

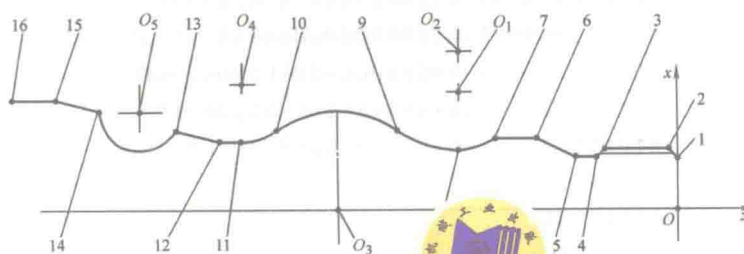
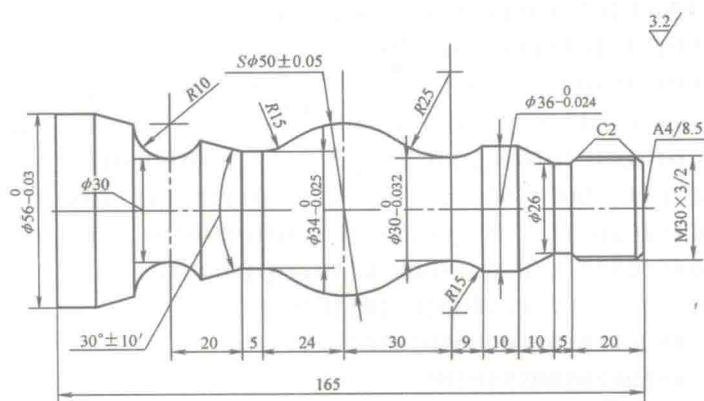
中等职业教育数控技术应用专业规划教材

数控应用数学

SHU KONG YING YONG SHU XUE

第2版

闻福三 于清 翟瑞波 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中等职业教育数控技术应用专业规划教材

数控应用数学

第2版

闻福三 于清 翟瑞波 编



机械工业出版社

本书是依据中等职业学校、技工学校数控技术应用专业领域技能型紧缺人才培养培训指导方案编写的。其内容包括：数控应用数学概述、初等代数、平面几何、三角函数、平面解析几何、其他数学方法简介、数控加工数学模型综合实例。本书内容由浅入深、循序渐进、案例丰富、图文并茂，具有较强的实用性，突出了数控加工知识与数学知识的有机结合。

本书可作为中等职业学校、技工学校数控技术应用专业教材，也可作为职业技术学院机电一体化、机械制造类专业教材及机械工人岗位培训和自学用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数控应用数学/闻福三, 于清, 翟瑞波编. —2 版. —北京: 机械工业出版社, 2013.1 (2014.1 重印)

中等职业教育数控技术应用专业规划教材

ISBN 978-7-111-40082-0

I. ①数… II. ①闻… ②于… ③翟… III. ①数控机床—应用数学—中等专业学校—教材 IV. ①TG659

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 249191 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 王晓洁 责任编辑: 王晓洁 宋亚东

版式设计: 闫玥红 责任校对: 樊钟英

封面设计: 陈 沛 责任印制: 李 洋

北京瑞德印刷有限公司印刷 (三河市胜利装订厂装订)

2014 年 1 月第 2 版第 2 次印刷

184mm×260mm·13.5 印张·331 千字

3001-6000 册

标准书号: ISBN 978-7-111-40082-0

定价: 27.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010)88361066

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售一部: (010)68326294

机工官网: <http://www.cmpbook.com>

销售二部: (010)88379649

机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线: (010)88379203

封面无防伪标均为盗版

中等职业教育数控技术应用专业规划教材

编 委 会

主 任 徐 明

副 主 任 南晓东 王振峰

委 员 (按姓氏笔画排序)

王钧灿 申世起 刘 军 邢国忠 杨 琳

郑文志 高光明 谢龙爱 阎 栋 薛掌安

编 委

徐 明 西安工程技术(技师)学院院长
陕西省数控教学研究会会长

南晓东 陕西省人力资源和社会保障厅
技工学校指导中心副主任

王振峰 西安机电信息技师学院院长

杨 琳 陕西航空技术学院院长助理 教务处处长
陕西省数控教学研究会副会长

薛掌安 陕西航天技术学院副院长
陕西省数控教学研究会副会长

王钧灿 华中技工学校校长
陕西省数控教学研究会副会长

郑文志 西安工程技术(技师)学院
陕西省数控教学研究会秘书长

刘 军 西安航空发动机(集团)公司检验部部长

谢龙爱 西安航空发动机(集团)公司培训中心副主任

邢国忠 西安机电信息技师学院副院长

申世起 西安技师学院机电系副主任

高光明 西安工程技术(技师)学院数控教研室主任

阎 栋 陕西航天技术学院数控教研室主任

前言

本书第1版自2007年出版以来,以其丰富的内容、清晰的思路以及紧贴实际的讲解,得到了读者的喜爱。随着数控技术的发展和教学需要的提高,在新一届陕西省数控教学研究会的专家、学者的指导下,特对第1版作了修订,重点加大了数学在数控加工中的综合应用讲解。

数控加工是由计算机按程序控制数控机床完成零件加工的。数控加工的关键,一是数控加工工艺的制订,二是依据加工工艺完成数控加工程序的编制。编制程序时需要遵循一定的编程规则,在建立的坐标系中,根据确定加工轨迹的坐标点来完成,因此坐标点的数据计算对数控编程而言是尤为重要的。本书重点解决的就是如何运用数学知识,完成编程、加工时数据点的计算。本书从数控机床入手,将数控加工的知识与数学知识紧密结合,重点突出了数学的应用。对于数学内容的讲解,本着由浅入深,循序渐进的原则,一方面讲述了初等代数、平面几何等基础知识,另一方面又对与数控加工紧密联系的三角函数、解析几何等知识进行了详细、系统的介绍。根据数控机床的加工特点,书中综合应用实例分为数控车床编程、数控铣床/加工中心编程,力求实例丰富、紧贴实际、便于掌握。通过大量综合应用实例的讲解,可为学生学习数控编程打好坚实的基础。

本书由闻福三、于清、翟瑞波编写,具体编写分工如下:第一、六章和第七章第一、二节由闻福三编写,第二、三、四、五章由于清编写,第七章第三节由翟瑞波编写,全书由翟瑞波统稿。

本书在编写过程中得到了陕西省数控教学研究会各院校专家、学者的大力支持,同时得到了西安航空动力(集团)公司技术、技能专家的大力帮助,在此一并表示感谢。

由于作者水平所限,书中不足之处恳请广大读者批评指正。

编者

目 录

前 言

第一章 数控应用数学概述	1
第一节 数控加工机床及其加工方法	1
第二节 数控加工的特点及展望	3
第三节 对数控加工对象的数学处理	5
第四节 坐标系	8
第五节 基点、节点和参数点	14
第六节 数控加工数学模型的建立	16
第七节 数控程序示例	21
第二章 初等代数	23
第一节 分解因式	23
第二节 一次方程(组)的解法	27
第三节 二次方程(组)的解法	31
第三章 平面几何	35
第一节 三角形	35
第二节 四边形	45
第三节 圆	50
第四章 三角函数	66
第一节 角的概念的推广	66
第二节 弧度制	70
第三节 函数的概念和特征	72
第四节 任意角的三角函数	77

第五节 三角函数的诱导公式	82
第六节 三角函数的图像和性质	86
第七节 反三角函数	95
第八节 解三角形	100
第五章 平面解析几何	113
第一节 坐标法的简单应用	113
第二节 直线与方程	116
第三节 曲线方程	126
第四节 坐标的变换	140
第五节 参数方程	144
第六节 极坐标	149
第六章 其他数学方法简介	155
第一节 作图计算法	155
第二节 拟合计算法	156
第三节 计算机辅助计算法	164
第七章 数控加工数学模型综合 实例	167
第一节 二维模型	167
第二节 三维模型	170
第三节 综合应用实例	175
参考文献	208

第一章 数控应用数学概述

任何科学要达到完美的地步都离不开数学，正如马克思所说：“一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步。”对于计算机数控学科更是如此。数控应用数学是一门针对数控专业而开设的数学基础课。在学习数学理论之前，让我们首先进入数控世界，概括地了解数控加工的方法、数控加工中主要的数学处理方法、坐标系的建立、数控加工数学模型的建立以及数学模型的模式，为我们在后续部分的学习中理解数控加工的数学题打好基础。

第一节 数控加工机床及其加工方法

一、普通加工机床与数控加工机床

机床(machine tool)是对金属或其他材料的坯料或工件进行加工，使之获得所要求的几何形状、尺寸精度和表面质量的机器。狭义的机床仅指使用最广、数量最多的金属切削机床，本书所讲的数控机床就属于此类。

普通加工机床或传统加工机床是指动作主要由手工操作完成的机床。在传统式的机械制造程序中，技术人员、操作人员必须先详阅工作图资料，接着安排工作计划：如刀具和工具的选择安装、工件的夹持固定、主轴转速的选定调整、切削和进刀的安排、切削液的使用、切屑的清除等，最后依据工作图上所表达零件的形状和尺寸大小不断地测量调整，再加上个人的熟练技术和工作经验，精心努力工作才逐渐地将工件加工完成。图 1-1 反映了传统铣床加工的场景。

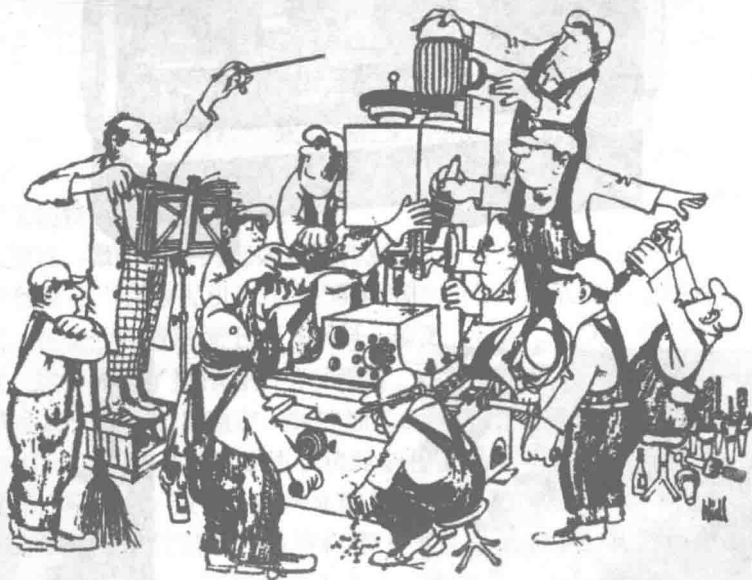


图 1-1

数控加工机床是装备了数控系统的机床。机床的动作——加工过程所需的各种操作（如主轴变速、松夹工件、进刀退刀、开机与停机、选择刀具、供给切削液等）和步骤，以及刀具与工件之间的相对位移量都由数字化的代码来表示，经过计算机处理，以指令发给机床的执行元件，使机床自动加工出所需的零件。

二、数控加工机床的种类

数控加工机床的种类很多，按照工艺用途可分为普通数控机床、加工中心（机床）、多坐标数控机床及特种数控机床。

1. 普通数控机床

最普通的数控机床有车床、铣床、钻床、镗床、磨床等。

2. 数控加工中心

这类机床是在一般数控机床上加装一个刀具库和自动换刀装置。这类机床打破了一台机床只能进行单工种加工的传统概念，可在实行一次定位后完成多个工序的加工。

3. 特种数控加工机床

用非金属切削的特殊手段进行加工的数控机床，如数控电火花、数控线切割机床、数控激光加工机床等。

三、数控机床加工方法

数控机床加工方法与普通机床的加工方法基本相同，主要有车削、铣削、刨削、磨削、钻削、镗削、插削及特种加工等。数控切削加工机床使用量最大的是车削加工和铣削加工，其数控加工数学处理方法具有代表性。

（1）数控车削加工 图 1-2 所示为数控车床，图 1-3 所示为数控车床加工过程及零件成品。

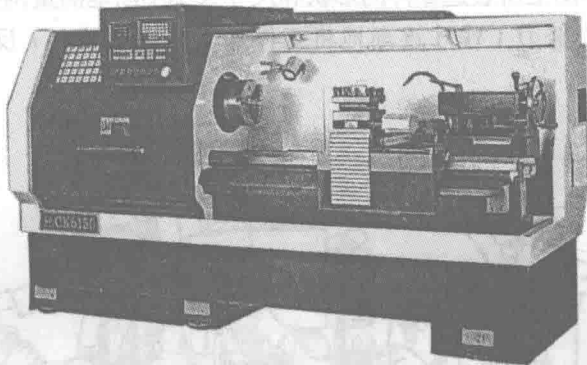


图 1-2

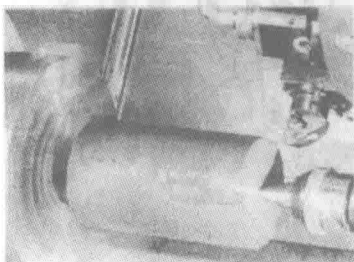


图 1-3

(2) 数控铣削加工 图 1-4 所示为 XK7130 型数控铣床, 图 1-5 所示为数控铣削加工过程及加工刀具。

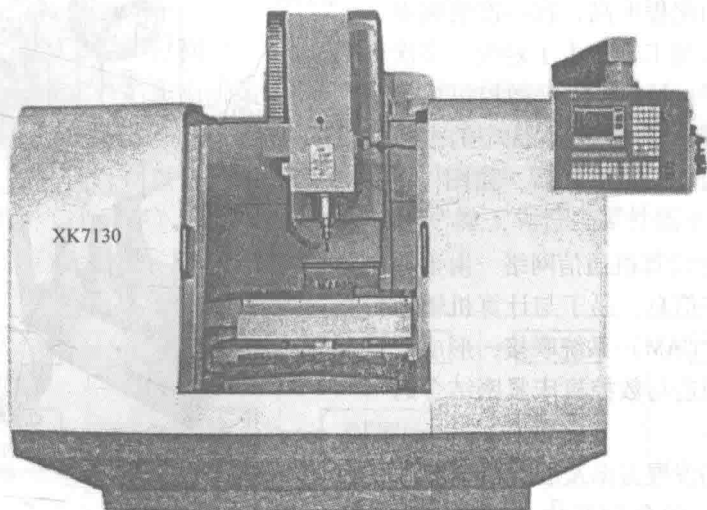


图 1-4

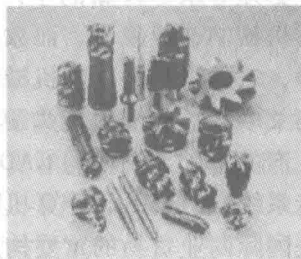
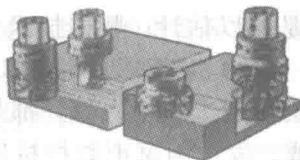
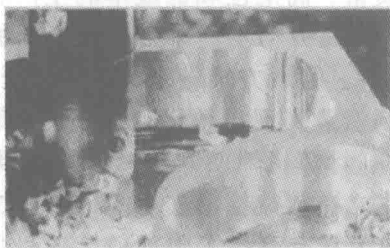


图 1-5

第二节 数控加工的特点及展望

一、数控加工的特点

同常规加工相比, 数控加工具有如下的特点:

(1) 自动化程度高 在数控机床上加工零件时, 除了手工装卸工件外, 全部加工过程都由机床自动完成。在柔性制造系统上, 上下料、检测、诊断、对刀、传输、调度、管理等也都由机床自动完成, 这样减轻了操作者的劳动强度, 改善了劳动条件。

(2) 加工精度高, 加工质量稳定 数控加工的尺寸精度通常为 $0.005 \sim 0.1\text{mm}$, 目前最高的尺寸精度可达 $\pm 0.0015\text{mm}$, 不受零件形状复杂程度的影响, 加工中消除了操作者的人为误差, 提高了同批零件尺寸的一致性, 使产品质量保持稳定。

(3) 对加工对象的适应性极高 数控机床上实现自动加工的控制信息是加工程序。当加工对象改变时, 除了相应更换刀具和解决工件装夹方式外, 只要重新编写并输入该零件的加工程序, 便可自动加工出新的零件, 不必对机床作其他复杂的调整, 缩短了生产准备周期, 给新

产品的研制开发以及产品的改进、改型提供了捷径。

(4) 生产率高 数控机床的加工效率高,一方面是自动化程度高,在一次装夹中能完成较多表面的加工,省去了划线、多次装夹、检测等工序;另一方面是数控机床的运动速度高,空行程时间短。在固定的生产时间内可以生产出更多的产品,如图 1-6 所示。

(5) 易于建立计算机通信网络 由于数控机床是使用数字信息,易于与计算机辅助设计和制造(CAD/CAM)系统联接,形成计算机辅助设计和制造与数控机床紧密结合的一体化系统。

二、制造业的发展方向及展望

由于世界市场的急剧变化,企业在竞争的环境中,已经不能采用传统的生产方

式,必须寻求一种新的生产方式,以实现高效率、高质量、高柔性和低成本的生产。尤其对机械制造业来讲,而数控技术正是提高产品质量、提高劳动生产率必不可少的物质手段,它的广泛使用给机械制造业的生产方式、产业结构、管理方式带来了深刻的变化,它的关联效益和辐射能力更是难以估计:数控技术是制造业实现自动化、柔性化、集成化生产的基础,现代的 CAD(计算机辅助设计)、CAM(计算机辅助制造)、FMS(柔性制造系统)、CIMS(计算机集成制造系统)等,都是建立在数控技术之上的;数控技术也是国际商业贸易的重要构成,发达国家把数控机床视为具有高技术附加值、高利润的重要出口产品,世界贸易额逐年增加。

因此,数控技术是关系到国家战略地位和体现国家综合国力水平的重要基础性产业,其水平高低是衡量一个国家制造业现代化程度的核心标志,实现加工机床及生产过程数控化,是当今制造业的发展方向。专家们曾预言:机械制造的竞争,实质上是数控的竞争。

鉴于此,发达国家都把提高数控技术水平作为提高制造业水平的重要基础,竞相发展本国的数控产业。我国也正积极采取各种有效措施大力发展中国的数控产业,把发展数控技术作为振兴机械制造业的重中之重。数控技术在制造业的扩展与延伸所产生的辐射作用和波及效果对机械制造业的产业结构、产品结构、专业化分工方式、机械加工方式及管理模式、社会的生产分工、企业的运行机制等正带来深刻的变化,对国民经济的发展起着重要的促进作用。

展望未来,现代机械加工业逐步向柔性化、集成化、智能化方向发展,需要将不断发展的通用计算机技术及其体系结构、现代自动控制理论及现代的电子技术应用于新一代数控机床。以计算机数控技术为核心的自动化已成为现代化的代名词,并且,自动化还在朝着“无人化”方向发展。也就是说,机械制造业自动化正在经历着: CNC(计算机数控化)—FMS(柔性制造系统)—CIMS(计算机集成制造系统)的“三部曲”。它使机械制造业自动化不断趋向深化,朝着设计、制造、管理全自动化的高层次方向发展。

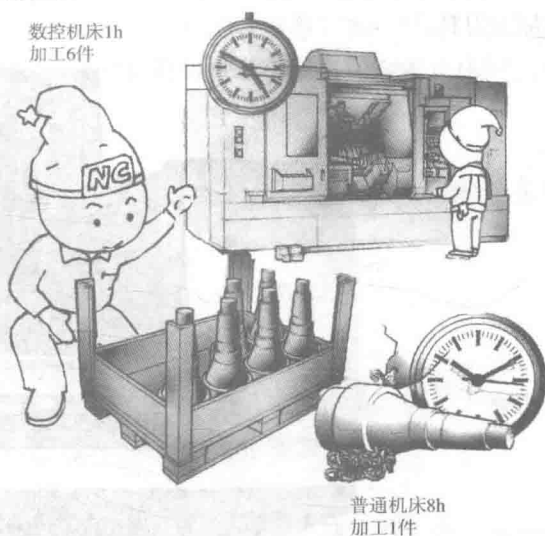


图 1-6

第三节 对数控加工对象的数学处理

一、数控机床加工工件过程

数控加工的对象就是工作图所指定的零件，工作图提供了零件的几何信息、技术要求等信息，但是这些信息还远远不够，也不能直接为数控机床接受，除了图样提供的信息外还要补充工艺信息、辅助信息并进行加工处理，即数学处理和工艺处理，使之变换成数控机床能够接受的加工指令（或程序），才能将零件毛坯生产加工成符合零件图要求的成品零件。其完整过程如图 1-7 所示。

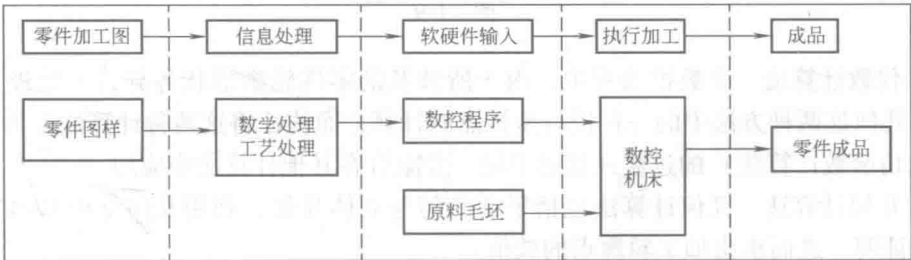


图 1-7

二、数学处理内容

数学处理是数控加工过程的一个必不可少的重要环节，学习数学处理所必须具备的数学知识，即数控应用数学。数学处理内容包括数值换算、坐标计算和辅助计算三个方面。数值换算是准备，坐标计算是核心，辅助计算是完善，其内容如图 1-8 所示。

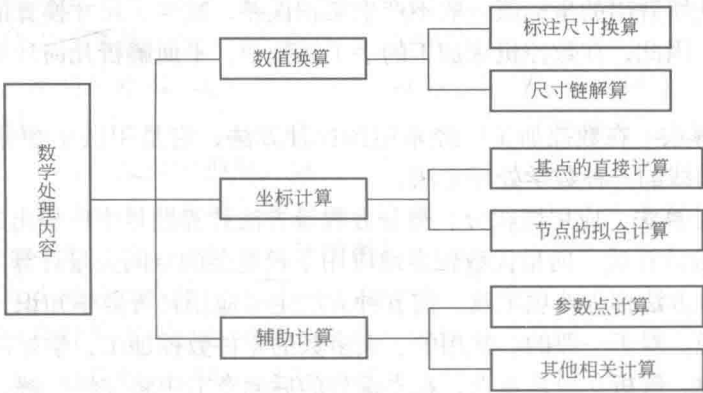


图 1-8

三、数学处理的方法

数学处理的方法主要有八种，如图 1-9 所示。

(1) 作图计算法 这种计算方法是以准确绘图为主，并辅以简单加、减运算的一种处理方法，因其实质为作图，故在习惯上也称为作图法。其绘图、计算后所得结果的准确程度，完全由绘图的精度确定。

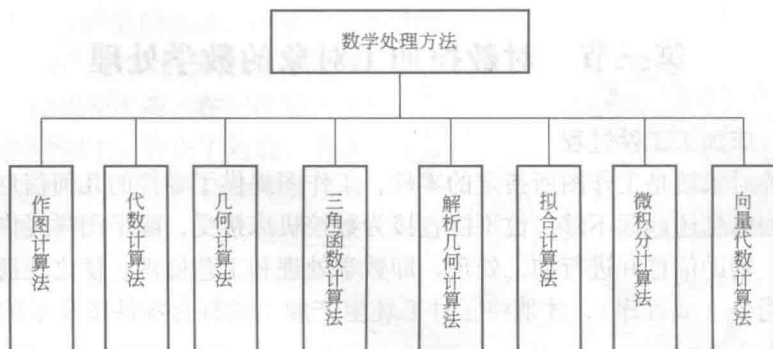


图 1-9

(2) 代数算法 在数控编程中,由于所涉及的零件轮廓形状各异,一般极少单独采用代数与几何这两种方法中的一种进行坐标点的计算,而往往将这两种算法作为其他算法(如三角函数算法)的过渡或辅助手段,并融合在其他算法中应用。

(3) 几何算法 几何算法包括平面几何与立体几何,利用几何学中基本定理进行数学推导证明,进而求出加工轮廓点的数值。

(4) 三角函数算法 三角函数算法简称三角算法。在手工编程工作中,因为这种方法比较容易掌握,所以应用十分广泛,是进行数学处理时应重点掌握的方法之一。

(5) 解析几何算法 解析几何包括平面解析几何与空间解析几何,重点应掌握平面解析几何。应用平面解析几何算法可省掉一些复杂的三角关系,用简单的数学方程即可准确地描述零件轮廓的几何图形;因此,分析和计算的过程都得到简化,并减少了较多层次的中间运算,使其计算误差大大减小,计算结果更加准确,并且不易出错。在绝对编程坐标系中,应用这种方法所解出的坐标值一般不产生累积误差,减少了尺寸换算的工作量,还可提高其计算效率等。因此,在数控机床加工的手工编程中,平面解析几何算法是应用较普遍的计算方法之一。

(6) 拟合算法 在数控加工中经常用到这种方法,它是用微小细分的直线段或圆弧段近似代替非圆曲线的一种数学处理方法。

(7) 微积分算法 应用微积分、微分方程等方法计算题目中所提出的问题。

(8) 向量代数算法 向量代数较多地应用于较复杂的空间矢量计算。

我们把这八种方法称为八项工具。前五种方法主要应用初等数学知识,后三种方法主要应用高等数学知识。对于一般的、常用的、大多数的零件数控加工,学好前五种方法就够用了,其中三角函数、解析几何是重点,在本课程的后面章节中将详细讲解。八项工具并不是分散孤立的,而是互相渗透,互相联系的,只有灵活地、熟练地掌握应用好数学方法这一利器,才能为数控加工打好坚实的基础。

四、数值换算简介

1. 标注尺寸换算

(1) 直接换算 指直接通过图样上的标注尺寸,即可获得编程尺寸的一种方法。进行直接换算时,可对图样上给定的基本尺寸或极限尺寸的中值,经过简单的加、减运算后完成。

例如,在图 1-10b 中除尺寸 42.1mm 外,其余均属直接按图 1-10a 的标注尺寸经换算后

而得到的编程尺寸。其中， $\phi 59.94\text{mm}$ 、 $\phi 20\text{mm}$ 、及 140.08mm 三个尺寸是分别取两极限尺寸平均值得到的编程尺寸。最大极限尺寸与最小极限尺寸的平均值称为该尺寸的中值，这种处理方法称为中值处理。

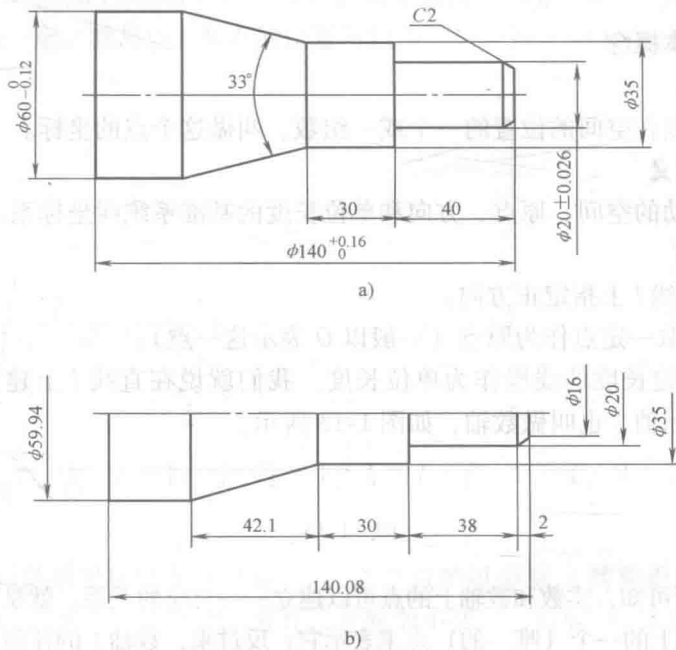


图 1-10

(2) 间接换算 指需要通过平面几何、三角函数等计算方法进行必要的解算，才能得到其编程尺寸的一种方法。用间接换算法所换算出来的尺寸，可以是直接编程时所需的基点坐标尺寸，也可以是计算某些基点坐标值所需要的中间尺寸。

例如图 1-10b 所示的尺寸 42.1mm 就属于间接换算后得到的编程尺寸。

2. 尺寸链的解算

在数控加工中，通过标注尺寸换算，解决了部分图样上的数值的解。当工序基准、测量基准、定位基准或编程原点与设计基准不重合时，一些编程用的数据，如工序尺寸及其公差就不能直接获得，这时需要借助于工艺尺寸链的基本知识和计算方法，通过解算工艺尺寸链才能获得。除了需要准确地得到编程尺寸外，还需要掌握控制某些重要尺寸的允许变动量，这也需要通过解算尺寸链才能得到。

例如，已知条件如图 1-11 所示， $(50 \pm 0.05)\text{mm}$ 已保证，求编制切断程序时的 L 尺寸及变动范围。根据尺寸图画出尺寸链简图（见图 1-12）。经解算得，编程时的 L 尺寸为 29.85mm ，加工中需要控制 L 尺寸的变化范围为 $29.95 \sim 29.75\text{mm}$ 。

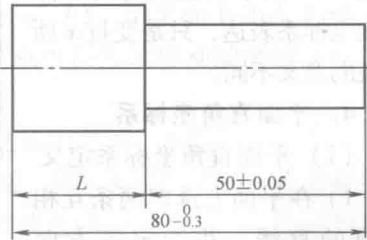


图 1-11

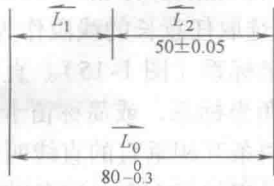


图 1-12

故尺寸链解算是数学处理中的一个重要内容。这一部分内容将在数控工艺中详细讲解。

第四节 坐标系

一、坐标系基本概念

1. 坐标的定义

能够确定一个点在空间的位置的一个或一组数，叫做这个点的坐标。

2. 坐标系的定义

具有点连续移动的空间、原点、方向和单位长度的基准系统叫坐标系。

3. 直线坐标系

1) 在给定的直线 l 上指定正方向。

2) 在直线 l 上取一定点作为原点（一般以 O 表示这一点）。

3) 任取一条一定长度的线段作为单位长度。我们就说在直线 l 上建立了直线坐标系，这一条直线叫做坐标轴，也叫做数轴，如图 1-13 所示。

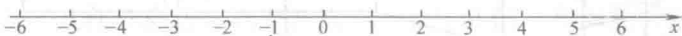


图 1-13

根据上面的分析可知，实数和数轴上的点可以建立一一对应的关系。就是说，对于任何一个实数，总可以用数轴上的一个（唯一的）点来表示它；反过来，数轴上的任何一个点，都表示一个（唯一的）实数。我们把这个点可以连续移动的直线叫做一维空间。用直线坐标系就可以表达出高度、深度、温度高低、收支盈亏、打球得分等的坐标值。如图 1-14 所示的实例都可以用直线坐标系表达，只是变量 x 所代表的意义不同。

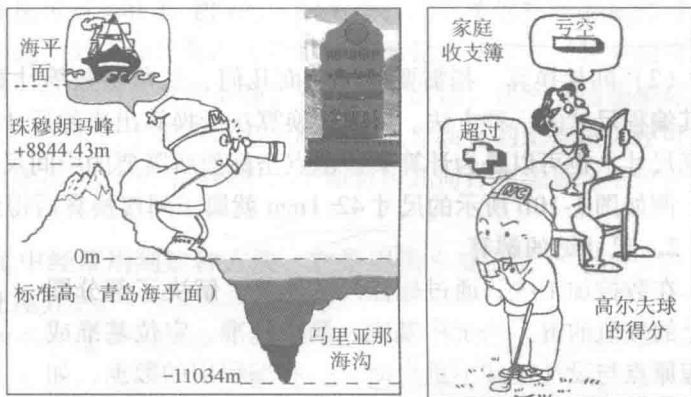


图 1-14

4. 平面直角坐标系

(1) 平面直角坐标系定义

1) 在平面上选定两条互相垂直的直线，并指定正方向（用箭头表示）。

2) 以两直线的交点作为原点。

3) 选取任意长的线段作为两直线的公共单位长度。这样，我们就说在平面上建立了一个直角坐标系（图 1-15）。直角坐标系也叫做笛卡儿（Rene Descartes, 1596—1650，法国人）直角坐标系，或简称笛卡儿坐标系。

这两条互相垂直的直线叫做坐标轴，习惯上把其中的一条放在水平的位置上，从左到右的方向是它的正方向，这条轴叫做横坐标轴，简称为横轴或 x 轴。与 x 轴垂直的一条叫做纵坐标轴，简称为纵轴或 y 轴，从下到上的方向是它的正方向。

(2) 平面上点的坐标 建立了直角坐标系后, 平面上的任意一点 P 的位置就可以确定了, 方法是这样的: 由 P 点分别作 y 轴和 x 轴的平行线 (就是向 x 轴和 y 轴分别作垂线), 交点分别是 M 和 N (图 1-16)。设 x 轴上有向线段 OM 的数量是 a , y 轴上有向线段 ON 的数量是 b , 容易理解, P 点到 y 轴的距离是 $|a|$, 到 x 轴的距离是 $|b|$ 。如果 P 点的位置一定, 则 a, b 的值也一定。就是说, P 点的位置可以由一对实数 a 和 b 来表示。

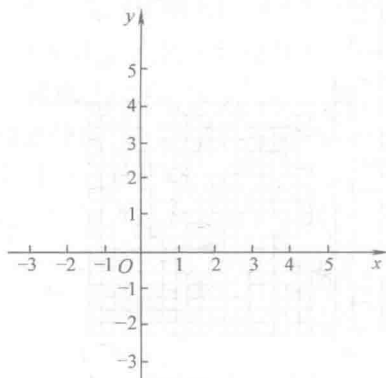


图 1-15

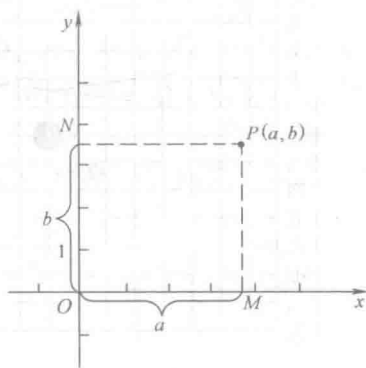


图 1-16

我们称 a 是 P 点的横坐标 (简称横标), b 是 P 点的纵坐标 (简称纵标)。把横标写在前面, 纵标写在后面, 中间用“逗号”分开, 并外加小括号, 写成 (a, b) 的形式, 这样的一对有序实数 (a, b) 叫做 P 点的坐标。

反过来, 如果有一对有序实数 (a, b) , 我们可以把 a 看成是 x 轴上某一条有向线段 OM 的数量, 把 b 看成 y 轴上某一条有向线段 ON 的数量, 然后由 M 和 N 分别作 x 轴和 y 轴的垂线, 就可以得到唯一的一个交点。就是说, 任何一对有序实数可以确定平面上的一个点。从上面的分析, 可以得到下面的结论: 在给定的直角坐标系下, 对于平面上的任意一点 P , 我们可以得到唯一的一对有序实数 (a, b) 来和它对应; 反过来, 对于任何一对有序实数 (a, b) , 在平面上就能确定一个唯一的点 P , 这个点的坐标是 (a, b) , 即平面上的点 P 和一对有序实数 (a, b) 之间建立了一一对应的关系。我们把这个点可以连续移动的平面叫做二维空间, 或者把由两个有序数字确定的点的空间叫二维空间。

日常生活中常见的直角坐标系实例很多, 围棋的棋盘就是其中之一, 如图 1-17 所示。

围棋盘以 $(1, -1)$ 为原点, 并且是第 4 象限的坐标平面。国际象棋的棋盘与此稍有不同, 这里表示棋子位置的不是 2 条垂直直线的交点, 而是横竖线之间的网格。

再者, 北京、西安等古都城市内的街道多为直角正交道路, 其街道布局呈现为棋盘格子状, 这充分体现了平面直角坐标系的优点。

5. 空间坐标系

(1) 空间坐标系定义

1) 在空间上选定三条互相垂直的直线, 并指定正方向 (用箭头表示)。

2) 以三直线的交点作为原点。

3) 选取任意长的线段作为三直线的公共单位长度。这样, 我们就说在空间上建立了一个直角坐标系。

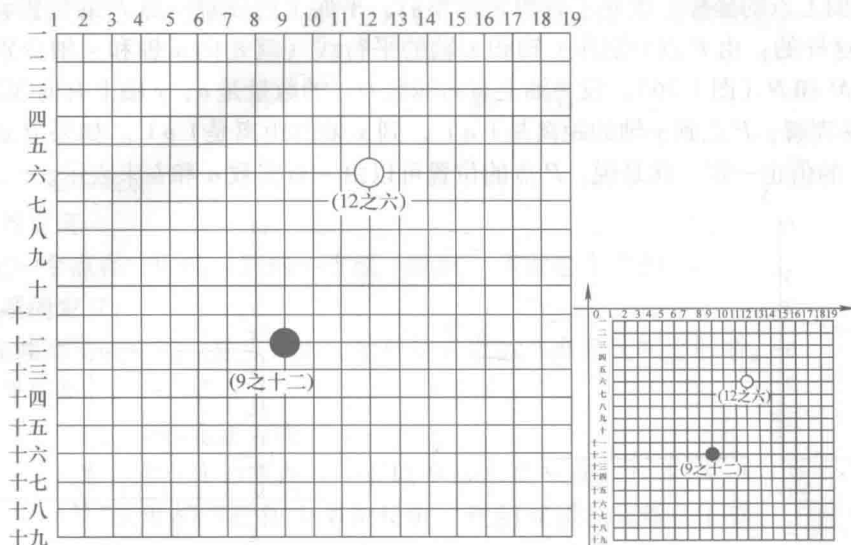


图 1-17

如图 1-18 所示, 在空间任意取定一点 O 和过点 O 的三条两两互相垂直的直线 Ox 、 Oy 与 Oz , 分别取定它们的正方向, 再取定长度单位, 这样就确定了一个空间直角坐标系 $O-xyz$, 点 O 叫做坐标原点, 三条轴 Ox 、 Oy 与 Oz 都叫做坐标轴, 并依次叫做 x 轴、 y 轴和 z 轴。每两条坐标轴所决定的平面叫做坐标平面, 共有三个坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面、 yOz 平面和 zOx 平面。

(2) 空间上点的坐标 在建立了空间直角坐标系之后, 空间任意一点 P 的坐标就可以确定了, 具体方法如下: 过点 P 分别作三个与坐标轴垂直的平面, 它们和坐标轴 Ox 、 Oy 、 Oz 依次相交于点 Q 、 R 、 S (图 1-18), 这三点在相应坐标轴上的坐标依次为 x 、 y 、 z , 于是对于点 P 就确定了三个有顺序的实数 x 、 y 、 z , 叫做点 P 的坐标, 记为点 $P(x, y, z)$ 或 (x, y, z) 。 x 、 y 、 z 依次称为点 P 的横坐标、纵坐标、竖坐标。反之, 任意给定三个有顺序的实数 x 、 y 、 z , 我们在 x 轴、 y 轴、 z 轴上分别作出以 x 、 y 、 z 为坐标的点 Q 、 R 、 S , 再过 Q 、 R 、 S 分别作出与 x 轴、 y 轴、 z 轴垂直的三个平面, 设它们相交于 P 点, 则 P 点的坐标就是 (x, y, z) 。空间坐标系将空间划分为八个卦限, 如图 1-19 所示。

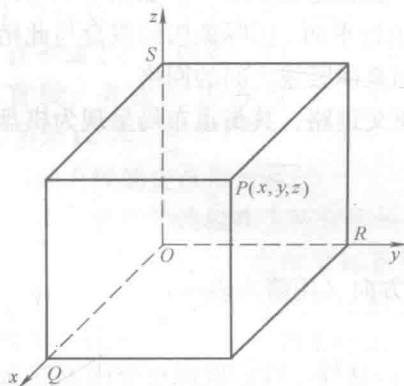


图 1-18

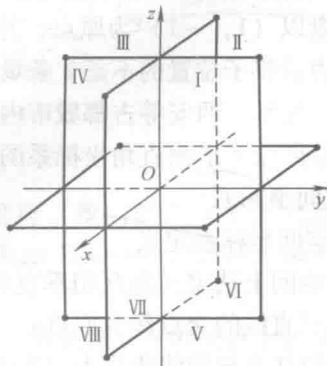


图 1-19

因此,在空间确定直角坐标系后,空间中任意一点就唯一地决定了一个“有序三数组”;反之,任意一个这样的“有序三数组”就唯一地决定了空间中的一个点。也就是说,建立了空间直角坐标系之后,空间中的所有点与由三个有顺序的实数构成的数组的全体之间便建立了一一对应关系。我们把这个点可以连续移动的空间叫做三维空间,或者把由三个有序数字确定的点的空间叫三维空间。

显然,在 xOy 面上的点的竖坐标 $z=0$,即 xOy 面上点的坐标是 $(x, y, 0)$;在 yOz 平面和 zOx 平面上,点的坐标分别是 $(0, y, z)$ 和 $(x, 0, z)$ 。而在 x 轴、 y 轴、 z 轴上,点的坐标分别是 $(x, 0, 0)$, $(0, y, 0)$, $(0, 0, z)$ 。原点的坐标为 $(0, 0, 0)$ 。三个坐标平面把空间划分成八个区域,称为八个卦限,用大写罗马字母表示。它们按图 1-19 所示依次叫做第 I 卦限,第 II 卦限, ..., 第 VIII 卦限。各卦限内的点(除去坐标面上的点外)的坐标 (x, y, z) 的符号如表 1-1 所示。

表 1-1 三维空间各卦限的坐标符号

卦限 坐标	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	-	-	+	+	-	-	+
y	+	+	-	-	+	+	-	-
z	+	+	+	+	-	-	-	-

例如,点 $(1, 3, 2)$ 在第 I 卦限,点 $(-2, 3, 5)$ 在第 II 卦限,而点 $(-2, -1, -3)$ 和点 $(-5, 3, -2)$ 分别第 VII 和第 VI 卦限。

直角坐标系有右手系和左手系两种。如果把右手的拇指和食指分别指着 x 轴和 y 轴的方向时,中指就可以指着 z 轴的方向,这样的坐标系叫做右旋坐标系或右手坐标系;如果左手的这三个手指依次指着 x 轴、 y 轴和 z 轴,这样的坐标系叫做左旋坐标系或左手坐标系(图 1-20)。我们以后在讨论空间问题时,

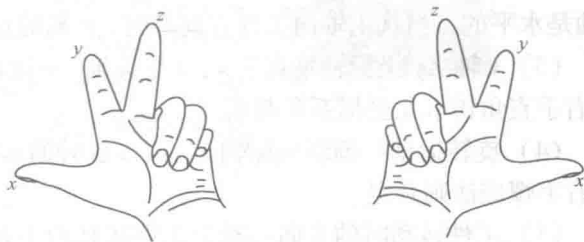


图 1-20

时,如无特别声明,一般都采用空间右手直角坐标系,即右手直角笛卡儿坐标系。

我们知道,在平面直角坐标系中,一个点的位置可以用两个有序实数(即该点的坐标)来确定,而在空间中的一个点却要用三个有序实数才能确定它的位置。例如:要想描述飞离发射架后某时刻导弹的确切位置,就必须说明此刻导弹位于发射架以东 50km,以北 30km,离地 15km,这样导弹在空间中的具体位置就确定了。

二、机床坐标系

1. 机床坐标系的定义

为了确定机床的运动方向和移动距离,需要在机床上建立一个坐标系,这个坐标系就叫机床坐标系。几种常见数控机床的坐标系分别见图 1-21(卧式车床)和图 1-22(立式升降台铣床)。