



卫生部“十二五”规划教材

全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材

全国高等学校药学专业第七轮规划教材

供药学类专业用

高等数学

第5版

主 编 顾作林

副主编 吕 同 刘启贵

卫生部“十二五”规划教材
全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材
全国高等学校药学专业第七轮规划教材
供药学类专业用

高等数学

第5版

主 编 顾作林

副主编 吕 同 刘启贵

编 者：(以姓氏笔画为序)

王敏彦 河北医科大学

刘启贵 大连医科大学

宁 刚 广东药学院

闫心丽 沈阳药科大学

吕 同 山东大学数学院

顾作林 河北医科大学

刘 涛 湖北医药学院

雷玉洁 第三军医大学

人民卫生出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/顾作林主编. —5 版. —北京: 人民卫生出版社, 2011. 7

ISBN 978-7-117-14420-9

I. ①高… II. ①顾… III. ①高等数学-医学院校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 098173 号

门户网: www.pmph.com 出版物查询、网上书店
卫人网: www.ipmph.com 护士、医师、药师、中医师、卫生资格考试培训

版权所有, 侵权必究!

本书本印次封底贴有防伪标。请注意识别。

高等数学 第 5 版

主 编: 顾作林

出版发行: 人民卫生出版社 (中继线 010-59780011)

地 址: 北京市朝阳区潘家园南里 19 号

邮 编: 100021

E - mail: pmph@pmph.com

购书热线: 010-67605754 010-65264830

010-59787586 010-59787592

印 刷: 北京市文林印务有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 21

字 数: 511 千字

版 次: 1992 年 4 月第 1 版 2011 年 7 月第 5 版第 22 次印刷

标准书号: ISBN 978-7-117-14420-9/R · 14421

定 价: 32.00 元

打击盗版举报电话: 010-59787491 E-mail: WQ@pmph.com

(凡属印装质量问题请与本社销售中心联系退换)

卫生部“十二五”规划教材 全国高等学校药学类专业第七轮规划教材

出版说明

全国高等学校药学类专业本科卫生部规划教材是我国最权威的药学类专业教材,于1979年出版第一版,1987年、1993年、1998年、2003年、2007年进行了5次修订,并于2007年出版了第六轮规划教材。第六轮规划教材主干教材29种,全部为卫生部“十一五”规划教材,其中22种为教育部规划的普通高等教育“十一五”国家级规划教材;配套教材25种,全部为卫生部“十一五”规划教材,其中3种为教育部规划的普通高等教育“十一五”国家级规划教材。本次修订编写出版的第七轮规划教材中主干教材共30种,其中修订第六轮规划教材28种。《生物制药工艺学》未修订,沿用第六轮规划教材;新编教材2种,《临床医学概论》、《波谱解析》;配套教材21种,其中修订第六轮配套教材18种,新编3种。全国高等学校药学专业第七轮规划教材及其配套教材均为卫生部“十二五”规划教材、全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材,具体品种详见出版说明所附书目。

该套教材曾为全国高等学校药学类专业唯一一套统编教材,后更名为规划教材,具有较高的权威性和一流水平,为我国高等教育培养大批的药学专业人才发挥了重要作用。随着我国高等教育体制改革的不断深入发展,药学类专业办学规模不断扩大,办学形式、专业种类、教学方式亦呈多样化发展,我国高等药学教育进入了一个新的时期。同时,随着国家基本药物制度建设的不断完善及相关法规政策、标准等的出台,以及《中国药典》(2010年版)的颁布等,对高等药学教育也提出了新的要求和任务。此外,我国新近出台的《医药卫生中长期人才发展规划(2011—2020年)》对我国高等药学教育和药学专门人才的培养提出了更高的目标和要求。为跟上时代发展的步伐,适应新时期我国高等药学教育改革和发展的要求,培养合格的药学专门人才,以满足我国医药卫生事业发展的需要,从而进一步做好药学类专业本科教材的组织规划和质量保障工作,全国高等学校药学专业教材第三、第四届评审委员会围绕药学专业第六轮教材使用情况、药学教育现状、新时期药学领域人才结构等多个主题,进行了广泛、深入地调研,并对调研结果进行了反复、细致地分析论证。根据药学专业教材评审委员会的意见和调研、论证的结果,全国高等医药教材建设研究会、人民卫生出版社决定组织全国专家对第六轮教材进行修订,并根据教学需要组织编写了部分新教材。

药学类专业第七轮规划教材的编写修订,坚持紧紧围绕全国高等学校药学类专业(本科)教育和人才培养目标要求,突出药学专业特色,以教育部新的药学教育纲要为基础,以国家执业药师资格准入标准为指导,按照卫生部等相关部门及行业用人要求,强调培养目标与用人要求相结合,在继承和巩固前六轮教材建设工作成果的基础上,不断创新

和发展,进一步提高教材的水平和质量。同时还特别注重学生的创新意识和实践能力培养,注重教材整体优化,提高教材的适应性和可读性,更好地满足教学的需要。

为了便于学生学习、教师授课,在做好传承的基础上,本轮教材在编写形式上有所创新,采用了“模块化编写”。教材各章开篇,以普通高等学校药学本科教学要求为标准编写“学习要求”,正文中根据课程、教材特点有选择性地增加“知识链接”“实例解析”“知识拓展”“小结”。为给希望进一步学习的学生提供阅读建议,部分教材在“小结”后增加了“选读材料”。

需要特别说明的是,全国高等学校药学专业第三届教材评审委员会成立于2001年,至今已10年,随着教育教学改革的发展和专家队伍的发展变化,根据教材建设工作的需要,在修订编写本轮规划教材之初,全国高等医药教材建设研究会、人民卫生出版社对第三届教材评审委员会进行了改选换届,成立了第四届教材评审委员会。无论新老评审委员,都为本轮教材工作做出了重要贡献,在此向他们表示衷心的感谢!

由于众多学术水平一流和教学经验丰富的专家教授都积极踊跃和严谨认真地参与本套教材的编写,从而使教材的质量得到不断完善和提高,并被广大师生所认同。在此我们对长期支持本套教材编写修订的专家和教师及同学们表示诚挚的感谢!

本轮教材出版后,各位教师、学生在使用过程中,如发现问题请反馈给我们,以便及时更正和修订完善。

全国高等医药教材建设研究会
人民卫生出版社
2011年5月

卫生部“十二五”规划教材 全国高等学校药学类专业 第七轮规划教材书目

序号	教材名称	主编	单位
1	药学导论(第3版)	毕开顺	沈阳药科大学
2	高等数学(第5版)	顾作林	河北医科大学
	高等数学学习指导与习题集(第2版)	王敏彦	河北医科大学
3	医药数理统计方法(第5版)	高祖新	中国药科大学
4	物理学(第6版)(配光盘)	武宏	山东大学物理学院
	物理学学习指导与习题集(第2版)	武宏	山东大学物理学院
5	物理化学(第7版)(配光盘)	李三鸣	沈阳药科大学
	物理化学学习指导与习题集(第3版)	李三鸣	沈阳药科大学
	物理化学实验指导(第2版)(双语)	崔黎丽	第二军医大学
6	无机化学(第6版)	张天蓝	北京大学药学院
	无机化学学习指导与习题集(第3版)	姜凤超	华中科技大学同济药学院
7	分析化学(第7版)(配光盘)	李发美	沈阳药科大学
	分析化学学习指导与习题集(第3版)	赵怀清	沈阳药科大学
	分析化学实验指导(第3版)	赵怀清	沈阳药科大学
8	有机化学(第7版)	陆涛	中国药科大学
	有机化学学习指导与习题集(第3版)	陆涛	中国药科大学
9	人体解剖生理学(第6版)	岳利民	四川大学华西基础医学与法医学院
		崔慧先	河北医科大学
10	微生物学与免疫学(第7版)	沈关心	华中科技大学同济医学院
11	生物化学(第7版)	姚文兵	中国药科大学
12	药理学(第7版)	朱依淳	复旦大学药学院
		殷明	上海交通大学药学院
	药理学学习指导与习题集(第2版)	程能能	复旦大学药学院
13	药物分析(第7版)	杭太俊	中国药科大学
	药物分析学习指导与习题集***	于治国	沈阳药科大学
	药物分析实验指导***	范国荣	第二军医大学
14	药用植物学(第6版)	张浩	四川大学华西药学院
	药用植物学实践与学习指导***	黄宝康	第二军医大学

续表

序号	教材名称	主编	单位
15	生药学(第6版)	蔡少青	北京大学药学院
	生药学实验指导(第2版)	刘塔斯	湖南中医药大学
16	药物毒理学(第3版)	楼宜嘉	浙江大学药学院
17	临床药物治疗学(第3版)	姜远英	第二军医大学
18	药物化学(第7版)(配光盘)	尤启冬	中国药科大学
	药物化学学习指导与习题集(第3版)	孙铁民	沈阳药科大学
19	药剂学(第7版)	崔福德	沈阳药科大学
	药剂学学习指导与习题集(第2版)	王东凯	沈阳药科大学
	药剂学实验指导(第3版)	崔福德	沈阳药科大学
20	天然药物化学(第6版)	吴立军	沈阳药科大学
	天然药物化学习题集(第3版)	吴立军	沈阳药科大学
	天然药物化学实验指导(第3版)	吴立军	沈阳药科大学
21	中医学概论(第7版)	王建	成都中医药大学
22	药事管理学(第5版)(配光盘)	杨世民	西安交通大学医学院
	药事管理学学习指导与习题集(第2版)	杨世民	西安交通大学医学院
23	药学生物学(第4版)	张景海	沈阳药科大学
24	生物药剂学与药物动力学(第4版)	刘建平	中国药科大学
	生物药剂学与药物动力学学习指导与习题集(第2版)	李高	华中科技大学同济药学院
25	药学英语(上、下册)(第4版)(配光盘)	史志祥	中国药科大学
	药学英语学习指导(第2版)	史志祥	中国药科大学
26	药物设计学(第2版)	徐文方	山东大学药学院
27	制药工程原理与设备(第2版)	王志祥	中国药科大学
28	生物技术制药(第2版)	王凤山	山东大学药学院
29	生物制药工艺学*	何建勇	沈阳药科大学
30	临床医学概论**	于锋	中国药科大学
31	波谱解析***	孔令义	中国药科大学

*为第七轮未修订,直接沿用第六轮规划教材; **为第七轮新编教材; ***为第七轮新编配套教材。

全国高等学校药学专业第四届 教材评审委员会名单

顾 问

郑 虎 四川大学华西药学院

主任委员

毕开顺

副主任委员

姚文兵 朱家勇 张志荣

委 员 (以姓氏笔画为序)

王凤山	山东大学药学院
刘俊义	北京大学药学院
朱依淳	复旦大学药学院
朱家勇	广东药学院
毕开顺	沈阳药科大学
张志荣	四川大学华西药学院
张淑芳	中国执业药师协会
李 高	华中科技大学同济药学院
李元建	中南大学药学院
李勤耕	重庆医科大学
杨世民	西安交通大学医学院
杨晓红	吉林大学药学院
陆 涛	中国药科大学
陈 忠	浙江大学药学院
罗光明	江西中医学院
姚文兵	中国药科大学
姜远英	第二军医大学
曹德英	河北医科大学
黄 民	中山大学药学院
彭代银	安徽中医学院
潘卫三	沈阳药科大学

前 言

通过四年来《高等数学》第4版在教学实践中的检验,结合众多一线教师的宝贵经验和实际感受,尤其采纳同学们提出的问题和宝贵意见,我们对《高等数学》第4版做了较大幅度的修改和完善。这次修改的目的是贯彻“教师好教,学生好学”的思想,突出实用性和适应性,以便更好地为药学专业学生服务。

选择合理的教学内容与体系结构,强调重要的数学思想方法与计算工具的突出作用,把数学建模的思想与方法渗透到教材内容中去,强调数学知识的应用。强调结构合理、逻辑清晰、例题丰富。例如这次修改,添加拉普拉斯变换及利用拉普拉斯变换解微分方程等内容。

根据当前医学院校教学课时少而所需数学知识较多的实际情况,精选以下内容:函数与极限、微分学、积分法、空间解析几何、微分方程、无穷级数、Mathematica应用等。教学总时数为100~120学时。删减一些相对独立的章节,也适合60~80学时的教学。

感谢编写组成员所在各医药院校有关领导和老师的悉心关怀和大力支持,感谢同学们的厚爱。你们提出的宝贵建议和意见是我们创作的源泉,你们的需要是我们完善的动力。

由于作者水平有限,加之时间仓促,书中难免有错误或考虑不周之处。恳请您多提宝贵意见,我们一定虚心接受,并坚决改正。再次表达诚挚的谢意。

顾作林

2011年3月于石家庄

目 录

第一章 函数与极限	1
第一节 初等函数	1
一、基本初等函数	1
二、初等函数	1
三、函数的性质	1
四、点 x_0 的 δ 邻域	2
第二节 极限	2
一、数列的极限	2
二、函数的极限	5
第三节 极限的运算	8
一、无穷小量的运算	8
二、极限运算法则	12
三、两个重要极限	15
第四节 函数的连续性	18
一、函数的连续性	18
二、初等函数的连续性	20
三、函数的间断点	22
四、闭区间上连续函数的性质	23
第五节 计算机应用	25
实验一、数学软件 Mathematica 简介	25
一、Mathematica 介绍	25
二、Mathematica 的安装与启动	25
三、Mathematica 的输入、输出和运行	26
四、Mathematica 中基本的运算符号	27
五、Mathematica 的基本量	27
实验二、用 Mathematica 求极限	29
习题一	30
第二章 导数与微分	35
第一节 导数	35
一、引入	35
二、导数的定义	36

三、导数的物理意义和几何意义	37
四、函数可导性与连续性的关系	38
第二节 求导数的一般方法	38
一、常数和几个基本初等函数的导数	38
二、函数四则运算的求导法则	39
三、复合函数的求导法则	41
四、隐函数的求导	41
第三节 高阶导数	44
第四节 中值定理 洛必达法则	45
一、中值定理	45
二、洛必达法则	47
第五节 函数性态的研究	50
一、函数的单调性	50
二、函数的极值	51
三、曲线的凹凸性和拐点	55
四、函数图形的描绘	56
第六节 微分及其应用	58
一、微分	58
二、微分的几何意义	59
三、一阶微分形式不变性	59
四、微分的应用	60
*第七节 泰勒公式	61
一、泰勒公式	61
二、函数的麦克劳林公式	62
第八节 计算机应用	64
实验一、用 Mathematica 求导数	64
实验二、用 Mathematica 描绘函数图像	64
实验三、用 Mathematica 求极值	66
习题二	67
第三章 不定积分	74
第一节 不定积分的概念	74
一、不定积分的概念	74
二、基本积分公式	76
三、不定积分的性质	77
第二节 换元积分法	79
一、第一换元积分法	79
二、第二换元积分法	83
第三节 分部积分法	86
第四节 有理函数与简单无理函数的积分	89

一、有理函数的积分	89
二、简单无理函数的积分	91
第五节 积分表的使用	93
第六节 计算机应用	94
实验 用 Mathematica 求不定积分	94
习题三	95
第四章 定积分及其应用	97
第一节 定积分的概念和性质	97
一、两个典型实例	97
二、定积分的概念	99
三、定积分的性质	101
第二节 牛顿-莱布尼兹公式	103
一、变上限函数	103
二、牛顿-莱布尼兹公式	104
第三节 定积分的计算	106
一、定积分的换元积分法	106
二、定积分的分部积分法	107
第四节 定积分的应用	109
一、微元法	110
二、定积分在几何学中的应用	110
三、定积分在物理上的应用	117
四、定积分在医学中的应用	120
第五节 广义积分和 Γ 函数	121
一、无穷区间上的广义积分	122
二、被积函数有无穷型间断点的广义积分	123
三、 Γ 函数	125
第六节 计算机应用	126
习题四	128
第五章 无穷级数	132
第一节 无穷级数的概念和基本性质	132
一、无穷级数的概念	132
二、无穷级数的基本性质	134
三、级数收敛的必要条件	136
第二节 常数项级数收敛性判别法	136
一、正项级数收敛性判别法	136
二、交错级数收敛性判别法	140
三、绝对收敛与条件收敛	141
第三节 幂级数	142

一、函数项级数的基本概念	142
二、幂级数及其敛散性	143
三、幂级数的运算	146
四、泰勒级数	148
五、初等函数的幂级数展开法	149
六、幂级数的应用	153
七、欧拉公式	155
第四节 计算机应用	156
实验一、用 Mathematica 求数项级数和及和函数	156
实验二、用 Mathematica 进行泰勒级数展开	157
习题五	158

第六章 空间解析几何 161

第一节 空间直角坐标系	161
一、空间点的直角坐标	161
二、空间两点间的距离	162
第二节 空间曲面与曲线	163
一、空间曲面及其方程	163
二、空间曲线及其方程	165
三、空间曲线在坐标面上的投影	166
第三节 二次曲面	167
一、椭球面	167
二、双曲面	168
三、抛物面	169
第四节 行列式	169
一、二阶行列式	169
二、三阶行列式及其性质	170
三、行列式的计算	172
四、用行列式解三元线性方程组	173
第五节 向量代数	174
一、向量的概念	174
二、向量的坐标表示法	176
三、向量的数量积与向量积	178
第六节 空间平面及直线	182
一、平面方程	182
二、空间直线的方程	183
第七节 计算机应用	184
实验一、用 Mathematica 求行列式的值	184
实验二、用 Mathematica 解方程(组)	184
习题六	185

第七章 多元函数及其微分法	188
第一节 多元函数的极限与连续	188
一、多元函数的概念	188
二、二元函数的极限	191
三、二元函数的连续性	192
第二节 偏导数	194
一、偏导数的定义及其算法	194
二、高阶偏导数	197
第三节 全微分	199
一、全增量与全微分	199
二、全微分在近似计算中的应用	201
第四节 多元复合函数与隐函数的偏导数	202
一、多元复合函数的求导法则	202
二、隐函数的偏导数	203
* 第五节 方向导数与梯度	204
一、方向导数	204
二、梯度	206
* 第六节 多元函数微分法在几何上的应用	207
一、空间曲线的切线与法平面	207
二、曲面的切平面与法线	208
第七节 多元函数的极值	210
一、二元函数的极值	210
二、拉格朗日乘数法	213
第八节 经验公式与最小二乘法	216
第九节 计算机应用	219
实验一、用 Mathematica 描绘二元函数的图形	219
实验二、用 Mathematica 建立经验公式	221
习题七	222
第八章 多元函数积分法	226
第一节 二重积分	226
一、二重积分的概念	226
二、二重积分的性质	228
三、二重积分的计算	229
第二节 广义二重积分	235
第三节 二重积分的应用	237
一、曲面的面积	237
二、在静力学中的应用	238
第四节 曲线积分	239

一、对弧长的曲线积分·····	239
二、对坐标的曲线积分·····	242
第五节 格林公式及其应用·····	245
一、格林公式·····	245
二、曲线积分与路径无关的条件·····	248
第六节 计算机的应用·····	250
实验一、用 Mathematica 计算二重积分·····	250
实验二、用 Mathematica 计算曲线积分·····	251
习题八·····	252
第九章 常微分方程及其应用 ·····	256
第一节 微分方程的基本概念·····	256
第二节 一阶微分方程·····	258
一、可分离变量的微分方程·····	258
二、一阶线性微分方程·····	262
第三节 可降阶的高阶微分方程·····	265
一、 $y^{(n)}=f(x)$ 型的微分方程·····	265
二、 $y''=f(x,y')$ 型的微分方程·····	266
三、 $y''=f(y,y')$ 型的微分方程·····	266
第四节 二阶线性微分方程·····	267
一、二阶线性微分方程解的性质·····	267
二、二阶常系数线性齐次微分方程·····	269
三、二阶常系数线性非齐次微分方程·····	272
第五节 微分方程组·····	276
第六节 用拉普拉斯变换解微分方程·····	277
一、拉普拉斯变换的概念和性质·····	278
二、用拉普拉斯变换解微分方程·····	281
第七节 微分方程在药物动力学中的应用·····	282
第八节 计算机应用·····	286
习题九·····	289
附表一 简明积分表 ·····	293
附录一 汉英对照名词 ·····	301
附录二 习题答案 ·····	306
参考文献 ·····	322

学习要求

1. 掌握 函数、初等函数、极限、无穷小及无穷大、函数连续性的概念,以及闭区间上连续函数的性质。
2. 熟悉 无穷小的性质,应用极限的四则运算法则及两个重要极限求极限。
3. 了解 无穷小的比较,极限存在准则,函数的间断点及其分类。

高等数学所研究的主要对象为函数,所用的主要方法为极限法。所谓函数关系就是变量之间的依赖关系。极限概念是微积分学(calculus)的理论基础,极限方法是研究变量的一种基本方法。本章将介绍函数、极限和函数连续性等基本概念以及它们主要的性质。

第一节 初等函数

一、基本初等函数

幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数这五类函数统称为基本初等函数。在函数的研究中,基本初等函数起着基础的作用。

在中学我们已经学过这五类函数,请读者回顾它们的解析式、图像和性质,以利于今后的学习。

二、初等函数

由常数和五类基本初等函数经过有限次的四则运算或有限次的复合所形成的函数称为初等函数(elementary function)。

例如,函数 $y = \ln x^2$ 、 $y = \sqrt{x^3 + 2x + 1}$ 、 $y = \sin 4x + e^{2x} - \arctan x^4$ 等都是初等函数。高等数学所研究的函数主要就是初等函数。

除初等函数外,还存在非初等函数。例如分段函数,它一般情况不能用一个解析式表示,所以一般来说,分段函数不是初等函数。

三、函数的性质

除了我们已经学过的函数的奇偶性、单调性和周期性外,此处重点介绍函数的有界性。

若存在正数 M ,对函数 $y = f(x)$ 定义域内的一切 x ,都有 $|f(x)| \leq M$ 成立,则称函数 $f(x)$ 在定义域内有界(bounded)。如果这样的 M 不存在,则称函数 $f(x)$ 在定义域内无界(unbounded)。

例如:函数 $y = \sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界,因为当取 $M = 1$ 时,对任意实数 x ,有 $|\sin x| \leq 1$ 。而函数 $f(x) = 3x + 2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界。

函数的有界性还可以定义为:若存在两个实数 A, B ,对函数 $y = f(x)$ 定义域内的一切 x ,都有 $A \leq f(x) \leq B$ 成立,则称函数 $f(x)$ 在定义域内有界。这是因为,此时只要取 $M = \max\{|A|, |B|\}$ 即可。

四、点 x_0 的 δ 邻域

作为一个必要的准备,我们给出如下的定义。

设 x_0 是某一定点, δ 是大于零的某实数,开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 称为点 x_0 的 δ 邻域 (neighborhood), 记为 $U(x_0, \delta)$, 点 x_0 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径。称 $(x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$ 为点 x_0 的一个去心 δ 邻域, 记为 $\dot{U}(x_0, \delta)$ 。

点 x_0 的 δ 邻域是由与 x_0 点的距离小于 δ 的点所形成的集合,通过这个概念,借助 δ 的取值,可以描述点 x_0 附近的点与 x_0 的接近程度。

第二节 极 限

极限方法是高等数学的重要方法,它是以运动的、有联系的以及量变引起质变的观点来研究变量变化趋势的一种方法,是学习微积分不可缺少的工具。

本节主要介绍极限的概念和极限的运算法则。

一、数列的极限

极限概念是由求某些实际问题的精确解而产生的。例如我国古代数学家刘徽(公元3世纪)利用圆内接正多边形的面积来推算圆面积的方法——割圆术,就是极限思想在几何上的一个应用。

设有一圆,欲求它面积的精确值 S 。为此先做圆的内接正六边形,其面积记为 S_1 ,再做圆内接正十二边形,其面积记为 S_2 ,再做圆内接正二十四边形,其面积记为 S_3, \dots , 循此下去,每次边数加倍,就可以得到一系列圆内接正多边形的面积(见图 1-1): $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ 。

它们构成一列有次序的数。当 n 越大,圆的内接正多边形与圆的差别就越小,从而用 S_n 作为圆的面积 S 的近似值也越精确。但是无论 n 取的多么大,只要 n 取定了, S_n 终究只是圆的内接正多边形的面积,还不是圆的面积。因此,设想 n 无限增大(记为 $n \rightarrow \infty$, 读作 n 趋向无穷大),即圆内接正多边形的边数无限增加,在这个过程中,圆内接正多边形无限接近于圆,同时, S_n 也无限接近于确定的数值 S 。正如刘徽所述:“割之弥细,所失弥少,割之又割,以至于不可割则与圆周合体而无失矣。”

在 $n \rightarrow \infty$ 的过程中, S_n 无限接近的确定的数值,在数学上称之为数列 $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$ 的当 $n \rightarrow \infty$ 时的极限。

若数列 $\{x_n\}$ 满足

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n \leq \dots$$

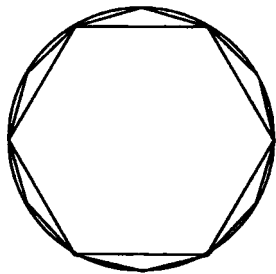


图 1-1