

四集

華氏中西算學全書四集

華氏中國風雲夢

全書卯集

行素軒
校本

代數雜題解法目錄

新學會校正賜書堂石印

卷一

分數 小數 乘法 求最大公約數 求最小公乘數 化分

卷二

開方乘方 無理之根式 一次式內有一未知之數 二次式內有二未知之數 一次式內有三未知之數

卷三

二次式內有一未知之數 二次式內有二未知之數

卷四

比較大小類 率數比例數變數

卷五

算學級數類 幾何級數聲學級數 排列變換之法

卷六

二項例之類 不合理之式開方 求乘數之法

卷七

連分數 未定之相等式 進位之法 數之性情 能斂能發之級數 對數

卷八

本利生息 決疑數

卷九

雜題類一 雜題類二

卷十

雜題類三

卷十一

雜題類四

卷十二

雜題類五

卷十三

岡布理智書院第一次考題 第二次考題 第三次考題 第四次考題

卷十四

岡布理智書院第五次考題 第六次考題 第七次考題

卷十五

岡布理智書院第八次考題 第九次考題 第十次考題

卷十六

岡布理智書院第十一次考題 第十二次考題

英國倫德編輯

英國 傅蘭雅 口譯

金匱 華蘅芳 筆述

此書所解之題大半從英國算學家吳德所著之代數書內錄出又益以大書院中考試之題其解題之法整齊簡易最便初學又有微妙之法為初學之人所思索不到者

書中算式並未刪節依此式以解題無人能議其非因考試算學時每有得數不誤但因解題之法繁簡不得其當以致被黜者故不可不講求也

分數各題

一題 有兩數 $\sqrt{12}$ 與 $\sqrt{18}$ 問何數為大

答曰其

$$\sqrt{\frac{12}{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

又

$$\sqrt{\frac{12}{18}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

所以 $\sqrt{12}$ 與 $\sqrt{18}$ 之大小可依此

與 $\sqrt{12}$ 之大小而定之惟因

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

而

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

所以

$$\sqrt{12} > \sqrt{18}$$

二題 有分數

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

求化之為簡易之式

答曰所設之分數

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{10}$$

三題 有 $\frac{3}{2}$ 以三乘之意謂取 $\frac{3}{2}$ 三次即 $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$ 問以

四三乘三二為何意

答曰凡數以他數乘之意謂取此數若干次其次數合於他數之若干一假如十二以七乘之意謂取十二之次數等于七內有若干一故為七箇十二即八十四也

惟因七為 $1+1+1+1+1+1+1$ 所成則取七箇十二必為 $1+1+1+1+1+1+1$ 若將兩箇

分數亦如此求之所得之數亦可謂之乘得數惟稍有

分別凡整數之乘法意謂取一箇若干次而分數之乘法意謂將一分作若干等分而屢取其一分至若干次依此意將 $\frac{2}{3}$ 以 $\frac{4}{3}$ 乘之必將其 $\frac{3}{3}$ 平分作四等

分而取其一分至三次惟因 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$ 如分之為四等分則

即為 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$ 取此四項之三項其得 $\frac{2}{3}$ 即 $\frac{2}{3}$ 故

四題 英國銀錢每枚重八十七粒 西國分釐之名 每四十粒內

有三粒為銅求錢內真銀若干並百粒內有若干銅

○每 $\frac{1}{4}$ 粒內有三粒為銅則 $\frac{3}{4}$ 粒必為銀所以每一枚

銀錢內其真銀之重為 $\frac{87}{100}$ 內之 $\frac{37}{100}$ 即

○每 $\frac{3}{4}$ 粒內有一粒為銅則百粒內之銀必為百粒

所容之 $\frac{3}{4}$ 次即每百粒內之銅為 $\frac{75}{100}$

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{100}{100}} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

五題 求將 $\frac{5}{3}$ 分為大小兩分令兩分之較為 $\frac{3}{2}$

惟因 $\frac{5}{3}$ 之二為 $\frac{10}{3}$ 又 $\frac{1}{4}$ 之二為 $\frac{1}{2}$ 則其所求之

大分必為 $\frac{10}{3} - \frac{1}{2} = \frac{19}{6}$ 即 $\frac{19}{6}$ 其小分必為 $\frac{10}{3} - \frac{19}{6} = \frac{1}{2}$ 即 $\frac{1}{2}$

小數各題

一題 欲求 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 之同數至小數七位止問用何法

惟因 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 則求三之平方根至七位而以三約之即得

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{1.73205} = 0.57735$$

二題 求 $\sqrt{\frac{0.01}{5.04}}$ 之根至小數二位止

惟因 $\sqrt{\frac{0.01}{5.04}} = \frac{\sqrt{0.01}}{\sqrt{5.04}} = \frac{0.1}{2.24499} = 0.04452$ 左邊之分母分子求再

$$\sqrt{\frac{0.01}{5.04}} = \frac{\sqrt{0.01}}{\sqrt{5.04}} = \frac{0.1}{2.24499} = 0.04452$$

得 $\frac{1}{2}$ 故其所求之平方根

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

六題 有銅版厚 0.05 寸其面為一平方寸抽成銅絲長五

十尺求其橫剖面之積

其銅之體積為面之平方寸數與厚相乘即而絲之

橫剖面積等于絲長之寸數 法每尺十二寸約銅之體積所

以得 為銅絲之橫剖面積

$$\frac{6.00}{0.05} = 0.0000 \times 3.3$$

七題 有兩物相距 寸又有兩物相距 寸量此相距

$$1 - 1.87$$

$$9.95$$

時不能無毫釐之差惟知其差必在百分寸之一之四分之一以內若將兩距數相乘求其乘得之數之差應在何數之限內

二數相乘之積為

惟其

之差可以在

與之

$$1 - 1.87 \times 0.65$$

$$1 - 1.87 \times 0.00$$

$$1 - 1.87 \times 0.00$$

間即在 與 之間亦即在 與 之間又以同理求

$$1 - 1.87 \times 0.00 \times 5$$

$$1 - 1.87 \times 0.00 \times 5$$

$$1 - 1.87 \times 2.5$$

$$1 - 1.87 \times 7.5$$

得其之差可在 與 之間所以兩距相乘其極大

$$9.95$$

$$9.95 \times 2.5$$

$$9.95 \times 7.5$$

之限可為 極小之限可為 故其乘得之數極大者

$$1 - 1.87 \times 2.5 \times 9.95 \times 2.5$$

$$1 - 1.87 \times 7.5 \times 9.95 \times 7.5$$

為 極小者為 觀此兩數可見其相乘之積所有不

$$1 - 1.87 \times 6.1 \times 0.65 \times 1.5$$

$$1 - 1.87 \times 5.1 \times 9.5 \times 6.25$$

能有差之限惟在整寸數而已 言其小數可有差也

乘法各題

一題 有 與 求其相乘式內天之倍數

$$天 \times 天 \times 天$$

$$天 \times 天 \times 天 \times 天 \times 天 \times 天$$

故其所求之倍數

$$\begin{aligned} \text{天乙} \overline{\text{天}} \overline{\text{巳}} \text{天} \overline{\text{甲}} \text{天} \overline{\text{午}} \text{天} &= \text{乙} \overline{\text{天}} \overline{\text{甲}} \overline{\text{巳}} \text{天} \overline{\text{午}} \text{天} \\ &= (\text{乙} \overline{\text{甲}} \overline{\text{巳}} \overline{\text{午}}) \text{天} \end{aligned}$$

乙卯巳午

二題 求將

$$\frac{1}{2}[\tau(\tau-1)(\tau+2)] - \tau(\tau-1)(\tau+2) + \frac{1}{2}(\tau-1)\tau(\tau+1)$$

式化之爲簡易之式

答曰所設之數

$$= \text{大} \left[\frac{1}{2} \{ (天-1)(天-2) | (天-1)(天-2) \} \right] = (天-1)(天-1)$$

$$= \pi \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{3} \pi \right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{3} \pi \right) \right] = \frac{\pi^2}{3}$$

三	三	三	三
天	二	二天	二

$$= 1 \text{ 天} \cdot \frac{3}{3 \text{ 天}} = 1 \text{ 天}$$

三題 已知

(甲乙)(天甲)(天乙)(乙丙)(天乙)(天丙)(丙甲)(天丙)(天甲)

等於

(甲|乙) (乙|丙) (丙|甲)

欲求其證

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt{a} \sqrt{b}}{\sqrt{a} \sqrt{b}} &= \frac{\sqrt{a} \sqrt{b}}{1} \\ &= \sqrt{a} \sqrt{b} \end{aligned}$$
$$\frac{\sqrt{A|C} \cdot \bar{B} + \sqrt{A|C}|C| \sqrt{A|C} \bar{C}}{\sqrt{A|C}}$$

數爲

又法其第一數

$$= \sqrt{a} \sqrt{\sqrt{a} b} = \sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{b} = a \sqrt{b}$$

第二數

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} |1\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |2\rangle \right) \left(\sqrt{\frac{1}{2}} |1\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |2\rangle \right)$$

天

與

無有大於一之公乘數所以爲其最大之公約數

二題 有^{六天}與^{四天}求其最大之公約數

三六一
天一天天

與

天四四
天

其算草之式如

[illegible]

所以_三爲所求之最大公約數

天_二天_一

三題 有^天與^下求其最大之公約數

甲天¹甲²二甲乙天¹乙天²甲乙二甲乙
與
二甲天¹五甲天²二甲²二乙天¹三乙乙天²二甲乙

其第一數

$$\begin{aligned}
 &= \text{天}(\text{甲} \text{二} \text{甲} \text{乙} \text{乙}) \text{天}(\text{甲} \text{二} \text{甲} \text{乙} \text{乙}) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{天} \text{甲}) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{天} \text{甲})(\text{天} \text{甲} \text{天} \text{甲}) \text{一}
 \end{aligned}$$

第二數

$$\begin{aligned}
 &= \text{天}(\text{甲} \text{乙}) \text{五} \text{甲} \text{天}(\text{甲} \text{乙}) \text{三} \text{甲}(\text{甲} \text{乙}) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{二} \text{天} \text{五} \text{甲} \text{天} \text{三} \text{甲}) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{二} \text{天}(\text{天} \text{甲}) \text{三} \text{甲}(\text{天} \text{甲})) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{天} \text{甲})(\text{二} \text{天} \text{三} \text{甲}) \\
 &= (\text{甲} \text{乙})(\text{甲} \text{乙})(\text{天} \text{甲})(\text{天} \text{甲})(\text{二} \text{天} \text{三} \text{甲}) \text{二}
 \end{aligned}$$

惟

因○三兩式內所有之公乘數不外乎此與天所以所

求之最大公約數為

$$(\text{甲} \text{乙})(\text{天} \text{甲})$$

四題 有與求其最大之公約數

$$\begin{aligned}
 &= (\text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{四} \text{地} \text{五} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{七} \text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{三} \text{地} \text{五} \text{地} \text{二})
 \end{aligned}$$

第一數

$$\begin{aligned}
 &= (\text{地}(\text{地} \text{二})(\text{地} \text{二})) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二} \text{地} \text{二})(\text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{二})(\text{二} \text{地} \text{二} \text{天} \text{三} \text{天} \text{二} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{二})(\text{二} \text{地}(\text{天} \text{二}) \text{四} \text{天}(\text{天} \text{二})) \\
 &= (\text{天} \text{二})(\text{地} \text{二})(\text{二} \text{地}(\text{天} \text{二}) \text{四} \text{天} \text{天} \text{二}) \text{一}
 \end{aligned}$$

第二數

$$\begin{aligned}
 &= \text{天}(\text{地} \text{二} \text{地} \text{二})(\text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{地} \text{二} \text{地} \text{二})(\text{地} \text{二} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{二})(\text{三} \text{地} \text{六} \text{天} \text{七} \text{天} \text{三} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{二})(\text{三} \text{地}(\text{天} \text{二}) \text{六} \text{天}(\text{天} \text{二})) \\
 &= (\text{天} \text{二})(\text{地} \text{二})(\text{三} \text{地}(\text{天} \text{二}) \text{六} \text{天} \text{二}) \text{二}
 \end{aligned}$$

惟因

○三兩式之末乘數不能再變故其所求之最大公約

數必為

$$(\text{天} \text{二})(\text{地} \text{二})$$

五題 求地為何數則能令有公約數

$$\begin{aligned}
 &= (\text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \\
 &= (\text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二}) \text{天}(\text{二} \text{地} \text{二})
 \end{aligned}$$

$$= (\text{六甲} \overline{12}) - (\text{天} \overline{12}) - (\text{乙} \overline{12}) - (\text{六甲} \overline{12})$$

$$= (\text{六甲} \overline{12}) - (\text{天} \overline{12}) \quad \text{①}$$

第二數

$$= (\text{六甲} \overline{12}) - (\text{天} \overline{12}) \quad \text{②}$$

第三數

$$= (\text{六甲} \overline{12}) - (\text{乙} \overline{12}) \quad \text{③}$$

其第一數

$$= \text{二甲天} (\text{三甲天} \text{一} \text{二天}) \text{地} (\text{三甲天} \text{一} \text{二天}) \text{五地} (\text{三甲天} \text{一} \text{二天})$$

$$= (\text{二甲天} \text{一} \text{地}) (\text{三甲天} \text{一} \text{二天}) \text{五地} \quad (一)$$

第二數

$$= \text{二甲天} (\text{五甲天} \text{一} \text{三地}) (\text{五甲天} \text{一} \text{三地}) \text{地} (\text{二甲天} \text{一} \text{地}) \text{天$$

$$= (\text{二甲天} \text{一} \text{地}) (\text{五甲天} \text{一} \text{三地}) \text{天} \text{地} \quad (二)$$

第三數

$$= \text{二甲天} (\text{二天} \text{一} \text{地}) (\text{二天} \text{一} \text{地}) \text{二甲天} (\text{三甲天} \text{一} \text{地}) \text{地} (\text{三甲天} \text{一} \text{地}) \text{天$$

$$= (\text{二甲天} \text{一} \text{地}) (\text{二天} \text{一} \text{地}) \text{三甲天} \text{一} \text{地} \text{天} \text{地} \quad (三)$$

惟因

○(二)式之第二箇乘數中更無大於一之公約數所

以其第一箇乘數

$$\text{即} \quad \text{地} \text{二甲天}$$

為所求之最大公約數

八題

如以天_甲為與_{天_乙天_午}之公約數則

$$\text{求其證} \quad \text{甲} = \frac{\text{天_乙天_午}}{\text{天_甲}}$$

其兩數

$$\text{天_乙天_午}} \text{與} \text{天_甲}}$$

必能以公約數約之而無餘所以依

常法約之

$$\text{天_甲天_乙天_午}} (\text{天_乙天_午}} \text{天_甲}})$$

$$\frac{(\text{天_甲天_乙天_午}} (\text{天_乙天_午}} \text{天_甲}})}{(\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}})}$$

其餘數

$$= \text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}} = 0$$

又以同理得

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}} = 0$$

所以

其

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}} = 0$$

即

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}} = 0$$

九題

設有

$$(\text{天_乙天_午}} \text{天_甲}} \text{一} = 0$$

求證

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}}$$

與

$$\text{天_乙天_午}} \text{天_甲}}$$

有公乘數其形如

$$\text{天_甲}}$$

惟因

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}}$$

之一箇乘數為

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}}$$

則又一箇乘數必為

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}}$$

方

能得末項為一所以

$$\text{天_甲天_乙天_午}} \text{天_甲}} = 1$$

其能以 $\frac{1}{2}$ 約之惟因式中之 $\frac{1}{2}$ 既能以 $\frac{1}{2}$ 約之所以

其 $\frac{1}{2}$ 即亦能以 $\frac{1}{2}$ 約之則 $\frac{1}{2}$ 所以 $\frac{1}{2}$ 即 $\frac{1}{2}$

又法依代數之理因兩數俱能以 $\frac{1}{2}$ 約之則 $\frac{1}{2}$ 又 $\frac{1}{2}$ 所

以依減法得 $\frac{1}{2}$ 即 $\frac{1}{2}$ 所以 $\frac{1}{2}$

求最小公乘數各題

一題有 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{6}$ 求其最小之公乘數

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

① ② 兩式之最大公約數為 $\frac{1}{12}$ 所以①與②

之最小公乘數必為 $\frac{1}{12}$ 又③與④之最大公約數為 $\frac{1}{12}$

所以所求之最小公乘數為

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

所以其最小之公乘數必爲

$$= \frac{(天)(甲)(丙)}{(天)(甲)(丙)} \cdot \frac{(天)(甲)(丙)}{(天)(甲)(丙)} \cdot \frac{(天)(甲)(丙)}{(天)(甲)(丙)}$$

化分各題

一題 求將 式化之爲簡易之式

$$\frac{三}{天(天)(天)} \cdot \frac{一}{天(天)(天)} \cdot \frac{三}{天(天)(天)}$$

答曰所設之分數

$$= \frac{三}{天(天)(天)} \cdot \frac{一}{天(天)(天)} \cdot \frac{三}{天(天)(天)}$$

二題 求將

$$\frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天}$$

式化之爲簡易之式

答曰所設之分數

$$= \frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天} \cdot \frac{天}{天}$$

三題 求將

$$\frac{(甲)(乙)(丙)(天)}{天} \cdot \frac{(甲)(乙)(丙)(天)}{天}$$

式化之爲簡易之式

因其所以其分數

$$= \frac{(甲)(乙)(丙)(天)}{天} \cdot \frac{(甲)(乙)(丙)(天)}{天}$$