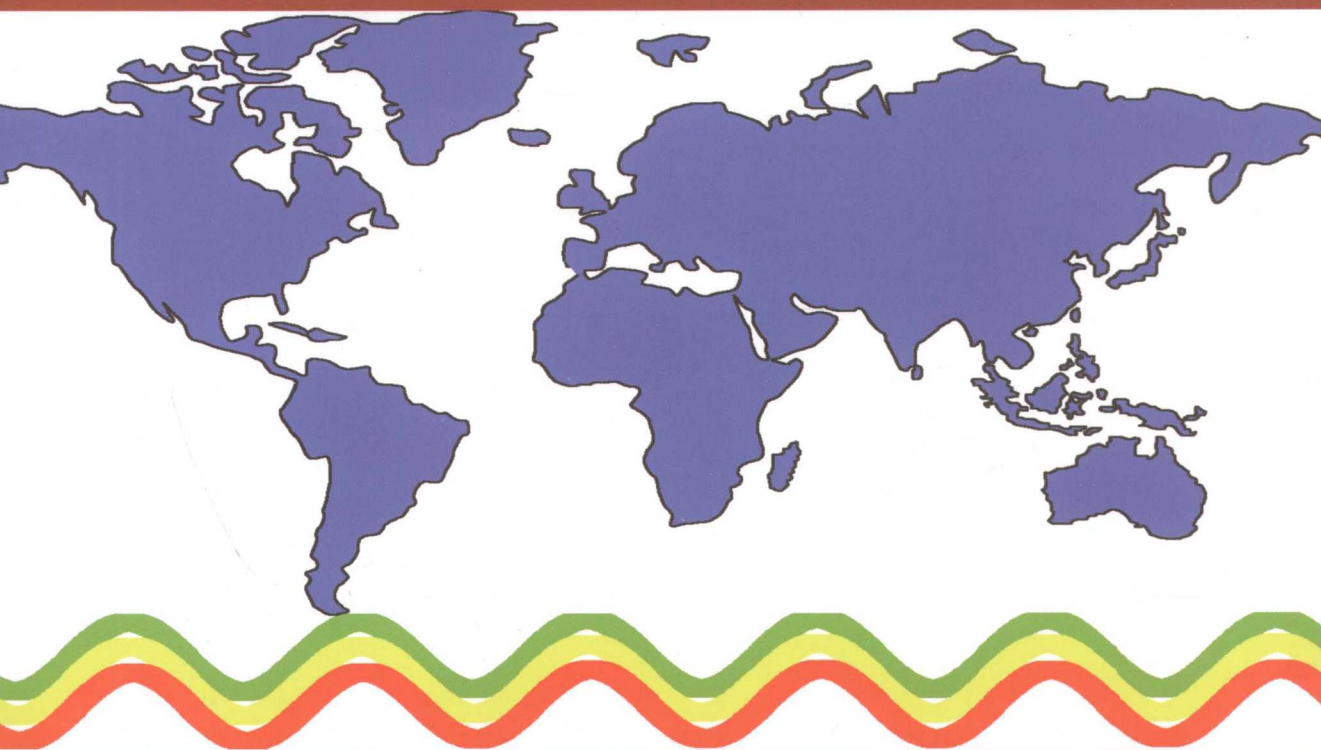


高等院校信息与通信工程系列教材

通信原理学习辅导 (第2版)

*Tutorial of Problems and Test Papers
for Communication Principles
(Second Edition)*



张甫翊 张若渊 编著

Fuyi Zhang Ruoyuan Zhang

清华大学出版社

高等院校信息与通信工程系列教材

通信原理学习辅导 (第2版)

**Tutorial of Problems and Test Papers
for Communication Principles
(Second Edition)**

张甫翊 张若渊 编著

Fuyi Zhang Ruoyuan Zhang

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以张甫翊、徐炳祥、吴成柯等教授编著的《通信原理(修订版)》一书中的内容和习题以及某些大学近期的“通信原理”考研入学试题为研讨对象。内容涉及通信系统基本概念、确定性信号、随机过程、信道、模拟通信系统、数字基带传输、正弦载波数字传输、模拟信号数字传输、数字信号最佳接收、信道编码、伪随机序列和同步等原理。

各章提供教学大纲知识点,以明确教学要求。解题中都指出解题根据,给出解题过程,以便于读者理解。书末给出通信中常用公式和补误差函数表,以方便读者在阅读时随时查用。书中提供大量通信专业名词的中英对照,以利于读者提高阅读和查找英文有关参考文献的能力。

本书可作为“通信原理”课程的本科生和研究生的辅导书,也可作为研究生入学考试的参考书。同时可作为相关大学教师和科学技术人员的参考资料。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

通信原理学习辅导/张甫翊,张若渊编著. —2版. —北京:清华大学出版社,2012.1
(高等院校信息与通信工程系列教材)

ISBN 978-7-302-26540-5

I. ①通… II. ①张… ②张… III. ①通信原理—高等学校—教学参考资料
IV. ①TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 173231 号

责任编辑:文 怡

责任校对:焦丽丽

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62795954, jsjic@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京市清华园胶印厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:12.75 字 数:298 千字

版 次:2012 年 1 月第 2 版 印 次:2012 年 1 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:23.00 元

产品编号:038043-01

高等院校信息与通信工程系列教材编委会

主 编：陈俊亮

副 主 编：李乐民 张乃通 邬江兴

编 委 （排名不分先后）：

王 京 韦 岗 朱近康 朱世华

邬江兴 李乐民 李建东 张乃通

张中兆 张思东 严国萍 刘兴钊

陈俊亮 郑宝玉 范平志 孟洛明

袁东风 程时昕 雷维礼 谢希仁

责任编辑：陈国新

出版说明

信息与通信工程学科是信息科学与技术的重要组成部分。改革开放以来,我国在发展通信系统与信息系统方面取得了长足的进步,形成了巨大的产业与市场,如我国的电话网络规模已位居世界首位,同时该领域的一些分支学科出现了为国际认可的技术创新,得到了迅猛的发展。为满足国家对高层次人才的迫切需求,当前国内大量高等学校设有信息与通信工程学科的院系或专业,培养大量的本科生与研究生。为适应学科知识不断更新的发展态势,他们迫切需要内容新颖又符合教改要求的教材和教学参考书。此外,大量的科研人员与工程技术人员也迫切需要学习、了解、掌握信息与通信工程学科领域的基础理论与较为系统的前沿专业知识。为了满足这些读者对高质量图书的渴求,清华大学出版社组织国内信息与通信工程国家级重点学科的教学与科研骨干以及本领域的一些知名学者、学术带头人编写了这套高等院校信息与通信工程系列教材。

该套教材以本科电子信息工程、通信工程专业的专业必修课程教材为主,同时包含一些反映学科发展前沿的本科选修课程教材和研究生教学用书。为了保证教材的出版质量,清华大学出版社不仅邀请国内一流专家参与了丛书的选题规划,而且每本书在出版前都组织全国重点高校的骨干教师对作者的编写大纲和书稿进行了认真审核。

祝愿《高等院校信息与通信工程系列教材》为我国培养与造就信息与通信工程领域的高素质科技人才,推动信息科学的发展与进步做出贡献。

北京邮电大学

陈俊亮

2004年9月

第2版前言

“通信原理”课程是大学本科教育“通信工程专业”和“电子信息工程专业”的专业基础课,通常安排在大学高年级开课,该课要求先修“信号与系统”、“概率论与随机过程”等课程。此课有时安排为研究生低年级课程,也常作为报考某些专业研究生的必试科目。许多学习者希望有一本《通信原理学习辅导》来帮助自己深入掌握其基本内容,为此编写了这本书。书中例题基本上按课程教学大纲要求来选取。阅读的内容可按学校教学大纲的不同而灵活选取。本书可供大中专院校电子信息类专业的读者学习参考,对从事通信事业的工程技术人员也是一本良好的参考书。

《通信原理学习辅导(第2版)》有很大的继承性,但做了四方面的修订:①张甫翊、徐炳祥、吴成柯等教授编著的由清华大学出版社出版的教材《通信原理(修订版)》,是一本在国防工业出版社出版的《通信原理(第5版)》的基础上修订而成的新版教材。本辅导书针对此新版教材,而《通原辅导(第1版)》则是针对《通信原理(第5版)》。②增加了“确定性信号”的内容和习题精解,而其他各章习题则根据《通信原理(修订版)》各章习题作个别增删。③教学大纲知识点一节中增加了中英文对照,且附录中给出了英文缩写名词对照表,以帮助读者提高阅读和查找通信方面英文参考书的能力。④增加了六套学生试题的精解。

本书致力于让读者更好地掌握课程的知识点、熟悉基本公式计算和常见的解题技巧。本书分为14章,内容包括绪论、确定性信号、随机过程、信道、模拟通信系统、数字基带传输、正弦载波数字传输、模拟信号的数字传输、数字信号最佳接收、差错控制编码、伪随机序列、同步原理、硕士生入学试题精解以及高教自学本科试题解。除第13和14章外,每章分两节,第1节给出教学大纲知识点,第2节为习题精解。

读者需消化好该新版教材的相应章节内容,重点注意书中的教学大纲知识点,然后恰当选择练习作自我检查,最后对照阅读本书题解。学生不要为完成作业而简单抄袭。

为方便学习,本书中使用了以下标记:①位于习题的题目头上的序号比如1-2,表示该题是主教材习题的第1-2题。②在解题过程中的比如“式(2.2-1)”,属本书的公式编号,这时编号前无“教材”二字出现。③在解题过程中的比如“教材式($\times$. $\times$ -3)”,指的是“主教材的式($\times$. $\times$ -3)”。

书后附录中列出通信中常用公式和补误差函数表,以便随时查阅。对于涉及“概率论与随机过程”和“信号与系统”等先修课程的公式,附录中不再提供。

由于认识的限制或疏忽,书中难免有缺点或错误,诚心希望读者指正。编者的电子函件地址为: fuyi_zhang@sina.com。

著 者

2011年7月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 本章教学大纲的知识点	1
1.2 习题精解	1
第 2 章 确定性信号	4
2.1 本章教学大纲的知识点	4
2.2 习题精解	4
第 3 章 随机过程	9
3.1 本章教学大纲的知识点	9
3.2 习题精解	9
第 4 章 信道	18
4.1 本章教学大纲的知识点	18
4.2 习题精解	18
第 5 章 模拟通信系统	24
5.1 本章教学大纲的知识点	24
5.2 习题精解	24
第 6 章 数字基带传输系统	37
6.1 本章教学大纲的知识点	37
6.2 习题精解	37
第 7 章 正弦载波数字调制解调系统	54
7.1 本章教学大纲的知识点	54
7.2 习题精解	55
第 8 章 模拟信号的数字传输	66
8.1 本章教学大纲的知识点	66
8.2 习题精解	66
第 9 章 数字信号的最佳接收	77
9.1 本章教学大纲的知识点	77

9.2 习题精解	77
第10章 差错控制编码	90
10.1 本章教学大纲的知识点	90
10.2 习题精解	90
第11章 伪随机序列	104
11.1 本章教学大纲的知识点	104
11.2 习题精解	104
第12章 同步原理	109
12.1 本章教学大纲的知识点	109
12.2 习题精解	109
第13章 硕士入学试题精解^①	118
13.1 2000年硕士入学试题精解	118
13.2 2001年硕士入学试题精解	125
13.3 2002年硕士入学试题精解	135
13.4 2003年硕士入学试题精解	147
13.5 2004年硕士入学试题精解	155
13.6 2005年硕士入学试题精解	160
第14章 高教自学本科试题解^②	166
14.1 某省第一套试题解	166
14.2 某省第二套试题解	170
14.3 某省第三套试题解	173
14.4 某省第四套试题解	177
附录A 常用公式	182
附录B 补误差函数表	185
附录C 英文缩写名词对照表	187
参考文献	191

① 注：试题来自直属于教育部直属的某高校。2000—2002年的试题考核时间为180分钟；2003—2005年的试题考核时间为90分钟。

② 每套题的考核时间为150分钟。

第 1 章

绪 论

1.1 本章教学大纲的知识点

(1) 模拟通信系统(analog communication system)框图,数字通信系统功能模型(functional model of digital communication system),与模拟通信比较时的数字通信主要特点(main feature of digital communication in comparison with analog communication)。

(2) 单工(simplex)通信,全双工(full duplex, FDX)通信,半双工(half duplex, HDX)通信。

(3) 信息量(information content, the amount of information);信息量的单位(the unit of information content);比特(bit);每符号平均信息量(average information content per symbol);信源熵(information source entropy),又称为信源平均信息量(average information content of information source)。

(4) 符号速率(symbol rate);传码率,又称为码元速率或波特率(baud rate);传信率(rate of information transmission),又称为信息速率(information rate)或比特率(bit rate)。

(5) M 进制信号(M -ary signals)传码率, M 进制信号传信率,传码率与传信率的换算。

(6) 频带利用率(frequency-band utilization)。

(7) 误码率,又称为码元差错率(symbol error probability);误信率(information error probability),又称为比特差错率(bit error probability)。

1.2 习题精解

1-1 设英文字母 E 出现的概率为 0.105, x 出现的概率为 0.002。试求 E 及 x 的信息量。

解: 根据符号信息量公式,教材式(1.4-1), $I = -\log_2 P(x)$, 得

$$I(E) = -\log_2(0.105) = 3.25 \text{ bit}$$

$$I(x) = -\log_2(0.002) = 8.97 \text{ bit}$$

1-2 某信息源的符号集由 A、B、C、D 和 E 组成, 设每一符号独立出现, 其出现概率分别为 1/4、1/8、1/8、3/16 和 5/16。试求该信息源符号的平均信息量。

解: 根据每符号(字母)平均信息量公式,教材式(1.4-2), $H(x) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log_2 P(x_i)$ 有

$$H(x) = -(1/4)\log_2(1/4) - 2 \times (1/8)\log_2(1/8) - (3/16)\log_2(3/16) - (5/16)\log_2(3/16) = 2.23\text{bit/字母}$$

1-3 设有4个符号,其中前3个符号的出现概率为1/4、1/8、1/8,且各符号的出现是相对独立的。试计算该符号集的平均信息量。

解:第4个符号出现概率 $p_4 = 1 - (\text{前3个符号出现的概率之和}) = 1/2$ 根据教材式(1.4-2)得该符号集的平均信息量为

$$H = -0.25\log_2 0.25 - 2 \times 0.125\log_2 0.125 - 0.5\log_2 0.5 = 1.75\text{bit/符号}$$

1-4 一个由字母A、B、C、D组成的字,对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码00代替A,01代替B,10代替C,11代替D,每个脉冲宽度为5ms。则

(1) 不同的字母是独立等可能出现时,试计算传输的平均信息速率;

(2) 若每个字母出现的可能性分别为 $P_A = 1/5, P_B = 1/4, P_C = 1/4, P_D = 3/10$,试计算传输的平均信息速率。

解:(1) 根据教材式(1.4-1), $I(\text{任一字母}) = -\log_2(1/4) = 2\text{bit}$ 。

依据教材式(1.4-2),得

$$H(x) = (1/4) \times 2 + (1/4) \times 2 + (1/4) \times 2 + (1/4) \times 2 = 2\text{bit/字母}$$

根据传码率(码元速率,字母速率)的定义,见教材式(1.5-2),有

$$R_B = \frac{1\text{s}}{2 \times 5 \times 10^{-3}\text{s}} = 100\text{Baud}$$

把它代入传码率与传信率(信息速率)的关系式,见教材式(1.5-2),有

$$R_b = R_B \times H(x) = 100\text{Baud} \times 2\text{bit/字母} = 200\text{bps}$$

(2) 根据教材式(1.4-2),得

$$H = (1/5)\log_2 5 + 2 \times (1/4)\log_2 4 + (3/10)\log_2 (10/3) = 1.985\text{bit/字母}$$

根据教材式(1.5-2),得

$$R_b = R_B \times H = 100\text{Baud} \times 1.985\text{bit/字母} = 198.5\text{bps}$$

1-5 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母,划用持续3单位的电流脉冲表示,点用持续1个单位的电流脉冲表示;且划出现的概率是点出现概率的1/3。

(1) 计算点和划的信息量;

(2) 设点和划的出现相互独立,试计算点和划的平均信息量。

解:(1) 根据题意有

$$P(\text{点}) + P(\text{划}) = 1, \quad P(\text{划}) = (1/3)P(\text{点})$$

$$P(\text{划}) = 1/4, \quad P(\text{点}) = 3/4$$

把它们代入教材式(1.4-1),得

$$I(\text{划}) = -\log_2(1/4) = 2\text{bit}$$

$$I(\text{点}) = -\log_2(3/4) = 0.415\text{bit}$$

(2) 依据教材式(1.4-2),有

$$H = (1/4)\log_2 4 + (3/4)0.415 \approx 0.5 + 0.31 = 0.81\text{bit/符号}$$

1-6 设一信息源由128个不同符号组成。其中16个出现的概率为1/32,其余112个出现概率为1/224。信息源每秒发出1000个符号,且每个符号彼此独立。试计算该信

息源的平均信息速率。

解：根据教材式(1.4-2)，有

$$\begin{aligned} H(\text{符号}) &= 16 \times (1/32) \log_2 32 + 112 \times (1/224) \log_2 224 \\ &\approx 2.5 + 0.5 \times 2.35/0.301 = 2.5 + 3.903 = 6.403 \text{ bit/符号} \end{aligned}$$

依据传码率(码元速率,字母速率)的定义,见教材 1.5.2 节,有 $R_B = 1000 \text{ Baud}$ 。把它代入教材式(1.5-2),有

$$R_b = R_B \times H = 1000 \times 6.403 = 6403 \text{ bps}$$

1-7 若题 1-2 中信息源以 1000Baud 速率传送信息,则传送 1 小时的信息量为多少? 传送 1 小时可能达到的最大信息量为多少?

解: (1) $R_b = R_B \times H = 1000 \times 2.23 = 2.23 \times 10^3 \text{ bps}$

所需求的一小时传递信息量为

$$I = T \times R_b = 3600 \times 2.23 \times 10^3 = 8.028 \times 10^6 \text{ bit}$$

(2) 信源等概时有最大熵,所以有

$$H_{\max} = \log_2 5 \approx 2.32 \text{ bit/字母}$$

传递 1 小时可能达到的最大信息量为

$$I_{\max} = T \times R_{b\max} \approx 3600 \times 1000 \times 2.32 = 8.352 \times 10^6 \text{ bit}$$

1-8 如果二进独立等概信号,码元宽度为 0.5ms,求 R_{B2} 和 R_{b2} ; 有四进制信号,码元宽度为 0.5ms,求传码率 R_{B4} 和独立等概时的传信率 R_{b4} 。

解: (1) 根据传码率定义,见教材式(1.5-1),有

$$R_{B2} = (1/T) = 1\text{s}/0.5\text{ms} = 2000 \text{ Baud}$$

因是二进独立等概信号,可利用教材式(1.5-3),所以有

$$R_{b2} = 2000 \text{ bps}$$

(2) 依据传码率定义,见教材式(1.5-1),有

$$R_{B4} = (1/T) = 1\text{s}/0.5\text{ms} = 2000 \text{ Baud}$$

因是四进独立等概信号,可利用教材式(1.5-3),所以传信率为

$$R_{b4} = 4000 \text{ bps}$$

1-9 已知某四进制数字传输系统的信息速率为 4800bps,且设四进制信号取各状态是独立等概的。接收端在 0.5h 内共收到 54 个四进制错误码元,试计算该系统的误码率。

解: 根据教材式(1.5-3)得传码率为

$$R_{B4} = R_b / \log_2 4 = 4800/2 = 2400 \text{ Baud}$$

0.5h 内收到的码元总数为

$$N = R_{B4} T = 2400 \text{ Baud} \times 0.5\text{h} \times 3600\text{s/h} = 4.32 \times 10^6 \text{ 个}$$

题给错误码元数 $N_e = 54$ (个)。将上面两个数值代入教材式(1.5-6),得该系统误码率为

$$P_e = N_e / N = 54 / (4.32 \times 10^6) = 1.25 \times 10^{-5}$$

第 2 章

确定性信号

2.1 本章教学大纲的知识点

(1) 确定性(deterministic)信号,周期(periodic)信号和非周期(nonperiodic, aperiodic)信号,能量(energy)信号和功率(power)信号。

(2) 周期信号的傅里叶级数表示(Fourier series representation of periodic signals),复指数傅里叶级数(complex exponential Fourier series),傅里叶级数系数(Fourier series coefficients),信号的傅里叶系数谱(Fourier coefficient spectrum of signals),幅值谱(amplitude spectra),相位谱(phase spectra)。

(3) 正弦余弦傅里叶级数(sine-cosine Fourier series),余弦傅里叶级数(cosine Fourier series)。

(4) 傅里叶变换(Fourier transform),傅里叶反变换(inverse Fourier transform),傅里叶变换对(Fourier transform pair)。

(5) 幅谱密度。

(6) 单位冲激函数(unit impulse function)。

(7) 周期信号的傅里叶变换(Fourier transform of periodic signal)。

(8) 巴塞伐尔能量定理(Parseval's energy theorem),能量谱密度(energy spectral density)。

(9) 周期信号功率谱密度(power spectral density of periodic signal)。

(10) 互相关函数(crosscorrelation function),自相关函数(autocorrelation function),相关函数与谱密度。

2.2 习题精解

2-1 试证明图 P2-1 中周期信号的傅里叶级数为

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos[2(2n+1)\pi t]$$

并请给出信号 $s(t)$ 的基频信号频率和振幅值。

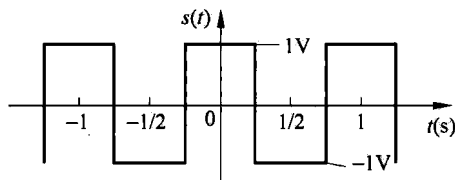


图 P2-1 周期信号 $s(t)$ 波形

解: 根据教材式(2.2-2), 代入图中所示的周期值 $T_0=1\text{s}$, 并在 $(-1/4, 3/4)$ 一个周期内作计算, 得

$$\begin{aligned} C_n &= (1/T_0) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t) \exp(-j2\pi n f_0 t) dt \\ &= \int_{-1/4}^{1/4} \exp(-j2\pi n t) dt - \int_{1/4}^{3/4} \exp(-j2\pi n t) dt \\ &= -[1/(-j2\pi n)] [\exp(-j\pi n/2) - \exp(j\pi n/2)] \\ &\quad + [1/(j2\pi n)] [\exp(-j3\pi n/2) - \exp(-j\pi n/2)] \\ &= [1/(n\pi)] \sin(n\pi/2) - [1/(n\pi)] \exp(-jn\pi) \sin(n\pi/2) \\ &= [1/(n\pi)] [1 - \cos(n\pi)] \sin(n\pi/2) = \begin{cases} 2/(n\pi), & n = \dots -7, -3, 1, 5, 9, \dots \\ -2/(n\pi), & n = \dots -5, -1, 3, 7, 11, \dots \\ 0, & n = \dots -4, -2, 0, 2, 4, \dots \end{cases} \end{aligned}$$

将上式代入教材式(2.2-1), 得

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(j2\pi n f_0 t) \\ &= \frac{2}{\pi} [\exp(j2\pi t) + \exp(-j2\pi t)] - \frac{2}{3\pi} [\exp(j6\pi t) + \exp(-j6\pi t)] \\ &\quad + \frac{2}{5\pi} [\exp(j10\pi t) + \exp(-j10\pi t)] - \dots \\ &= \frac{4}{\pi} \cos(2\pi t) - \frac{4}{3\pi} \cos(6\pi t) + \frac{4}{5\pi} \cos(10\pi t) - \dots \\ &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos[2(2n+1)\pi t] \quad \text{证毕。} \end{aligned}$$

由上式看到, 该信号的基频频率为 1Hz , 基频振幅为 $4/\pi\text{V}$ 。

2-2 设一信号 $s(t)$ 可以表示成

$$s(t) = A \cos(4\pi t + \theta), \quad -\infty < t < +\infty, A \text{ 和 } \theta \text{ 是常数。}$$

试问它是功率信号还是能量信号, 并求出其功率谱密度或能量谱密度。

解: (1) 依据教材式(2.1-3)得该信号的功率 $P_s = 0.5A^2$, 可见满足教材式(2.1-5), 所以它是功率信号。

(2) 第一步是寻求傅里叶级数的系数:

由该信号看到, 信号的频率 $f_0 = 2\text{Hz}$, 即周期 $T_0 = 0.5\text{s}$ 。依据教材式(2.2-2)得到

$$\begin{aligned} C_n &= 2 \int_{-1/4}^{1/4} A \cos(4\pi t + \theta) \exp(-j4\pi n t) dt \\ &= \int_{-1/4}^{1/4} \{A \exp[j4\pi(1-n)t] \exp(j\theta) + A \exp[-j4\pi(1+n)t] \exp(-j\theta)\} dt \\ &= 0.5Ae^{j\theta} \frac{\sin\pi(1-n)}{\pi(1-n)} + 0.5Ae^{-j\theta} \frac{\sin\pi(1+n)}{\pi(1+n)} \end{aligned}$$

由上式显然有, $C_1 = 0.5Ae^{j\theta}$, $C_{-1} = 0.5Ae^{-j\theta}$, 对于 $n=0$ 和其他整数 $C_n = 0$ 。

第二步是将以上值代入教材式(2.2-33),得所需求的信号 $s(t)$ 的功率谱密度为

$$P_s(f) = |C_1|^2 \delta(f - f_0) + |C_{-1}|^2 \delta(f + f_0) = 0.25A^2 \delta(f - 2) + 0.25A^2 \delta(f + 2)$$

2-3 设有一信号

$$s(t) = \begin{cases} A \exp(-at), & 0 \leq t \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \text{ 式中 } A \text{ 和 } a \text{ 是大于 } 0 \text{ 的常数}$$

试问它是功率信号还是能量信号,并求其功率谱密度或能量谱密度。

解: (1) 依据教材式(2.1-2),并代入已知 $s(t)$ 函数,得

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \int_0^{\infty} A^2 \exp(-2at) dt = - (0.5A^2/a) \exp(-2at) \Big|_0^{\infty} = 0.5A^2/a$$

可见上式满足教材式(2.1-4),所以它是能量信号。

(2) 首先求 $s(t)$ 的傅里叶变换,有

$$\begin{aligned} S(f) &= \int_0^{\infty} A \exp(-at) \exp(-j2\pi ft) dt = A \int_0^{\infty} \exp[-(a + j2\pi f)t] dt \\ &= \frac{-A}{a + j2\pi f} \exp[-(a + j2\pi f)t] \Big|_0^{\infty} = \frac{-A}{a + j2\pi f} (0 - 1) = \frac{A}{a + j2\pi f} \end{aligned}$$

再根据教材式(2.2-30),得所需求的能量谱密度为

$$|S(f)|^2 = A^2 / (a^2 + 4\pi^2 f^2)$$

2-4 试问下列函数中哪一些满足信号功率谱密度的性质。函数中 a 为常数。

(1) $\delta(f) + f^2$; (2) $\cos^2 2\pi f$; (3) $\exp(a - f^2)$ 。

[提示: 可以用教材式(2.2-35)来验证]

$$\text{解: (1)} \int_{-\infty}^{\infty} [\delta(f) + f^2] df = 1 + \frac{1}{3} f^3 \Big|_{-\infty}^{\infty} = \infty$$

可见此不满足功率谱密度的性质

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2 2\pi f df = \left[0.5f + \frac{1}{8\pi} \sin 4\pi f \right] \Big|_{-\infty}^{\infty} = \infty$$

可见此不满足功率谱密度的性质。

$$(3) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(a - f^2) df = e^a \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-f^2) df = e^a \sqrt{\pi}$$

可见此满足功率谱密度的性质。

2-5 试求 $s(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$ 的自相关函数,并从其自相关函数求出其功率。设该信号中的参数 A 、 ω_0 和 θ 皆是常数。

解: (1) 其是周期为 T_0 的信号,所以可采用教材式(2.3-6)得所需求的自相关函数

$$\begin{aligned} R_s(\tau) &= (1/T_0) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)s(t+\tau) dt = (A^2/T_0) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos(\omega_0 t + \theta) \cos[\omega_0(t+\tau) + \theta] dt \\ &= (0.5A^2/T_0) \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \{\cos\omega_0 \tau + \cos[\omega_0(2t+\tau) + 2\theta]\} dt \\ &= 0.5A^2 \cos\omega_0 \tau + (0.5A^2/T_0) (1/2\omega_0) \sin[\omega_0(2t+\tau) + 2\theta] \Big|_{-T_0/2}^{T_0/2} = 0.5A^2 \cos\omega_0 \tau \end{aligned}$$

(2) 依据教材式(2.3-13)得所需求的该信号功率为

$$P_s = R_s(0) = 0.5A^2$$

2-6 设信号 $s(t)$ 的傅里叶变换为 $S(f) = \sin(\pi f)/\pi f$, 试求此信号的自相关函数 $R_s(\tau)$ 。

解: 第一步根据教材表 2-1 第 7 列中的矩形脉冲傅里叶变换对公式, 令该公式中的 $\tau=1$, 有

$$\sin(\pi f)/\pi f = \sin(\omega/2)/(\omega/2) \Longleftrightarrow \text{rect}(t)$$

所以得

$$s(t) = \text{rect}(t)$$

第二步根据教材式(2.3-4), 用画 $s(t)$ 和 $s(t+\tau)$ 图形的方法计算相关函数值。即

$$R_s(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t+\tau)dt$$

① $0 \leq \tau \leq 1$ 时, 由图 2.6-1 看到

$$R_s(\tau) = \int_{-1/2}^{1/2-\tau} dt = 1 - \tau$$

② $-1 \leq \tau \leq 0$ 时, 由图 2.6-1 看到

$$R_s(\tau) = \int_{-1/2+\tau}^{1/2} dt = 1 + \tau$$

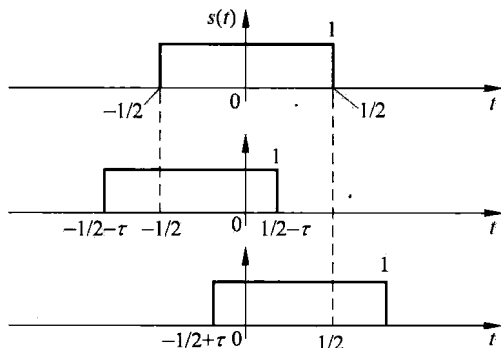


图 2.6-1 相关值计算图

③ 取其他值时, 由图 2.6-1 看到有 $R_s(\tau) = 0$, 总之, $R_s(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|, & -1 \leq \tau \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

2-7 已知一信号 $s(t)$ 的自相关函数为

$$R_s(\tau) = (k/2)\exp(-k|\tau|), \quad k \text{ 是常数}$$

(1) 试求其功率谱密度 $P_s(f)$ 和功率 P_{10} ;

(2) 试画出 $R_s(\tau)$ 和 $P_s(f)$ 的曲线。

解: 解的过程和结果与习题 3-5 相同。

2-8 已知一信号 $s(t)$ 的自相关函数是以 2 为周期的周期性函数:

$$R_s(\tau) = 1 - |\tau|, \quad -1 \leq \tau \leq 1$$

试求 $s(t)$ 的功率谱密度 $P_s(f)$, 并画出其曲线。

解: 解的过程和结果与习题 3-6 相同。

2-9 已知一信号 $s(t)$ 的双边功率谱密度为

$$P_s(f) = \begin{cases} 3 \times 10^{-9} f^2 (\text{W/Hz}), & -3\text{kHz} < f < 3\text{kHz} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试求其平均功率。

解：根据教材式(2.2-34),得所需求的信号 $s(t)$ 平均功率为

$$P_{\text{to}} = \int_{-\infty}^{\infty} P_s(f) df = 3 \times 10^{-9} \int_{-3000}^{3000} f^2 df = 10^{-9} f^3 \Big|_{-3000}^{3000} = 54\text{W}$$

第 3 章

随 机 过 程

3.1 本章教学大纲的知识点

(1) 随机过程(random process); 分布函数(distribution function); 概率密度函数(probability density function); 均值(average), 又称为数学期望(mathematical expectation); 方差(variance); 自相关函数(autocorrelation function)。

(2) 平稳随机过程(stationary random process); 狭义平稳随机过程(strict-sense stationary random process), 又称为严平稳过程; 广义平稳过程(wide-sense stationary process), 又称为宽平稳随机过程; 各态历过程(ergodic process)。

(3) 相关函数, 功率谱密度(power spectral density)。

(4) 正态随机过程(normal random process), 又称为高斯过程(Gaussian process); 概率积分函数(probability integral function); 误差函数(error function); 补误差函数(complementary error function)。

(5) 窄带随机过程(narrowband random process), 包络分布(distribution of the envelope), 相位分布(distribution of the phase), 瑞利分布(Rayleigh distribution), 均匀分布(uniform distribution)。

(6) 白噪声(white noise), 白噪声相关函数, 带限白噪声(bandlimited white noise), 低通白噪声(lowpass white noise), 带通白噪声(bandpass white noise)。

(7) 窄带高斯噪声加正弦波(narrowband Gaussian noise plus sine wave), 广义瑞利分布。

(8) 随机过程通过线性系统(linear system), 高斯过程通过线性系统。

3.2 习题精解

3-1 设随机过程可表示成 $\xi(t) = 2\cos(2\pi t + \theta)$, 式中 θ 是一个离散随机变量, 且

$$P(\theta = 0) = 1/2, \quad P(\theta = \pi/2) = 1/2$$

试求 $E[\xi(1)]$ 及 $R_\xi(0, 1)$ 。

解: $E[\xi(1)] = E[2\cos(2\pi + \theta)] = 2E(2\cos\theta)$

$$= 2[(\cos 0) \times (1/2) + \cos(\pi/2) \times (1/2)] = 1$$

$$R_\xi(0, 1) = E[\xi(0)\xi(1)] = E[2\cos(\theta) \times 2\cos(2\pi + \theta)] = 4E(\cos^2\theta)$$

$$= 4(\cos^2 0) \times (1/2) + \cos^2(\pi/2) \times (1/2) = 2$$