有关，又与教师对自我的调整有关，也就是说，它们与人有着更直接的联系。

从上述对学生研究的界定和对学生研究方法的深入理解看，教师做学生研究是需要基础的。

一是知识基础，包括对学生及人的理解的知识 and 关于学科知识分析的知识以及二者的联系。最初，我们是想先出一套关于学科知识分析的书，但是，当学科知识分析和学生研究两个研究主题同时出现在教师们面前时，他们往往对后者更有热情。根据现实的需要，也尊重团队老师们的感受，我们就决定先着手学生研究的系统研究。实际上，这两点是一件事情的两个方面，而且前者是后者的基础，道理很简单，教师要在“彼岸”和“此岸”之间进行学生研究，知识教学的彼岸需要教师对知识进行深入的分析才能构成。二者之间的关系，在丛书的每一本书中都被反复提及。学生研究不仅需要以学科知识分析作为基础，还需要以对人的理解作为基础，而对人的精细的理解不仅仅要靠生活的体验和感悟，还需要系统的学习。

另一个基础是教师自我反思的态度和能力。学生研究从一开始就需要教师

持有开放的态度，这种开放态度的本质就是去自我中心，教师最终需要根据研究的结果对自己习惯的传统行为进行调整，这种调整不是简单的行为改变，而是继承与创新式的自我调整，是以教师清晰的、健康的自我意识为基础的。

最后，想介绍一下这套书的特点。

前面一开始就提到，这套书是“转化”团队或称“学科教育学”团队的研究成果。笔者作为团队负责人是教育学出身，其他成员来自各个学科。十年来，在北京教育学院党委的支持和团队成员共同的学术理想的推动下，我们坚持集体讨论，从未间断。这种集体讨论是面向实践问题的、以案例为载体的、学科融合的、开放民主务实的、持续而深入的思想大讨论，这种讨论过程是教育理论与学科教学以及学科与学科之间融合的过程，每一个成员都享受着这一融合与生长的过程。这样的融合使得各学科学生研究能够站在基于学科又超越学科的“育人”的角度看问题，从而保证了学生研究的教育性，使我们的研究成果不是停留在具体方法的技术层面上，而是上升到以人为本的思想层面上。因此，这套书对教育的一些基本思想，如以学生为主体、教师专业发展内容以及学科教学的根本目标等，提出了一些具有发展意义的观点。

这套书中每一本书都既是作者独立探索和深度思考的结果，也是整个团队集体讨论的结晶。因此，每本书既能够很好地体现每个学科学生研究的特点，供本学科老师们学习，同时又具有“通识”性质，而且每本书在通识性的理解上都形成了各自独特的观点。各学科老师可以选择自己学科的那本书作为重点阅读，同时也可以打破学科界限，将其他学科的书当作通识性的图书来学习。

这套书是我们十年实践研究的成果，每本书的作者都长期坚持到学校听课，和老师们一起深入开展学生研究实践，积累和形成了很多生动而又深刻的案例。这些案例是我们学生研究的宝贵财富，相信老师们读到这些案例时，既会因为案例中熟悉的事情感到亲切，又会因为案例中学生研究的思路以及对学生发展的实际推动而受到鼓舞。老师们读了这些案例，然后再理解学生研究的一些思想，感性与理性会一起丰富和发展，而且，阅读的过程就是享受。

这套书中，每个学科都形成了关于学生研究与学科教学相对系统的认识。我们认为，系统的认识相对于零散经验的积累，会更有利于能力的形成。因此，相信我们的研究成果对教师学生研究能力的形成会有一定的帮助。

在阅读这套书的过程中，我不断被感动着：被老师们的真知灼见所感动，

想象着大家对问题不断思考，对观点不断斟酌，耗尽心力；被老师们一个一个真实的案例感动，想象着大家到过多少学校，听过多少节课，与老师们进行了多长时间的探讨，辛苦并快乐着；还不时地被书稿中从心里流淌出来的“文采”感动，重温着大家在研究和写作过程中的激动。最后，想象着这些观点如果被老师们和其他同行读到，能够与大家分享，对大家有一些帮助，并最终对学生们有所帮助，心里就非常高兴！这是我们团队共同的愿望，我们期待着与大家的交流。

读懂学生不容易

顿继安

研究学生、了解学生的重要性，在教育理论界和实践界从来没有人怀疑过。然而，在世纪之交启动的数学课程改革所提出的“尊重学生的主体地位”的理念被传播十多年后，当今的数学课堂中，表现了解学生的强烈愿望的教师的数量仍不尽如人意，因为不了解学生使得教学不畅、低效的情况比比皆是。

为了解决这一问题，作为数学教育研究者和数学教师培训工作者，笔者也和许多人一样，最初特别强调教师做学生调研，比如备课时做前测、发现学生的错误进行追问与访谈。通过这种方式，我们发现了许多原本没想到的学生的消极或积极表现。例如，一些小学生列错算式源于认为“鱼有四条腿”；一些初中学生列错不等式源于将脱销理解为“就是卖不出去”；即使是在学习了两角和与差的余弦公式之后，仍然有高中生在探索 $\sin 75^\circ$ 的值时，提出 $\sin 75^\circ = \sin 30^\circ + \sin 45^\circ$ ；面对“三角形内角和定理的证明”问题时，更多的学生将两个三角形拼接为一个平行四边形，通过平行线的性质推理出平行四边形内角和，进而得到三角形内角和定理；还有的初二学生在还没有学习函数概念时，面对“用 40cm 长的绳子围矩形怎样围最大”的问题时，能够通过建立面积 S 与矩形的一边长 x 的关系式，进而通过配方的方法得到结果——熟悉初中数学内容的教师都知道，这样的解决方法一般是初三学习完二次函数后的要求。

以理性态度分析学生的这些奇怪表现，本质在于学生具有与数学教师非常不同的认知结构、价值取向。正如教师教育专家帕尔默（2009）²所言：我们所教的学生远比生命广泛复杂，要清晰完整地认识他们，对他们做出快速明智的反应，需要融入鲜有人能及的弗洛伊德和所罗门式的智慧。

但显然前测并非一件教师可以在常态下坚持的事情。更重要的是，笔者发

与自己预设不同的精彩，因为在那一时刻，你的反应并非个人的独特表现，而是人类的本能。

但作为教师，我们要为读懂学生而努力——在读懂学生的过程中，丰富对人性的理解，丰富对数学的理解；在这个过程中，我们也在“推人及己”，获得自我觉察的机会，从而使得内心更强大，让自己的数学教师生涯更充实、更愉悦。

本书力图对课题组多年对学生研究问题的认识进行梳理，将成功地研究学生所需要的知识基础加以整理，力图建构出以学生研究为基础的数学教学实践模式。当然，由于自身的水平有限，所做出的判断和达到的认识水平必然有限，因此，写作的过程异常艰难。但是，认识到这件事情非常重要，所以尽量以系统的方式来组织、呈现，供同行分析、批判。

现了一个更为深刻的现象：对许多教师来说，大多数内容的前测结果与其原本对学生情况的估计是吻合的，也就是说，许多情况下前测并没有真正为教师带来新信息。例如，关于有理数乘法法则，稍有经验的教师无须调研就能知道学生的难点在于对“负负得正”的解释与理解，能预测到会有学生提出“负负得负”。而教师之间的主要差异则表现在其面对学生的异己看法时的态度和行为，高水平的教师更重视“让学生认识到自己的解决问题的策略或方法的价值”，“根据学生的数学思维决定教学的进展”。（蔡金法等，2013）⁴

所以，研究学生并非简单地用实证方法进行调研的问题，真正有效的对学生的研究关键是对学生的思维的数学意义的解读。这并不是一件容易的事。以学生的错误为例，能够“化错误为教学资源”这一观点老师们都认同，然而，“允许学生出错，并发现学生错误中的合理因素，是一件体现教师的专业素养和教育、心理理论素养的事情，不太容易做到”（曹才翰等，2006）。所以，课改以来一直强调的“倾听”在实践中总是难以变为现实，因为倾听对教授数学学科知识有着特殊的要求，而“我们所教授的学科是像生命一样广泛和复杂，因此有关学科的知识总是残缺不全，无论我们自己如何致力于阅读和研究，教学对控制内容的要求总是使得我们难以把握”（帕尔默，2009）²。因此，这里将“研究学生”界定为“在彼岸和此岸之间研究学生”（季苹，2015），这就需要我们走出单纯凭借经验武断解释学生行为意义的状况，而且需要在一个与之对应的数学教育哲学体系中进行思考和实践。

读懂学生不容易，因为成长中的学生具有高度的复杂性。所以，许多优秀的教师总是对自己的学生充满好奇和感到敬畏。笔者非常欣赏并感动于北京四中的数学特级教师谷丹（2008）¹老师的一段话：

我喜欢当老师。但从踏入中学校门的那一天起，我就怕听“人类灵魂的工程师”这个说法。在我看，每一个孩子从天真纯良到日渐丰富成熟的灵魂，是值得敬畏的，每一个孩子的心灵对人性慢慢的觉悟过程，是值得敬畏的，想起要当“工程师”，总怕会画错了图纸，选错了工艺，碰伤了“灵魂”……

读懂学生不容易，不论是教师还是学生都想与自己的期望相遇，以便自己能够控制局面、将自己的完美一面展现在自己在意的人面前。因此，当我们遇到课堂上随着老师的追问不断变换答案的学生时不必感到愤怒，因为这是学生作为人的本能的必然选择；我们不必在回顾教学过程时懊悔于没能捕捉到学生

目 录

第一章	对“研究学生”问题的梳理、还原与重建	001
第一节	梳理和反思现实中对“备学生”的理解	002
第二节	从“备学生”到“研究学生”的转变	010
第三节	“基于学生研究的数学教学”的提出	023
<hr/>		
第二章	“学生研究”视角下的数学学科知识	037
第一节	从学生发展的视角认识数学及其教育价值	038
第二节	数学学科知识在研究学生中的作用	056
第三节	研究学生需要具体数学知识的准备	068
第四节	研究学生需要的数学方法论知识	075
<hr/>		
第三章	“研究学生”需要树立的学生观	101
第一节	每一位学生都是主观能动且富有数学智慧的人	102
第二节	学生作为发展中的人必然遇到规律性的困难	114
第三节	跳出数学学科，把学生看作“完整的人”	136
<hr/>		
第四章	基于学生研究的数学教学方法	153
第一节	按照“研究过程”设计教学流程	154
第二节	以“研究”为基础构建突破难点的方法	171

第五章 “基于学生研究的数学教学”的实践诠释 183

- 第一节 设计空间适度的问题 184
- 第二节 以科学的方法调研学生 201
- 第三节 根据学生情况积极做出调整 215
- 第四节 有效的反思与学生研究 221

附 录 231

- 附录 1 莫让教与学“擦肩而过”
——“一元二次方程”单元教学设计 231
- 附录 2 用数学化方法组织一个领域
——“图形的相似”单元教学 239
- 附录 3 怎样教更有效
——一次“意外实验”带来和反思 249

参考文献 253

后 记 257