高等学校数学教材配套辅导丛书

高等数学习题集

（第三次修订本）

主　编　北京大学数学科学学院　韩松
编　写　双博士数学课题组
总策划　胡东华

机械工业出版社
China Machine Press

双博士精品系列

高等数学习题集

主　编　北京大学数学科学学院　韩　松

机械工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题集/韩松主编.-北京：机械工业出版社，2002.3

（高等学校数学教材配套辅导丛书）

ISBN 7-111-09818-8

Ⅰ.高... Ⅱ.韩... Ⅲ.高等数学-高等学校-习题 Ⅳ.013－44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 001204 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮编：100037)

责任编辑：于奇慧　　责任校对：郝峥嵘

封面设计：蒲菊祥　　责任印制：何全君

北京机工印刷厂印刷　机械工业出版社出版发行

2002 年 9 月第 1 版　第 3 次印刷

850mm×1168mm　1/32　印张 19.625　字 678 千字

定价：20.00 元

订书电话：新华书店系统：(010)68993821　(010)68326094

邮购及各省图书批发市场：(010)62579473　(010)62534708

“大学英语四、六级考试押题讲座”
授课计划

http://www.bbdd.cc

一、内容：大英四、六级考试考前两个月押题讲座
二、讲座总策划：胡东华
三、主讲：

“双博士品牌”大学英语课题组

四、网站：中国教育考试双博士网站：http://www.bbdd.cc
五、时间：2002 年 4 月～2002 年 5 月　　2002 年 11 月～2002 年 12 月
六、大学英语四、六级考试考前两个月押题讲座课程表

时间 科目	4 月或 11 月 第 1 周	4 月或 11 月 第 2 周	4 月或 11 月 第 3 周	4 月或 11 月 第 4 周	5 月或 12 月 第 1 周	5 月或 12 月 第 2 周	5 月或 12 月 第 3 周	5 月或 12 月 第 4 周
四　级	听力理解	阅读理解 （一）	阅读理解 （二）	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	翻译	写作	模拟题
六　级	听力理解	阅读理解 （一）	阅读理解 （二）	词语用法 语法结构	完形填空 简短回答	改错	写作	模拟题
分值	20 分	40 分		15 分	10 分		15 分	总分 100 分

以上讲座均结合教材进行。
七、信息发布：网站将随时发布大学英语教学和四、六级考试方面的最新消息。
八、其他服务：本网站每月将不定期举办词汇讲座及提供课外时文选读。

双博士品牌　真爱大奉献

一封郑州某大学学生的来信

双博士：

您好！

收到您的回信十分高兴，您能如此重视一名普通读者的意见，在百忙之中给予回复，并提供赠书，令我这名学管理的学生看到了贵公司完善的管理机制，也看到了“双博士”品牌光辉的前景。

我曾购买了“双博士”的《大学英语精读课文辅导》(3)、(4)册，我认为质量很好，因为我在准备 2001 年 6 月份的全国四级考试前没买太多的辅导资料，仅是每天背《辅导》上的知识点，另外又做(看)了双博士的模拟题、真题解析及词汇，而我却考出了 94.5 分的骄人成绩，真应感谢双博士为我们带来了如此上乘的资料。所以我信赖双博士，也相信考研中借助双博士的力量，会取得更好的成绩。所以我在您寄来的书目中挑了一下，如果可以的话，我想得到代号为“RB12”的《考研应试教程(英语分册)》，或者是代号为“B18A”的《研究生入学考试英语词汇备考手册》两本书中的任何一本，我都相信会给我带来好运！

另外，在如今激烈竞争的市场中，各种图书充斥学生的眼中。作为一名十分喜爱双博士的读者，我想为“双博士”品牌的推广提一些建议。我认为“双博士”应多与各高校进行接洽，赞助高校学生会组织的一些学生活动，以扩大“双博士”品牌的影响力。因为在我担任我们学院的学生会文艺部长期间，所搞的诸如辩论会、演讲赛、征文等活动，几乎都是由电脑、饮料、复读机等企业赞助的，而从未想过由某一品牌图书进行赞助，因此，如果双博士有意扩大影响力的话，填补高校学生活动由图书赞助的空白，同时冠以“双博士”的名称，一定会取得很好的效果。

以上是我个人的一点想法，也许太过幼稚，毕竟我还未踏入社会，有些难处我还没体会到，也希望您不要见笑。

最后，预祝双博士前途无量，事业有成！

李志伟

2001.11.22

给李志伟同学及全国其他大学生的回复

谢谢李志伟同学及全国其他大学生对双博士品牌图书的支持、关心。目前全国在校大学生中，有三分之一的学生在使用本品牌图书，这与广大学生的厚爱是分不开的。因此我们愿意回报广大学生。今后如果全国各高校学生会有什么活动，需要我们赞助，我们愿意全力支持。

具体操作方法：请将举办活动的内容、目的及需要用于奖励图书的数量，写成材料，并盖上学生会公章，以传真方式发来，我们将很快给予答复。

电话：(010)62542436　传真：(010)62622642　联系人：杨丹

最后，祝志伟同学及全国大学生成为祖国栋梁之才！

胡东华

2002 年 1 月

前　　言

本书是《高等数学辅导》(第三次修订本)的姊妹篇,是在原版基础上修订而成。

本书编写组集多年教学经验,并将多年教学过程中反复使用效果较好的习题(包括近几年的考研题)编纂成书,以飨读者。

本书是根据本科非数学专业的教学要求,并参照数学大纲而编写的,共十章,分为:第一章　函数与极限;第二章　导数、微分及其应用;第三章　不定积分;第四章　定积分及其应用;第五章　级　数;第六章　空间解析几何;第七章　多元函数及其微分学;第八章　重积分;第九章　曲线积分、曲面积分及场论初步;第十章　常微分方程,每节的习题分选择题、填空题和解答题。在习题题解部分,选择题只给出答案,对部分填空题和所有解答题都给出了详细的解答过程,有的还是一题多解,以拓读者思路。

我们在书后附上 2003 年考研大纲"高等数学"各部分考点分析以及 2002 年考研数学(一)真题。在考点分析中包括常考知识点,考试要求,还包括"高等数学"各部分在历年考研题中所占的分数,为方便各类考生,按不同的数学种类单独列出。供各类考生各取所需。

建议读者首先熟悉相应数学教材,再选做本习题集,相信会对读者数学基础和解题能力的提高有所帮助,同时也可作为高校教师和报考硕士研究生的考生的参考书。

本书属于"双博士"品牌系列丛书中的黄金品牌。

本套丛书从 2002 年起由科学技术文献出版社改为由机械工业出版社出版,其内容、用纸及印装质量在原基础上均上了一个大台阶,故称之为"双博士精品"系列。

"双博士"品牌系列丛书,以其独有的魅力和卓越的品质被誉为最受大学生欢迎的教学辅导丛书,销量居全国同类书榜首。全国约有三分之一的大学生读过或正在使用本品牌丛书(不含盗版)。本品牌丛书封面、封底都带有双博士书标。此书标已由国家商标局注册。该系列品牌丛书,在读者中已树立起不可替代的品牌形象,引起了媒介的广泛关注。中央电视台 1999 年 9 月 15 日 ~ 10 月 15 日在"99 全球财富论坛"特别节目及《东方时空》黄金时间强档推出该品牌系列丛书,成为当时图书界传媒热点。1999 年 11 月 5 日《光明日报》第 9 版以"图书市场面临商标竞争时代"为标题,以"胡东华系列双博士品牌文教图书引起关注"为副标题做了报道。后被多家报纸转载。《中国青年报》、《新闻出版报》、《中国文化报》、《中国教育报》和《中国大学生》等报刊对该品牌系列丛书也做了相应报道。

双博士高等数学课题组

2002 年 9 月北京

目　　录

第一部分　习　题

第二部分 答案与提示

第三部分 附 录

第一部分　习　题

第一章　函数与极限

一、函　　数

(一) 选择题

1. 区间$[a,+\infty)$表示不等式(　　).

(A)$a<x<+\infty$;　　(B)$a\leqslant x<+\infty$;

(C)$a<x$;　　(D)$a\geqslant x$.

2. 若 $\varphi(t)=t^3+1$,则 $\varphi(t^3+1)=$(　　).

(A)t^3+1;　　(B)t^6+2;

(C)t^9+2;　　(D)$t^9+3t^6+3t^3+2$.

3. 设 $y=f(x)$的定义域是$[-1,1]$,则 $y=f(x+a)+f(x-a)$的定义域是(　　),其中$0\leqslant a\leqslant 1$.

(A)$[a-1,a+1]$;　　(B)$[-a-1,-a+1]$;

(C)$[1-a,a-1]$;　　(D)$[a-1,1-a]$.

4. 函数 $y=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$是(　　).

(A)偶函数;　　(B)奇函数;

(C)非奇非偶函数;　　(D)既是奇函数又是偶函数.

5. 函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=f^{-1}(x)$的图形对称于直线(　　).

(A)$y=0$;　　(B)$x=0$;

(C)$y=x$;　　(D)$y=-x$.

6. 若 $f(x)$为奇函数,$\varphi(x)$为偶函数,且 $\varphi(f(x))$有意义,则 $\varphi(f(x))$是(　　).

(A)偶函数;　　(B)奇函数;

(C)非奇非偶函数;　　(D)可能是奇函数也有可能是偶函数.

7. 函数 $y=10^{x-1}-2$ 的反函数是(　　).

(A)$y=\frac{1}{2}\lg\frac{x}{x-2}$;　　(B)$y=\log_x 2$;

(C)$y=\log_2\frac{1}{x}$;　　　　　　(D)$y=1+\lg(x+2)$.

8. 在区间$(-1,0)$上由(　　)给出的函数是单调增加的.

(A)$y=|x|+1$;　　　　　　(B)$y=5x-2$;

(C)$y=-4x+3$;　　　　　　(D)$y=|x|-2x$.

9. 函数 $y=|\sin x|+|\cos x|$是周期函数,它的最小正周期是(　　).

(A)2π;　　　　　　(B)π;

(C)$\frac{\pi}{2}$;　　　　　　(D)$\frac{\pi}{4}$.

10. 函数 $y=f(x)$与它的反函数 $x=\varphi(y)$在同一坐标系中的图像是(　　).

(A)完全不同的;　　　　　　(B)部分相同,部分不同;

(C)完全相同的;　　　　　　(D)可能相同,也可能不同.

(二) 填空题

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}2^x, & -1\leqslant x<0\\ 2, & 0\leqslant x<1\\ x-1, & 1\leqslant x<3\end{cases}$

则$f(x)$的定义域________,$f(0)=$________,$f(1)$________.

(2) $y=\arccos\frac{2x}{1+x^2}$的定义域________,值域是________.

(3) 设$f(x)=x-x^3$,若$f(x)=0$,则 $x=$__________;若$f(x)>0$,则 $x\in$________;若$f(x)<0$,则 $x\in$________.

(4) 设$f(x)=ax+b$,则 $\varphi(x)=\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$________.

(5) 设$f(x)=\frac{1}{x}$,若$f(x)+f(y)=f(z)$,则 $z=$________.

(6) 若$f(x)=\frac{1}{1-x}$,则$f[f(x)]=$________,$f\{f[f(x)]\}=$________.

(7) 若$f(x+\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}+3$,则$f(x)=$________.

(8) 若 $z=x+y+f(x-y)$,且知当 $y=0$时,$z=x^2$,则$f(x)=$________.

(9) 设$f(\frac{1}{x})=x+\sqrt{1+x^2}$,则$f(x)=$________.

(10) 若 $\varphi(x)=\begin{cases}x, & x\leqslant 0\\ -x, & x>0\end{cases}$ 而$f(x)=\sqrt{\varphi^2(x)}$,则 $\varphi[f(x)]=\begin{cases}\text{\_\_\_\_\_\_\_\_}\\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_}\end{cases}$

(三) 解答题

1. 下列函数中哪些是偶函数,哪些是奇函数,哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y=x^2(1-x^2)$;　　(2) $y=3x^2-x^3$;

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$;　　(4) $y=x(x-1)(x+1)$;

(5) $y=\sin x-\cos x+1$;　　(6) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$.

2. 若 $f(t)=2t^2+\dfrac{2}{t^2}+\dfrac{5}{t}+5t$,证明 $f(t)=f(\dfrac{1}{t})$.

3. 试证下列函数在指定区间内的单调性:

(1) $y=\lg x,(0,+\infty)$;　　(2) $y=\sin x,(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$.

4. 求下列函数的反函数:

(1) $y=\sqrt[3]{x+1}$;　　(2) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$;

(3) $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0)$,当 a,b,c,d 满足什么条件时,这反函数与直接函数相同?

5. 对于函数 $f(x)=x^2$,如何选择邻域 $U(0,\delta)$的半径 δ,就能使与任一 $x\in U(0,\delta)$所对应的函数值都在邻域 $U(0,2)$内?

6. 设 $G(x)=\ln x$,证明:当 $x>0,y>0$,下列等式成立:

(1) $G(x)+G(y)=G(xy)$;

(2) $G(x)-G(y)=G(\dfrac{x}{y})$.

7. 设 $f(x)$的定义域是$[0,1]$,问(1) $f(x^2)$;(2) $f(\sin x)$;(3) $f(x+a),(a>0)$;(4) $f(x+a)+f(x-a)(a>0)$的定义域各是什么?

8. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1\\ 0, & |x|=1\\ -1, & |x|>1\end{cases}$ $g(x)=e^x$. 求 $f[g(x)]$和 $g[f(x)]$,并作出这两个函数的图形.

9. 设 $f(x)$适合 $af(x)+bf(\dfrac{1}{x})=\dfrac{c}{x}$($a$、$b$、$c$ 均为常数)且$|a|\neq|b|$,试证:$f(-x)=-f(x)$.

10. 设函数 f 在$(-\infty,+\infty)$内有定义,$f(x)\neq 0$,$f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)$,试求:$f(1985)$.

11. 试证:若对于函数 $f(x)(-\infty<x<+\infty)$有等式 $f(x+T)=Kf(x)$(式中 K、T 为正常数),且 $f(x)=a^x\varphi(x)$(式中 a 为常数),则 $\varphi(x)$为以 T 为周期的函数.

12. 求函数 $y=\dfrac{1-\sqrt{1+4x}}{1+\sqrt{1+4x}}$的反函数.

13. 设 $\varphi(x)$、$\psi(x)$、$f(x)$都为单调增加函数,试证:

若 $\varphi(x)\leqslant f(x)\leqslant\psi(x)$,则有 $\varphi[\varphi(x)]\leqslant f[f(x)]\leqslant\psi[\psi(x)]$.

二、极　　限

(一) 选择题

1. 若数列$\{x_n\}$有极限 a,则在 a 的ε 邻域之外,数列中的点(　　).

(A)必不存在;　　(B)至多只有有限多个;

(C)必定有无穷多个;　　(D)可以有有限个,也可以有无限多个 .

2. 若数列$\{x_n\}$在$(a-\varepsilon,a+\varepsilon)$邻域内有无穷多个数列的点,则(　　).(其中 ε 为某一取定的正数)

(A)数列$\{x_n\}$必有极限,但不一定等于 a;

(B)数列$\{x_n\}$极限存在且一定等于 a;

(C)数列$\{x_n\}$的极限不一定存在;

(D)数列$\{x_n\}$一定不存在极限 .

3. 极限定义中 ε 与δ 的关系是(　　).

(A)先给定 ε 后惟一确定δ;　　(B)先确定 ε 后确定δ,但 δ 的值不惟一;

(C)先确定 δ 后给定ε;　　(D)ε 与δ 无关 .

4. 任意给定 $M>0$,总存在着 $X>0$,当 $x<-X$ 时,$f(x)<-M$,则(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$;　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=-\infty$;

(C) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\infty$;　　(D) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\infty$.

5. 若函数 $f(x)$在某点 x_0 极限存在,则(　　).

(A)$f(x)$在 x_0 的函数值必存在且等于极限值;

(B)$f(x)$在 x_0 的函数值必存在,但不一定等于极限值;

(C)$f(x)$在 x_0 的函数值可以不存在;

(D)如果 $f(x_0)$存在的话必等于极限值 .

6. 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则(　　).

(A)$f(x)$必在 x_0 的某一邻域内有界;

(B)$f(x)$在 x_0 的某一邻域内一定无界;

(C)$f(x)$在 x_0 的任一邻域内一定有界;

(D)$f(x)$在 x_0 的任一邻域内一定无界 .

7. 如果 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$与 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$存在,则(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在且$\lim\limits_{x\to x_0}=f(x_0)$;

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在但不一定有$\lim\limits_{x\to x_0}=f(x_0)$;

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$不一定存在;

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$一定不存在.

8. 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$,则(　　).

(A)当 $g(x)$为任意函数时,有$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)=0$成立;

(B)仅当$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=0$时,才有$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)=0$成立;

(C)当 $g(x)$为有界时,有$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)=0$成立;

(D)仅当 $g(x)$为常数时,才能使$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)=0$成立.

9. 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在,则下列极限一定存在的是(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^a$($a$为实数);　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|$;

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}\ln f(x)$;　(D) $\lim\limits_{x\to x_0}\arcsin f(x)$.

10. 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$及$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$都不存在,则(　　).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$及$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$一定都不存在;

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$及$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$一定都存在;

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$及$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$中恰有一个存在,而另一个不存在;

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]$及$\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]$有可能都存在.

11. 数列$0,\frac{1}{3},\frac{2}{4},\frac{3}{5},\frac{4}{6},\cdots$是(　　).

(A)以0为极限;　(B)以1为极限;

(C)以$\frac{n-2}{n}$为极限;　(D)不存在极限.

12. $\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})=$(　　).

(A) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n^2}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{n^2}=0+0+\cdots+0=0$;

(B) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+2+\cdots+n}{n^2}=\infty$;

(C) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+n)n}{2}/n^2=\dfrac{1}{2}$;

(D)极限不存在．

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\frac{1}{x}}{\sin x}$的值为(　　).

(A)1;　　　　(B)∞;

(C)不存在;　　　　(D)0.

14. $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=$(　　).

(A)∞;　　　　(B)不存在;

(C)1;　　　　(D)0.

15. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin^2(1-x)}{(x-1)^2(x+2)}=$(　　).

(A)1/3;　　　　(B)−1/3;

(C)0;　　　　(D)2/3.

16. $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\dfrac{1}{x})^{2x}=$(　　).

(A)e^{-2};　　　　(B)∞;

(C)0;　　　　(D)$\dfrac{1}{2}$.

17. 无穷小量是(　　).

(A)比零稍大一点的一个数;　(B)一个很小很小的数;

(C)以零为极限的一个变量;　(D)数零．

18. 两个无穷小量α与β之积$\alpha\beta$仍是无穷小量,且与α或β相比(　　).

(A)是高阶无穷小;　　　　(B)是同阶无穷小;

(C)可能是高阶,也可能是同阶无穷小;

(D)与阶数较高的那个同阶．

19. 无穷多个无穷小量之和(　　).

(A)必是无穷小量;　　　　(B)必是无穷大量;

(C)必是有界量;

(D)是无穷小,或是无穷大,或都有可能是有界量．

20. 无穷大量与有界量的关系是(　　).

(A)无穷大量可能是有界量;　(B)无穷大量一定不是有界量;

(C)有界量可能是无穷大量;　(D)不是有界量就一定是无穷大量．

21. 试决定当$x\to 0$时下列哪一个无穷小是对于x的三阶无穷小(　　).

(A) $\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}$;　　(B) $\sqrt{a+x^3}-\sqrt{a}$（$a>0$是常数）;

(C) $x^3+0.0001x^2$;　　(D) $\sqrt[3]{\tan x}$.

22. 指出下列函数中当 $x\to 0+$ 时（　　）为无穷大．

(A) $2^{-x}-1$;　　(B) $\dfrac{\sin x}{1+\sec x}$;

(C) e^{-x};　　(D) $e^{\frac{1}{x}}$.

(二) 填空题

(1) 设数列 $\{x_n\}$ 的通项公式是 $x_n=\dfrac{2n-1}{5n+2}$，对于预先任意给定的正数 ε，若 $\left|x_n-\dfrac{2}{5}\right|<\varepsilon$，那么 n 应从________开始．

(2) 设数列 $x_n=(-1)^{n+1}$ 的前 n 项和为 S_n，那么 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}(S_1+S_2+\cdots+S_n)=$________．

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n})\sqrt{n-1}=$________．

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{3^n}}=$____________．

(5) 已知 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^2+bn+5}{3n-2}=2$，则 $a=$________；$b=$________．

(6) 如果 $x\to 0$ 时，要无穷小 $(1-\cos x)$ 与 $a\sin^2\dfrac{x}{2}$ 等价，a 应等于________．

(7) 要使 $\lim\limits_{x\to 0^-}(ax+b)^{1/x}=0$，则 b 应满足________．

(8) $\lim\limits_{x\to 0^+}x\ln x=$________．

(9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(5x+1)^{50}}=$____________．

(10) $\lim\limits_{x\to 0}(ax+b)^{1/x}$　$(a>0,b>0,x>0)=$____________．

(三) 解答题

1. 根据数列极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+1}{2n+1}=\dfrac{3}{2}$;　　(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+a^2}}{n}=1$.

2. 根据函数极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+x^3}{2x^3}=\dfrac{1}{2}$;　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}=0$.

3. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$. 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$，并举例说明反过来未必成立．