



Teubner-

Taschenbuch der Mathematik

数学指南

——实用数学手册

〔德〕埃伯哈德·蔡德勒 等 编
李文林 等 译



科学出版社

01-62
C023



郑州大学 *04010745214S*

数学指南

——实用数学手册

Teubner-Taschenbuch der Mathematik

[德] 埃伯哈德·蔡德勒 等 编

李文林 等 译



科学出版社

北京

01-62
C023

图字: 01-2007-3722

内 容 简 介

本书是一部畅销欧美的数学手册,内容全面而丰富,涵盖分析学、代数学、几何学、数学基础、变分法与优化、概率论与数理统计、计算数学与科学计算、数学史.书中收录有大量的无穷级数、特殊函数、积分、积分变换、数理统计以及物理学基本常数的表格;此外还附有极为丰富的重要数学文献目录.

本书适合广大科学工作者、工程技术人员、经济领域从业者、理工科大专院校师生等常备案头、参考查阅.

Originally published in the German language by B. G. Teubner Verlag, 65189 Wiesbaden, Germany, as "Wolfgang Hackbusch und Hans-Rudolf Schwarz: Teubner-Taschenbuch der Mathematik, hrsg. von Eberhard Zeidler. 2. Auflage".

© B.G. Teubner Verlag | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2003

图书在版编目(CIP)数据

数学指南:实用数学手册=Teubner-Taschenbuch der Mathematik/
(德)蔡德勒(E. Zeidler)等编;李文林等译. —北京:科学出版社,2012
ISBN 978-7-03-032540-2
I. ①数… II. ①蔡… ②李… III. ①数学-指南 IV. ①O1-62
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 207746 号

责任编辑:顾英利 房 阳 / 特邀编审:张鸿林
责任校对:张凤琴等 / 责任印制:钱玉芬 / 封面设计:耕 者

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencecp.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 1 月第 一 版 开本:A5 (890×1240)

2012 年 1 月第一次印刷 印张:41 5/8

字数:1 678 000

定价:138.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

主要作者

埃伯哈德·蔡德勒 (E. Zeidler)

德国马普学会莱比锡数学所前所长，德国国家科学院院士

沃尔夫冈·哈克布什 (W. Hackbusch)

德国马普学会莱比锡数学所所长，柏林科学院院士

汉斯-鲁道夫·施瓦茨 (H.-R. Schwarz)

瑞士苏黎世大学教授

译 者

第 0 章	胡俊美	李文林
第 1 章	陆柱家	杨 静
第 2 章	朱尧辰	
第 3 章	胥鸣伟	
第 4 章	程 钊	
第 5 章	冯德兴	
第 6 章	王丽霞	
第 7 章	余德浩	李 金
辅 文	李文林	胡俊美 潘丽云

译者序

在汗牛充栋的数学手册中添加一部有什么必要性?这是编译出版每一部数学手册时必须直面的问题,也是本书译者开始承担翻译任务前的疑虑.然而当仔细阅读特别是译毕全书之后,这方面的疑虑可以说完全消除:本书是一部值得翻译出版、推介给国内读者的数学工具书.

本书最原始的底本是 I. N. Bronstein 和 K. A. Semendjajew 主编的俄文《数学手册》,由 Viktor Ziegler 译成德文后曾多次再版,成为经典的德文数学手册.特别是 20 世纪末的全面修订、改版,不仅涉及具体内容,而且包括知识广度和类型的更新,以致引起著名的牛津大学出版社 (Oxford University Press, OUP) 的关注,决定出版英译本,且将书名改成《牛津数学指南》(*Oxford User's Guide to Mathematics*),并由牛津大学教授、国际数学联盟前主席约翰·波尔作序.

牛津的眼光没错,书名的更改也可以说是画龙点睛.英文版《牛津数学指南》很快流行全球,并拥有范围广阔的读者群——从高中生、大学本科生成到大、中学教师;从数学专业的研究生和研究人员到其他需要数学的科学(包括社会科学)工作者和工程技术人员等.这应该归功于本书区别于一般数学手册的若干特色:

1. 本书不仅仅是数学公式、定理与概念的罗列,对于数学各主要学科的全貌有清晰、准确同时较为通俗的介绍;
2. 新增的内容涵盖了数学理论前沿、数学的应用与交叉以及科学计算,使本书富有时代气息;
3. 贯穿全书的历史评注和背景介绍,构成了本书独具文化韵味的风景线;
4. 书中含有大量的例子,这些精心编选的例子对于帮助读者了解、学习相关的数学内容(概念、理论、应用等)具有典型意义,是本书的重要组成部分;
5. 本书内容的取舍,兼顾了不同层次读者的基本需求,“从初等的事实到高度成熟的现代结果与方法”,但避免生僻和过于专门.这是本书具有较高可读性的重要原因.

总之,本书可以说是一部多功能的数学工具书,既是一本完备实用的数学手册,同时又是了解数学科学及其应用的入门概览.

科学出版社出版的这个中译本定名《数学指南——实用数学手册》,是在德文原版与 OUP 英译本相互参校的基础上完成的.中译本是集体贡献的成果.从功利主义的眼光看,数学工具书的编译或许是“替他人做嫁衣”的劳作.然而每一位译者,都以敬业的精神和科学的态度,义无反顾地承担了这项任务.正如英译者所指出

的, 英译本纠正了德文原版的一些错误. 但英译本也产生了新的错误, 有的还是比较本质的, 这增加了中译工作的复杂性. 凡此, 译者们都严肃认真地进行了比较、分析与研究, 尽力确保中译文的科学性. 希望我们的劳动, 能向国内读者呈献一部新型、实用同时有一定理论深度的数学工具书, 一件科学的“嫁衣裳”.

由于工作量巨大, 涉及面广泛, 以及译者水平所限, 中译本错误与疏漏也在所难免, 欢迎读者批评指正.

中国科学院数学与系统科学研究院

李文林

2011年10月

第二版前言

把理论和实践联系起来。

G. W. 莱布尼茨 (1646—1716)

《托伊布纳数学手册》第一版取得了良好的反响。编纂这两卷参考书的宗旨主要在于，明确数学的统一性与丰富性，阐明理论与实际之间的联系；不只是枯燥地罗列公式和结果，而是要详尽地讲述历史根源，以此来激发读者的兴趣。一系列的读者来信与建议表明，这样的尝试产生了积极的反响。在此，衷心地向所有提出意见和建议的读者表示感谢，他们的提议在新版中均得以采纳。

有这样一个古希腊神话，克里特岛上的一个迷宫中生活着牛头人身的怪兽弥诺陶洛斯。雅典人每九年都必须用七位年轻姑娘与小伙来祭祀它。雅典王子忒修斯自愿前往，成为献祭者之一。他得到了克里特国王弥诺斯的女儿阿里阿德涅的青睐，两人成为恋人。阿里阿德涅给了忒修斯一个线团，他进入迷宫后将线团一路展开。忒修斯杀死了弥诺陶洛斯，并借助展开的线团从迷宫中顺利返回。阿里阿德涅线团帮助这个年轻人逃离了怪兽的魔爪。我们的工作需要运用阿里阿德涅线团进行启发，帮助每一位读者在知识的迷宫中找到出口。阿里阿德涅线团在编纂《托伊布纳数学手册》时起到指导性作用。

希望这部作品今后能对在中学和高校学习的读者有所帮助，对广大读者的日常生活与实际工作有所裨益，并随着时间的推移，使读者对相关的数学领域产生兴趣。

编者

2003年8月于莱比锡

第一版前言

1958年,莱比锡托伊布纳出版社(B.G.Teubner Verlag)出版了I.N.Bronstein和K.A.Semendjajew原编(俄文)、V.Ziegler翻译成德文的《数学手册》.至1978年该书已出到第18版,1979年又出了经过修订的第19版,修订工作由G.Grosche和V.Ziegler负责并得到了莱比锡大学和德国中部地区其他一些高等院校的协助.三十多年来,经过在工程师、自然科学家以及数学家中的广泛使用,同时凭借其质量以及托伊布纳出版社对这部著作进行的不断完善,这本工具书已成为科学专业文献中的经典之作.这里再次感谢所有编辑及作者为此做出的贡献.

过去一些年来,数学阔步前进,飞速发展.促成这种进步的一个重要因素,是功能越来越强、速度越来越快的计算机的制造与应用.另一方面,现代技术向工程师和科学家提出的极为复杂的问题,其解决需要高深的数学:在这里,一般的知识已不敷需求;在这里,纯粹数学与应用数学开始相互融合,边界逐渐变得模糊.

由于数学学科在信息科学中的渗透,以及数学与自然、工程学科日益密切的关系,对这本手册再次进行全面编纂成为迫切需求.目前这本《托伊布纳数学手册》适应了新发展所提出的高标准需求.本书描绘了一幅生动的现代数学图景,并且面向广泛的读者群,他们包括:

- 高中学生和大学本科;
- 数学专业的研究生;
- 工程科学、自然科学、经济学以及其他需要数学背景的学生;
- 在上述领域里工作的实践者;
- 教师,包括中学教师和大学教师.

本书的编写充分考虑了如此广泛的读者需求,内容顾及不同的层次:从初等的事实到高度成熟的现代结果与方法,同时尽量涵盖不同的数学研究领域.这样,本书在纵、横两方面都有相当的深度.与此同时,我们努力做到选材有的放矢,对基本概念的解释深入准确.相对技术细节而言,本书对这两点赋予了更多的关注.另外,数学概念与方法的应用在发展中起着重要作用.

书中插有许多关于数学成果历史背景或更一般地关于数学成果产生时代的评注.除了这些遍布全书的评注,书末还附有一篇详细的数学历史概要.这些史实说明,数学并非一堆枯燥乏味的公式、定义、定理和符号游戏.相反,数学是我们的文化的组成部分,是人类思维与探索的绝妙工具.数学使我们能在诸如现代基本粒子和宇宙理论这样一些前沿领域取得进展,这些领域远离人们的常识范围,不借助数学模型是不可能理解的.

作为引论的第 0 章收集了基本的数学概念和事实, 这些概念和事实往往是大学生、科学家及其他方面的工作者需要参考的. 例如, 一个医学院的学生可以在这里找到关于数理统计方法的基本介绍, 而这很可能对他撰写学位论文的统计部分不无帮助. 随后的三章介绍数学的三大基石:

- 分析,
- 代数,
- 几何.

接下来一章是关于

- 数学基础 (逻辑和集合论),

该章的设置考虑了低年级学生的需要和困难. 最后三章涉及最重要的数学应用领域, 即

- 变分理论与最优化,
- 随机数学 (概率论与数理统计),
- 科学计算.

现代超级计算机提供的机遇彻底改变了科学计算的面貌. 今天的科技工作者们, 不论是数学家、工程师还是自然科学家, 无不在计算机上进行广泛的实验, 这使人们有可能在那些发展尚未成熟的数学领域中通过大量实例来积累经验, 对理论数学的发展提出全新的问题, 给予新的刺激. 本书最后一章即涉及现代科学计算理论, 这方面的内容出现在数学手册中当属首次, 而正如前述, 现代科学计算已给工程科学带来革命性的变化.

近年来随着软件系统的迅猛发展, 所有日常数学任务均可借助个人计算机获得解决. 这在书中相应之处都有说明. 参考文献中在关键词“计算机数学”下, 读者可以找到有效运用软件系统及数据网的现代文献.

书末精心编制的参考文献, 便于读者对所涉问题查阅现代文献, 根据需求从中选取普及性抑或对专业程度有更高要求的著作.

对于希望深入探讨数学及其在信息论、运筹学和数学物理方面的应用的读者, 我们推荐《托伊布纳数学手册·第 II 卷》, 该卷包含有下列章节:

- 数学与信息论,
- 运筹学,
- 高等分析,
- 线性泛函分析及其应用,
- 非线性泛函分析及其应用,
- 动力系统 —— 时间的数学,
- 自然科学中的非线性偏微分方程,
- 流形论,
- 黎曼几何与广义相对论.

- 李群、李代数与基本粒子 —— 对称的数学,
- 拓扑学 —— 定性的数学,
- 弯曲、拓扑与分析.

编者衷心感谢托伊布纳出版社的同事们在本书出版过程中给予的合作. 特别要感谢 Dorothea Ziegler 女士细心内行的编辑工作. 编者还愿向莱比锡大学数学与信息系的学生 Steffi Wiessner, Adreas Berning, Daniel Didt, Christian Ralf Mueller 等表示衷心感谢, 他(她)们认真校读了本书的初稿并提出了修改意见.

编 者

1996 年 1 月于莱比锡

使用说明¹⁾

1. 如非特殊说明, 本书中所有角都为弧度制.
2. 原版书在正文中提到 $x.x$ 节或 $x.x.x$ 、 $x.x.x.x$ 等小节时, 大多数情况下未加“节”或“小节”; 提到公式 $(x.x)$ 时也未加“式”. 原文版这样的表述非常简洁. 在不影响阅读的前提下, 中文版予以沿用.
3. 原版书还有一些与国内习惯用法不尽相同的情况, 例如: 乘号不用 \times 而用 \cdot , 在不引发歧义的情况下, 中文版也予以沿用.
4. 本书设有数学历史概要、参考文献、数学符号、基本物理量纲、基本物理常数、SI 词头构成表、希腊字母表、人名译名对照表等实用附录.
5. 书末设有按汉语拼音排序的详细索引, 可供读者查检.

1) 此使用说明为本书中文版出版者所加. — 编者

目 录

译者序

第二版前言

第一版前言

使用说明

引言	1
第 0 章 公式、图和表	3
0.1 初等数学中的基本公式	3
0.1.1 数学常数	3
0.1.2 量角	5
0.1.3 平面图形的面积与周长	7
0.1.4 立体图形的体积与表面积	10
0.1.5 正多面体的体积与表面积	12
0.1.6 n 维球的体积与表面积	13
0.1.7 平面解析几何学中的基本公式	14
0.1.8 空间解析几何学中的基本公式	23
0.1.9 幂、根与对数	24
0.1.10 初等代数公式	26
0.1.11 重要不等式	34
0.1.12 在行星运动中的应用——数学在太空中的一次胜利	38
0.2 初等函数及其图示	42
0.2.1 函数的变换	44
0.2.2 线性函数	46
0.2.3 二次函数	46
0.2.4 幂函数	48
0.2.5 欧拉 e 函数	48
0.2.6 对数	50
0.2.7 一般指数函数	51
0.2.8 正弦与余弦	52
0.2.9 正切与余切	58
0.2.10 双曲函数 $\sinh x$ 和 $\cosh x$	61
0.2.11 双曲函数 $\tanh x$ 和 $\coth x$	63

0.2.12	反三角函数	64
0.2.13	反双曲函数	66
0.2.14	多项式	68
0.2.15	有理函数	69
0.3	数学与计算机——数学中的革命	73
0.4	数理统计表与标准过程	74
0.4.1	测量(试验)序列的最重要的试验数据	74
0.4.2	理论分布函数	76
0.4.3	正态分布检验	78
0.4.4	测量序列的统计计算	79
0.4.5	两个测量序列的统计比较	79
0.4.6	数理统计中的表	82
0.5	特殊函数值表	97
0.5.1	Γ 函数 $\Gamma(x)$ 和 $1/\Gamma(x)$	97
0.5.2	柱函数(也称贝塞尔函数)	98
0.5.3	球函数(勒让德多项式)	102
0.5.4	椭圆积分	103
0.5.5	积分三角函数与积分指数函数	105
0.5.6	菲涅耳积分	107
0.5.7	函数 $\int_0^x e^{t^2} dt$	107
0.5.8	角度向弧度的转化	108
0.6	不大于 4000 的素数表	109
0.7	级数与乘积公式	110
0.7.1	特殊级数	110
0.7.2	幂级数	113
0.7.3	渐近级数	123
0.7.4	傅里叶级数	126
0.7.5	无穷乘积	131
0.8	函数的微分表	132
0.8.1	初等函数的微分	132
0.8.2	单变量函数的微分法则	134
0.8.3	多变量函数的微分法则	136
0.9	积分表	138
0.9.1	初等函数的积分	138
0.9.2	积分法则	140

0.9.3	有理函数的积分	143
0.9.4	重要代换	144
0.9.5	不定积分表	148
0.9.6	定积分表	182
0.10	积分变换表	187
0.10.1	傅里叶变换	187
0.10.2	拉普拉斯变换	198
0.10.3	Z 变换	210
第 1 章	分析学	214
1.1	初等分析	214
1.1.1	实数	214
1.1.2	复数	221
1.1.3	在振荡上的应用	226
1.1.4	对等式的运算	227
1.1.5	对不等式的运算	229
1.2	序列的极限	231
1.2.1	基本思想	231
1.2.2	实数的希尔伯特 (Hilbert) 公理	232
1.2.3	实数序列	235
1.2.4	序列收敛准则	239
1.3	函数的极限	242
1.3.1	一个实变量的函数	242
1.3.2	度量空间和点集	248
1.3.3	多变量函数	253
1.4	一个实变量函数的微分法	256
1.4.1	导数	256
1.4.2	链式法则	258
1.4.3	递增函数和递减函数	259
1.4.4	反函数	261
1.4.5	泰勒定理和函数的局部行为	263
1.4.6	复值函数	273
1.5	多元实变函数的导数	274
1.5.1	偏导数	274
1.5.2	弗雷歇导数	276
1.5.3	链式法则	279
1.5.4	对微分算子的变换的应用	281

1.5.5	对函数相关性的应用	284
1.5.6	隐函数定理	285
1.5.7	逆映射	287
1.5.8	n 阶变分与泰勒定理	289
1.5.9	在误差估计上的应用	290
1.5.10	弗雷歇微分	292
1.6	单实变函数的积分	303
1.6.1	基本思想	303
1.6.2	积分的存在性	308
1.6.3	微积分基本定理	309
1.6.4	分部积分法	310
1.6.5	代换	311
1.6.6	无界区间上的积分	313
1.6.7	无界函数的积分	314
1.6.8	柯西主值	315
1.6.9	对弧长的应用	316
1.6.10	物理角度的标准推理	317
1.7	多实变量函数的积分	318
1.7.1	基本思想	318
1.7.2	积分的存在性	327
1.7.3	积分计算	329
1.7.4	卡瓦列里原理 (累次积分)	331
1.7.5	代换	332
1.7.6	微积分基本定理 (高斯-斯托克斯定理)	333
1.7.7	黎曼曲面测度	340
1.7.8	分部积分	342
1.7.9	曲线坐标	343
1.7.10	应用到质心和惯性中点	346
1.7.11	依赖于参数的积分	348
1.8	向量代数	349
1.8.1	向量的线性组合	349
1.8.2	坐标系	350
1.8.3	向量的乘法	352
1.9	向量分析与物理学领域	354
1.9.1	速度和加速度	355
1.9.2	梯度、散度和旋度	357

1.9.3	在形变上的应用	359
1.9.4	哈密顿算子的运算	360
1.9.5	功、势能和积分曲线	364
1.9.6	对力学的守恒律的应用	365
1.9.7	流、守恒律与高斯积分定理	367
1.9.8	环量、闭积分曲线与斯托克斯积分定理	369
1.9.9	根据源与涡确定向量场 (向量分析的主要定理)	370
1.9.10	对电磁学中麦克斯韦方程的应用	371
1.9.11	经典向量分析与嘉当微分学的关系	373
1.10	无穷级数	374
1.10.1	收敛准则	375
1.10.2	无穷级数的运算	377
1.10.3	幂级数	380
1.10.4	傅里叶级数	382
1.10.5	发散级数求和	386
1.10.6	无穷乘积	386
1.11	积分变换	388
1.11.1	拉普拉斯变换	389
1.11.2	傅里叶变换	394
1.11.3	Z 变换	399
1.12	常微分方程	403
1.12.1	引导性的例子	404
1.12.2	基本概念	412
1.12.3	微分方程的分类	421
1.12.4	初等解法	431
1.12.5	应用	447
1.12.6	线性微分方程组和传播子	451
1.12.7	稳定性	455
1.12.8	边值问题和格林函数	457
1.12.9	一般理论	462
1.13	偏微分方程	466
1.13.1	数学物理中的一阶方程	467
1.13.2	二阶数学物理方程	494
1.13.3	特征的作用	510
1.13.4	关于唯一性的一般原理	519
1.13.5	一般的存在性结果	521

1.14	复变函数	530
1.14.1	基本思想	531
1.14.2	复数列	532
1.14.3	微分	533
1.14.4	积分	535
1.14.5	微分式的语言	538
1.14.6	函数的表示	541
1.14.7	留数计算与积分计算	547
1.14.8	映射度	549
1.14.9	在代数基本定理上的应用	550
1.14.10	双全纯映射和黎曼映射定理	552
1.14.11	共形映射的例子	553
1.14.12	对调和函数的应用	561
1.14.13	在流体力学上的应用	564
1.14.14	在静电学和静磁学上的应用	567
1.14.15	解析延拓与恒等原理	568
1.14.16	在欧拉伽马函数上的应用	571
1.14.17	椭圆函数和椭圆积分	572
1.14.18	模形式与 \mathcal{P} 函数的反演问题	580
1.14.19	椭圆积分	582
1.14.20	奇异微分方程	590
1.14.21	在高斯超几何微分方程上的应用	592
1.14.22	在贝塞尔微分方程上的应用	592
1.14.23	多复变函数	594
第 2 章	代数学	597
2.1	初等代数	597
2.1.1	组合学	597
2.1.2	行列式	600
2.1.3	矩阵	604
2.1.4	线性方程组	609
2.1.5	多项式的计算	614
2.1.6	代数学基本定理 (根据高斯的观点)	616
2.1.7	部分分式分解	623
2.2	矩阵	625
2.2.1	矩阵的谱	625
2.2.2	矩阵的正规形式	627