

北京四中高级教师 刘 坤 常相舜 编著

ZUIXINGGAOZHONGTONGBU CESHIJINGBIAN

最新高中同步测试精编

数 学

团 结 出 版 社

最新高中同步测试精编

(数 学)

北京四中
高级教师

刘坤 常相舜 编著

团结出版社

(京)新登字 174 号

图书在版编目(CIP)数据

最新高中同步测试精编:数学/刘坤,常相舜编著
北京:团结出版社,1994.11

ISBN 7-80061-538-3

I. 最…… II. ①刘…②常… III. 中学-数学课-试题-汇编 IV. G634.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 11476 号

团结出版社出版(北京东城区东皇城根南街 84 号)

龙华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

1994 年 11 月(32 开)第一版 1995 年 8 月第二次印刷

字数:300 千字 印张:15.625

ISBN7-80061-538-3/G·175

定价:15.60 元

目 录

第一章 集合	(1)
练习一 集合、集合间的包含关系	(1)
练习二 交集、并集、补集.....	(4)
练习三 一元一次不等式组与最简绝对值 不等式的解法.....	(6)
练习四 本章综合.....	(7)
第二章 映射与函数	(11)
练习一 映射	(11)
练习二 一一映射与逆映射	(13)
练习三 函数的概念	(14)
练习四 函数的图象与函数图象的几何变换	(17)
练习五 二次函数的补充	(20)
练习六 函数的单调性	(27)
练习七 函数的奇偶性	(29)
练习八 反函数	(33)
练习九 复合函数	(36)
练习十 本章综合(一)	(37)
练习十一 本章综合(二)	(40)
第三章 幂函数、指数函数、对数函数	(43)
练习一 幂函数	(43)
练习二 指数函数	(49)
练习三 对数及其运算	(53)

练习四	对数函数	(57)
练习五	对数不等式	(61)
练习六	指数方程与对数方程	(62)
练习七	本章综合	(64)
第四章	任意角的三角函数	(67)
练习一	角的概念的推广	(67)
练习二	任意角三角函数的定义	(69)
练习三	同角三角函数间的关系、诱导公式	(72)
练习四	三角函数的性质	(76)
练习五	本章综合	(81)
第五章	加法定理及其推论	(88)
练习一	加法定理	(88)
练习二	倍角公式、半角公式	(94)
练习三	和积互化公式	(101)
练习四	三角形上的三角变换	(107)
练习五	本章综合	(112)
第六章	反三角函数与三角方程	(115)
练习一	反正弦与反余弦	(115)
练习二	反正切与反余切	(118)
练习三	反三角函数综合	(121)
练习四	三角方程	(125)
练习五	本章综合	(126)
第七章	直线与平面	(127)
练习一	立体几何概论	(127)
练习二	直线与直线	(130)
练习三	直线与平面(一)	(133)
练习四	直线与平面(二)	(137)

练习五	平面与平面	(140)
练习六	本章综合	(143)
第八章	多面体与旋转体	(154)
练习一	棱柱	(154)
练习二	棱锥	(158)
练习三	棱台	(161)
练习四	圆柱与圆锥	(165)
练习五	球	(170)
练习六	本章综合(一)	(173)
练习七	本章综合(二)	(176)
练习八	本章综合(三)	(179)
第九章	数列与数学归纳法	(183)
练习一	数列的概念	(183)
练习二	等差数列(一)	(184)
练习三	等差数列(二)	(185)
练习四	等比数列(一)	(187)
练习五	等比数列(二)	(189)
练习六	特殊数列的求和	(190)
练习七	数列的极限	(191)
第十章	不等式	(195)
练习一	不等式的概念及性质	(195)
练习二	不等式的证明(一)	(198)
练习三	不等式的证明(二)	(199)
练习四	不等式的证明(三)	(201)
练习五	不等式的解法	(202)
练习六	绝对值不等式的性质、证明与解法	(206)
练习七	不等式的应用	(208)

第十一章 复数	(212)
练习一 复数的概念.....	(212)
练习二 复数的四则运算.....	(214)
练习三 复数的三角形式.....	(217)
第十二章 排列、组合与二项式定理	(222)
练习一 排列.....	(222)
练习二 组合.....	(223)
练习三 二项式定理.....	(225)
第十三章 直线	(227)
练习一 坐标系.....	(227)
练习二 有向线段.....	(229)
练习三 直线的倾角、斜率、截距.....	(230)
练习四 直线的方程.....	(233)
练习五 两直线的位置关系(一).....	(236)
练习六 两直线的位置关系(二).....	(237)
练习七 本章综合(一).....	(239)
练习八 本章综合(二).....	(243)
第十四章 圆锥曲线	(250)
练习一 曲线与方程(一).....	(252)
练习二 曲线与方程(二).....	(253)
练习三 圆(一).....	(255)
练习四 圆(二).....	(257)
练习五 椭圆(一).....	(260)
练习六 椭圆(二).....	(262)
练习七 双曲线(一).....	(265)
练习八 双曲线(二).....	(267)
练习九 抛物线(一).....	(270)

练习十 抛物线(二).....	(273)
练习十一 坐标变换(一).....	(275)
练习十二 坐标变换(二).....	(277)
练习十三 本章综合.....	(279)
第十五章 参数方程、极坐标	(284)
练习一 参数方程(一).....	(284)
练习二 参数方程(二).....	(288)
练习三 极坐标(一).....	(291)
练习四 极坐标(二).....	(293)
练习五 本章综合.....	(296)
答案和提示	(300)
第一章	(300)
第二章	(308)
第三章	(339)
第四章	(355)
第五章	(363)
第六章	(372)
第七章	(381)
第八章	(401)
第九章	(417)
第十章	(425)
第十一章	(449)
第十二章	(457)
第十三章	(463)
第十四章	(471)
第十五章	(483)

第一章 集合

练习一 集合、集合间的包含关系

主要知识点:集合,集合的三个通性(集合中元素的确定性、元素的互异性、元素的无序性),集合的三种表示法,集合的分类,集合及其元素的标记,对象与所指集合的关系($\in$, $\notin$),子集的概念.

一、选择题*:

1. 下列每题的对象能构成一个集合的是(B, C, D)

(A) 一切很大的自然数;

(B) 一些大于 2 且小于 5 的数;

(C) 所有小于 10 的实数;

(D) 我国著名的科学家.

2. 下列命题正确的是(C).

(A) $\{0\} = \emptyset$;

(B) $\{x+y=0\}$ 表示 xy 平面上第 I、IV 象限的角平分线上的点集;

(C) $\{1, 2, 3\}$ 与 $\{3, 2, 1\}$ 表示同一个集合;

(D) 集合 $\{x, y, z, w, x, y\}$ 中有六个元素.

* 本书的选择题,凡未加特别注明的,均为“四选一”,即四个选择支中有且仅有一个是正确的.

3. 下列命题中正确的是(B)

(A) {不能被3整除的自然数} = $\{x | x \neq 3n, n \in N\}$;

(B) $\{x | |x| < 1, x \in R\}$ 是有限集;

(C) $\left\{y | \frac{1}{y} \in Z, y \in Z, y \neq 0\right\}$ 是有限集;

(D) $\left\{y | \frac{1}{y} \in Q, y \in Z, y \neq 0\right\}$ 是有限集.

4. 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=4 \\ z+x=5 \end{cases}$ 的解集正确的写法是下面的

(D).

(A) $\{2, 1, 3\}$; (B) $\{3, 2, 1\}$;

(C) $\{1, 2, 3\}$; (D) $\{(2, 1, 3)\}$.

5. 若 $A = \{x | x = 0\}$, 则下列正确的是(D)

(A) $A = 0$; (B) $\emptyset = A$;

(C) $\{0\} \subseteq A$; (D) $\emptyset \in A$.

二、填空题

1. 改用列举法表示下列集合:

(1) {平方后仍为原数的数} = $\{0, 1\}$;

(2) {6的约数} = $\{0, 1, 2, 3, 6\}$;

(3) {不大于11的素数} = $\{1, 3, 5, 7, 11\}$;

(4) $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\} = \{-1, 3\}$;

(5) $\{x | x(x^2 - 4) = 0\} = \{0, -2, 2\}$.

2. 用符号($\in$ 或 $\notin$)填空:

(1) $-5 \in Z$; (2) $\sqrt{2} \notin N$;

(3) $\sqrt{3} \in Z$; (4) $0.3 \in Q$;

(5) $\sqrt{5} \in Q$; (6) $0 \notin \emptyset$.

3. 用符号($\in, \notin, \subset, \supset, \varsubsetneq, =$)填空:

$$(1) 0 \notin \{0\};$$

$$(2) \{a\} \in \{a, b\};$$

$$(3) 0 \notin \emptyset;$$

$$(4) \{a, b, c\} = \{b, a, c\}$$

$$(5) \{a, b, c\} \supseteq \{b, a\};$$

$$(6) \{d\} \notin \{a, b, c\};$$

三、判断题(正确的在括号内画“√”,并简述理由):

$$(1) 2 \subset \{1, 2, 3\}; \times$$

()

$$(2) \{2\} \subset \{x | x < 5\}; \checkmark$$

()

$$(3) \{1, 2, 3\} \subsetneq \{2, 3, 1\}; \times$$

()

$$(4) \emptyset \subset \{x | x \leq 10\}; \times$$

()

$$(5) \emptyset \in \{0\}; \times$$

()

$$(6) \emptyset \subseteq \{0\}; \checkmark$$

()

$$(7) \emptyset \subset \{0\}; \checkmark$$

()

$$(8) A \subseteq A, \text{但 } A \not\subset A; \times$$

()

四、解答题

1. 用描述法改写下述集合为另一形式:

$$(1) \{\text{大于5且不大于10的素数}\}; \{x | 5 < x \leq 10, x \text{ 是素数}\}$$

$$(2) \{\text{不能被3整除的自然数}\}; \{x | x \text{ 是自然数, } x \neq 3k, k \in \mathbb{N}\}$$

2. 设 p 表示平面 α 内的动点, A, B, O 分别是 α 内的三个

定点. 属于下列集合的点构成平面 α 内的什么图形?

$$(1) \{P | PA = PB\}; \text{是 } AB \text{ 的中垂线}$$

$$(2) \{P | PO = 5 \text{ 厘米}\};$$

$$(3) \{P | PO \geq 2 \text{ 且 } PO \leq 3\}.$$

3. $\{0, 1, 2\}$ 的子集有多少个? 写出它的所有的子集和真子集. $\emptyset, \{0\}, \{0, 1\}, \{0, 1, 2\}, \{1\}, \{1, 2\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}$. 子集8个, 真子集7个

4. 已知 $\{a, b\} \subset X \subseteq \{a, b, c, d\}$, 写出 X 的各种可能情况.

$$X: \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, c, d\}$$

$$5. \text{写出方程 } x+3 = \frac{x}{2} - 5 \text{ 的解集并化简. } x = -16$$

6. 真包含有没有传递性, 写出并证明你的结论. $\{ -16 \}$

7. 用列举法写出与下列集合相等的集合:

- (1) $\{x|x \geq 1 \text{ 且 } x < 5, x \in N\}; \therefore \{1, 2, 3, 4\}$
 (2) $\{x|\frac{4}{x} \in Z, x \in Z, x \neq 0\}; \therefore \{1, \frac{1}{2}, \dots\}$

练习二 交集、并集、补集

主要知识点: 交集、并集、补集的定义及其性质

一、选择题

1. 若 $A = \{x|x-2 > 0\}$, $B = \{x|x+3 > 0\}$,
 $C = \{x|x-2 < 0\}$, $D = \{x|x+3 < 0\}$,

$E = \{x|(x+3)(2-x) > 0\}$, 则下列正确的是 (D)

(A) $E = A \cup D$; (B) $E = A \cap B$;

(C) $E = B \cup C$; (D) $E = B \cap C$.

2. 若 $A = \{x|x > 4\}$, $B = \{x|x < -3\}$, $C = \{x|x < 4\}$,
 $D = \{x|x > -3\}$, $E = \{x|x^2 - x - 12 > 0\}$, 则下列正确的

是 (A). $E = \{x|(x-4)(x+3) > 0\}$ $E = x > 4 \text{ 或 } x < -3$

(A) $E = A \cup B$; (B) $E = A \cap B$;

(C) $E = C \cup D$; (D) $E = C \cap D$.

3. 若 $A = \{x|x = 4k, k \in Z\}$, $B = \{x|\frac{x}{2} \in N\}$, 则 $A \cap B$ 是

(C).

(A) $\{x|x = 2k, k \in N\}$; (B) $2\{x|x = 2k, k \in Z\}$;

(C) $\{x|x = 4k, k \in N\}$; (D) $2\{y|y = 3n, n \in Z\}$.

4. 若 $A = \{x|x = 2n, n \in N\}$, $B = \{y|y = 3n, n \in N\}$ 则
 $A \cap B$ 是 (C). $\{x|x = 6n, n \in N\}$

(A) $\{x|x = 12n, n \in N\}$; (B) $\{x|x = 5n, n \in N\}$;

(C) $\{x|x = 6n, n \in N\}$; (D) $\{x|x = n, n \in N\}$.

5. 若 $I = \{\text{不大于 10 的非负整数}\}$, $A = \{2, 5, 8\}$, $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 则 $\bar{A} \cup \bar{B}$ 是 (D).

(A) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$;

(B) $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$;

(C) $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$;

(D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

真子集 2

二、填空题

1. 设 $A = \{(x, y) | 2x + 3y = 13\}$, $B = \{(x, y) | 3x - y = 3\}$, 则 $A \cap B = \{(2, 3)\}$.

2. 设 $A = \{x | x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$, $B = \{x | -4 < x \leq 5\}$, 则 $A \cap B = \{x | -4 < x \leq -1 \text{ 或 } 3 \leq x \leq 5\}$.

3. 设 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{y | y = 2(k + 1), k \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{y | y = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则:

(1) 这四个集合中相等的集合是 B, C,

(2) 这四个集合中, 两两的交集为 $\emptyset$ 的是 D, C.

4. 设 $A = \{x | x = 3k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 3k + 2, k \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则:

(1) $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $A \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cup C = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 $I = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 则:

(1) $\overline{A \cap B} = \underline{\{\text{非锐角非钝角}\}}$

$\overline{A \cap B} = \underline{\text{三角形}}$;

(2) $\overline{A \cup B} = \underline{\text{非三角形}}$,

$\overline{A \cup B} = \underline{\text{非三角形}}$.

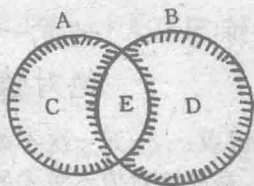


图 1-1

6. 如图 1-1 所示, 用集合 A 与 B 表示下列三个集合:

$E = \underline{A \cap B}$, 阴影 C

阴影 D = $A \cap B$

阴影 $D =$ _____.

7. 如图 1-2 所示, A, B, C 分别表示三个圆形区域, 用 A, B, C 表示阴影区域可以写成 _____.

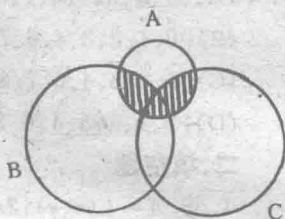


图 1-2

三、解答题

1. 设 $A = \{\text{不大于 10 的非负偶数}\}$, $B = \{6 \text{ 的正约数}\}$. 求 $A \cap B$ 和 $A \cup B$.

2. 设 $A = \{3, 2, x^2 - 4x + 1\}$, $B = \{x - 5, -1, y + 4\}$, $C = \{-3, 2\}$, 满足关系 $A \cap B = C$, 求 x, y .

3. 设 $A = \{3, 2a^2 - a, 7\}$, $B = \{3, 5a^2, 3a\}$ 且 $A \cap B = \{3, 6\}$, 求 a 和 $A \cup B$. $\therefore a = 2 \therefore A = \{3, 6, 7\} B = \{3, 6, 20\} \therefore A \cup B = \{3, 6, 7, 20\}$

4. (1) 设 $I = Q, A = \{x | x^2 - 2 = 0\}$, 求 $\bar{A}$; $\bar{A} = \mathbb{Q} \setminus \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

(2) 设 $I = R, A = \{x | x^2 - 2 = 0\}$, 求 $\bar{A}$. $\bar{A} = \{x | x \neq \pm\sqrt{2}\}$

5. 设 $A = \{1, 3, 5\}$, $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2\}$. 求 $\bar{B}, \overline{A \cup B}$ 和 $A \cup \bar{B}$. $\therefore \bar{B} = \{3, 4, 5, 6\} \therefore \overline{A \cup B} = \{3, 4, 5, 6\} A \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

6. 设 $I = \{\text{小于 20 的素数}\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{3, 7, 11, 17\}$, 求 $A \cup B$. $\therefore A \cup B = \{2, 5, 13, 19\}$

练习三 一元一次不等式组与最简绝对值不等式的解法

主要知识点: 一元一次不等式的解法, 一元一次不等式组及其解法, 最简绝对值不等式的解法:

解答题:

1. 设 $a, b \in R$, 讨论不等式 $ax > b$ 的解集.

2. 解不等式 $\frac{y+1}{3} - \frac{y-1}{2} \geq \frac{y-1}{6}$. $y \leq 3$

3. 解不等式 $2 + \frac{3(x+1)}{8} > 3 - \frac{x-1}{4}$. $x > \frac{7}{5}$

4. 解关于 x 的不等式 $ax + b^2 > bx + a^2$. $x > a+b$

5. 解不等式组 $\begin{cases} x > -1, \\ x < 6, \\ x > 2, \\ x < 3. \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 3$

6. 解不等式组 $11 < 2x + 7 \leq 19$. $2 < x \leq 6$

7. 求适合 $-1 < 1 - \frac{x+1}{2} \leq 2 - \frac{x+2}{3}$ 的整数解.

8. 解不等式:

(1) $|5x+6| \leq 4$; $-2 \leq x \leq -\frac{2}{5}$

(2) $|2-x| < 4$; $-2 < x < 6$

(3) $|4x-3| \geq 5$. $x \geq 2$ 或 $x \leq -\frac{1}{2}$

练习四 本章综合练习

一、选择题:

1. 下列命题中正确的是 (B, D)

(A) 任何集合都有真子集; ϕ

(B) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 A, B 中至少有一个是空集;

(C) $A \cup B \supset A$;

(D) $A \cap B \subseteq B$.

2. A, B 是任意两个集合, 且 $C = A \cup B, D = A \cap B$, 则下列关系中一定成立的是 (B, D).

(A) $C \subseteq D$; (B) $C \supseteq D$; (C) $C = D$; (D) $C \neq D$.

3. M, N 是两个非空集合, 且 $M \neq N$, 则必有 (C).

(A) $\emptyset \in M \cap N$;

(B) $\emptyset = M \cap N$;

(C) $\emptyset \subseteq M \cap N$;

(D) $\emptyset \subset M \cap N$.

4. 如图 1-3 阴影部分可表示

成(D).

(A) $M \cup N$;

(B) $M \cap N$;

(C) $\overline{M} \cup \overline{N}$;

(D) $\overline{M} \cap \overline{N}$;

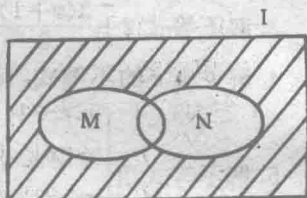


图 1-3

5. 如图 1-4 阴影部分可表示

成(B).

(A) $(\overline{A} \cup \overline{B}) \cap C$;

(B) $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cap C$;

(C) $(\overline{A} \cup \overline{B}) \cup C$;

(D) $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cup C$.

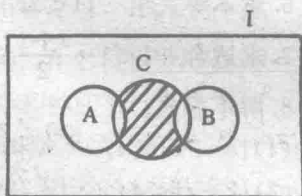


图 1-4

6. 若 $A \subset B$, 则下列集合中必为空集的是(B).

(A) $A \cap \overline{B}$; (B) $\overline{A} \cap B$; (C) $\overline{A} \cap \overline{B}$; (D) $A \cap B$.

7. 设 $X = \{(2n+1)\pi, n \in \mathbb{Z}\}$, $Y = \{(4k \pm 1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$,

则数集 X 与 Y 的关系是(A).

(A) $X \subset Y$; (B) $X = Y$; (C) $X \supset Y$; (D) $X \neq Y$.

8. 满足 $\{1, 2\} \subset X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 X 的个数是

(D).

(A) 3 个; (B) 4 个; (C) 6 个; (D) 7 个.

9. 若 $I = \mathbb{R}$, $M = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $N = \{x | x + 1 \geq 0\}$, 则

$\overline{M \cap N}$ 是(C).

(A) $\{x | -1 \leq x < 3\}$; (B) $\{x | -1 < x \leq 3\}$;

(C) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$; (D) $\{x | x \leq -1 \text{ 或 } x > 3\}$.

10. 若 $A = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $B = \{x | x \leq a\}$, 设 $A \cap B = \emptyset$.

则 a 的取值范围是 ().

(A) $a < -3$;

(B) $a > -3$;

(C) $a \leq -3$;

(D) $a \geq -3$.

二、填空题

1. 已知 $A = \{x | x \in N, x < 6\}$, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{x | x \text{ 是质数}, x < 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$
 $C = \{x | x \text{ 是 24 和 36 的正的公约数}\}$,

则 (1) $\{y | y \in A, \text{且 } y \in C\} =$ _____;

(2) $\{y | y \in A, \text{或 } y \in B\} =$ _____;

(3) $\{y | y \in B, \text{且 } y \in C\} =$ _____.

2. 设 $I = N$, $A = \{\text{小于 8 的奇数}\}$, $B = \{\text{不大于 8 的质数}\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $\bar{A} \cap B =$ _____, $A \cap \bar{B} =$ _____.

3. 已知 $A = \{x | x = 5k + 1, k \in Z\}$, $B = \{x | x = 5k + 2, k \in Z\}$, $C = \{x | x = 5k + 3, k \in Z\}$, $D = \{x | x = 5k - 1, k \in Z\}$.

(1) 化简 $A \cup B \cup C \cup D =$ _____;

(2) $A \cap B =$ _____, $C \cap D =$ _____.

4. 用适当的符号 ($\subset, =, \supset$) 填空:

(1) 设 $A = \{x | x = 2k + 1, k \in Z\}$, $B = \{x | x = 4k \pm 1, k \in Z\}$, 则 A _____ B .

(2) 设 $A = \{x | x = 4n, n \in Z\}$, $B = \{x | x = 6n, n \in Z\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

(3) 设 $A = \{x | x = 4k, k \in Z\}$, $B = \{x | x = 4k + 2, k \in Z\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $A \cap B =$ _____.

5. 在全集 I 中, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2\}$, $\bar{A} = \{2, 4, 6\}$, 则 $\bar{B}$ _____, $\overline{A \cup B}$ _____, $\overline{A \cap B}$ _____.

6. 设 $I = \{\text{小于 20 的素数}\}$, $\bar{A} \cap \bar{B} = \{3, 7, 11, 17\}$, 则 $A \cup B =$ _____.