

④首届学术报告会④

编号
电—8303

论文资料

振荡电路的复频域分析

(庄玉欢)

8830730

常州工业技术学院

九三·十二

振荡电路的复频域分析

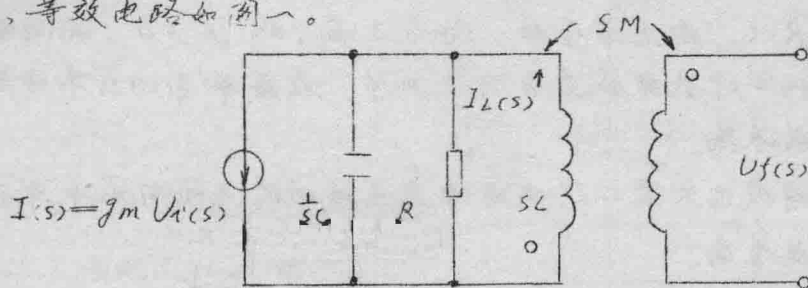
本文拟用网络的复频域增益函数来研究振荡电路，可以深刻地说明起振的物理过程，并可计算起振条件和振荡频率。

一、振荡原理的极零图分析

振荡器的起振过程是增幅振荡过程，在此期间振荡电路网络增益函数应有一对在复平面右半平面的共轭极点。在电扰动或开启动电流时的阶跃作用下，将产生增幅振荡，随着振荡幅度的增大，由于电路的非线性作用，这对共轭极点应能自动向虚轴移动，并最终稳定在虚轴上，产生等幅正弦振荡，达到稳定状态，用正反馈放大电路增益函数的极零图的振轨迹，定性分析振荡器的起振与平衡比较直观，方便。

下面分析简化了的互感耦合反馈型振荡器的的工作原理。

首先断开振荡器电路的正反馈环路，使之成为调谐放大器，是单向无源网络（忽略晶体管在高频时的相移和内部反馈及其输入输出阻抗），等效电路如图一。



图一 调谐放大器复频域等效电路

它的增益函数即为对应振荡器的开环增益函数 $H(s)$

$$H(s) = K(s) B(s)$$

I42/2: 2131

~ / ~

$$= \frac{U_f(s)}{U_i(s)}$$

$$H(s) = \frac{U_f(s)}{U_i(s)} = \frac{I_L(s) S M}{U_i(s)} = \frac{g_m U_i(s) S M}{U_i(s) (S C + G + \frac{1}{S L}) S L}$$

$$= \frac{\frac{g_m M}{L C} S}{S^2 + \frac{1}{R C} S + \frac{1}{L C}}$$

$$H(s) = \frac{A_0 S}{S^2 + 2\alpha S + \omega_0^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中 $G = \frac{1}{R}$; $A_0 = \frac{g_m M}{L C}$;

$\alpha = \frac{1}{2RC}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 。

$$H(s) = \frac{A_0 S}{\{s - (-\alpha + j\omega_d)\} \{s - (-\alpha - j\omega_d)\}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式中 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

增益函数在 $S=0$ 处有一个零点，在 $-\alpha \pm j\omega_d$ 处有一对共轭复数的极点，可表示为 $S_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$ ， Q 值愈高时，共轭极点距虚轴愈近。

R, C 为电路参数，均为正值，故 $\alpha > 0$ ，调谐放大器增益函数的一对共轭极点具有负实部，在复平面的左半平面，不能产生自激振荡。

增设正反馈环路可将增益函数的极点推向右半平面，而能产生自激振荡。

互感耦合正反馈振荡器的增益函数，即为调谐放大器加上正反馈环路的闭环增益 $K_f(s)$ 。

$$K_f(s) = \frac{K(s)}{1 - K(s)B(s)} = \frac{K(s)}{1 - H(s)}$$

所以 $K_f(s)$ 的极点即为特征方程 $1 - H(s) = 0$ 的根。将式(1)

~ ~ ~

代入特征方程得

$$1 - \frac{A_0 S}{S^2 + 2\alpha S + \omega_0^2} = 0$$

$$S^2 + (2\alpha - A_0)S + \omega_0^2 = 0 \quad \text{--- (3)}$$

闭环增益的一级共轭极点为

$$S_{1,2} = -(\alpha - \frac{A_0}{2}) \pm j\sqrt{\omega_0^2 - (\alpha - \frac{A_0}{2})^2} \quad \text{--- (4)}$$

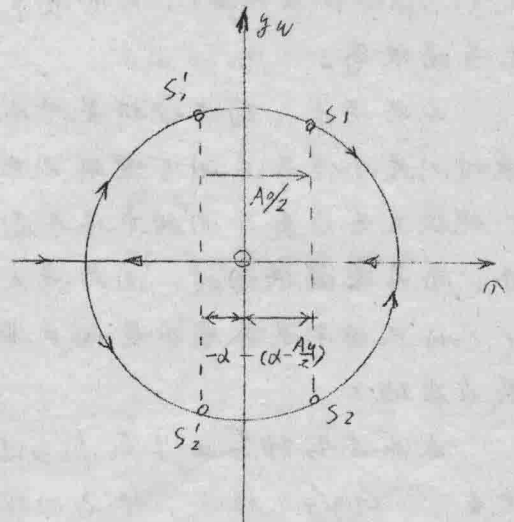
比较式(4)与式(2)，可知闭环极点的实部比开环极点的实部大 $A_0/2$ ，即使极点向右移动 $A_0/2$ 。当 $A_0/2 > \alpha$ 时，即 $M > \frac{1}{g_m R}$ ，

迫使极点移至右半平面，而产生增幅振荡。 $M > \frac{L}{g_m R}$ 即为起振条件。即必须是正反馈电路，並有足够大的互感。

振荡电路中一般 L, C 是固定的，即 ω_0^2 是固定的， $(\alpha - \frac{A_0}{2})$ 变化时，对应的根轨迹图应是以原点为圆心，半径为 ω_0 的圆。当 $A_0/2 > \alpha$ 时极点在右半平面，满足自激条件，当 $A_0/2 = \alpha$ 时，是临界情况，闭环增益有一对虚根，产生等幅振荡。 $A_0/2 < \alpha$ 时，闭环极点仍在左半平面，不会产生自激振荡。

图 二

调谐放大器与互感耦合
振荡器极点根轨迹比较图



图二中 S'_1, S'_2 为调谐放大器的极点, S_1, S_2 为互感耦合振荡电路的极点。 S'_1, S'_2 的实部为 $-\alpha$, $\alpha = \frac{1}{2RC}$, LC 回路损耗电阻小时 (R 大), α 小, 自激振荡所需 A_0 值较小, 即所需互感量 M 较小, 或晶体管跨导 g_m 较小。

下面讨论 $A_0 > 2\alpha$ 振荡器满足自激条件的情况。

当 $2\alpha < A_0 < 2(\alpha + \omega_0)$ 时, 闭环极点为右半平面的一对共轭极点, 将产生增幅振荡。随振荡幅度的增大, 晶体管将进入非线性运用区。由于电路中 L, C, M 均为实值, 跨导将随振荡幅度增大而减小。即 $A_0 = \frac{g_m M}{L C}$ 减小, 使在右半平面的共轭极点向虚轴移动, 直至 $A_0 = 2\alpha$, 使共轭极点落在虚轴上, 使振荡幅度稳定下来, 进入稳幅振荡。故稳幅条件为 $\partial g_m / \partial U_0 < 0$ 。当振荡器进入稳态后, 共轭极点成为 $S_{1,2} = \pm j\omega_0$, 此时产生频率为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 的等幅振荡。

当 $\omega_0^2 < (\alpha - \frac{A_0}{2})^2$ 时, 为保证起振前已设 $A_0 > 2\alpha$, 故即为 $A_0 > 2(\alpha + \omega_0)$, 闭环极点为两个正实数极点, 输出幅度按指数增长, 当晶体管进入非线性工作区域, A_0 逐渐减小, 直至 $2\alpha < A_0 < 2(\alpha + \omega_0)$, 从而进入文中所讨论的工作状态, 直至产生等幅振荡。

应当指出, 前述分析基于准线性理论, 所计算的跨导, 在起振时因是小信号运用可理解为微变跨导 g_m , 它较大的值, 使共轭极点落在复平面的右半平面, 所以计算起振条件时为微变跨导。而在稳幅振荡时, 因是大信号运用, 应理解为平均跨导 G_m (G_m 只保由其基波分量的关系), 它较小的值, 使共轭极点落在虚轴上。

在晶体管静态工作点 I_{CQ} 过大时, g_m 很大, 稳幅振荡所需 G_m 不变, G_m/g_m 较小, 振荡器稳定工作时应较多进入非线性区 (一般在截止区) 基波成分增大不多, 较多的增大了谐波成分, 而

~ 4 ~

使 G_m 下降，进入稳定状态。故 I_{CQ} 过大 g_m 过大或正反馈过强（所需 G_m 值减小）时，将使输出波形有严重失真。

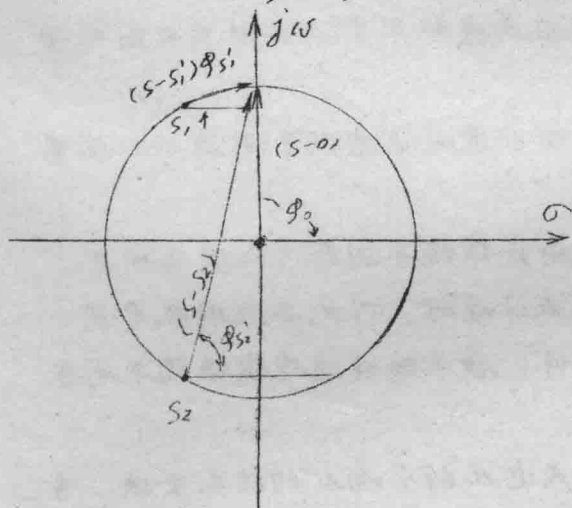
当 $A_o < 0$ 时，电路为负反馈，这里不作分析。

振荡器正反馈放大电路的增益函数，需有一对在右半平面的共轭复根，其特征方程不能低于二阶，从相位平衡条件来看还不能是无零点的。下面以最简单情况讨论，如图一的开环增益为：

$$H(s) = A_o \frac{s}{(s-s'_1)(s-s'_2)}$$

$H(s)$ 对任何频率的总相角为

$$\phi = \phi_o - \phi_{s'_1} - \phi_{s'_2}$$



ϕ_o 零点与极点阻抗
($s=0$) 的相角

$\phi_{s'_1}$ 极点与极点阻抗
($s-s'_1$) 的相角

$\phi_{s'_2}$ 极点与极点阻抗
($s-s'_2$) 的相角

由图三可知当 $\omega =$

$$\omega_o \text{ 时 } \phi_o = \frac{\pi}{2}$$

$$\phi_{s'_1} + \phi_{s'_2} = \frac{\pi}{2}$$

故 $\phi = 0$ ，说明 $\omega = \omega_o$ 时满足相位平衡条件。

图三，当 $\omega = \omega_o$ 时， $H(s)$ 的总相角及其相角

当 $\omega > \omega_o$ 时， ω 沿虚轴上移， $\phi_{s'_1}$ 和 $\phi_{s'_2}$ 均增大，

$\phi_{s'_1} + \phi_{s'_2} > \frac{\pi}{2}$ ， $\phi < 0$ 。同理 $\omega < \omega_o$ 时 $\phi_{s'_1} + \phi_{s'_2} < \frac{\pi}{2}$ ， $\phi > 0$ 。

$$\left. \frac{d\phi}{d\omega} \right|_{\omega = \omega_o} < 0$$

说明，外界因素引起振荡频率变化 $d\omega$ 时，振荡电路能产生

一个新的相位变化，来抵消由外因引起的相位变化。若 $d\omega$ 为正，将产生正相移，但振荡电路能产生一个 $d\phi$ 为负的相移，使振荡频率稳定。故 $\frac{d\phi}{d\omega} < 0$ 即为相位平衡条件。

共轭极点的位置距虚轴愈近， $\phi_{s1} + \phi_{s2}$ 随 ω 的变化愈大，即 $\left| \frac{d\phi}{d\omega} \right|$ 的值愈大，频率稳定性越高。 $H(s)$ 的共轭极点的距离为 $\alpha = \frac{1}{\pi RC} = \frac{\omega_0}{\pi Q}$ 。谐振回路的品质因素 Q 值愈高，串联损耗电阻 R 愈大，共轭极点距虚轴愈近，频率稳定性就高。

$H(s)$ 的共轭极点距虚轴近时，即使根轨迹受到寄生参数的影响，仍能保持根轨迹在接近 ω_0 的地方与虚轴相交，亦能有较高的频率稳定性。

二、用开环增益函数特征方程的系数求振幅平衡条件和振荡频率。

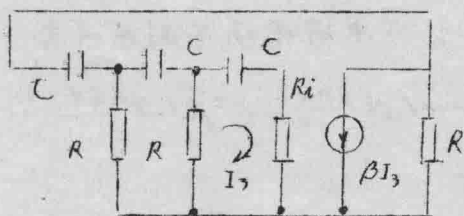
对振荡电路的计称，主要是研究振幅平衡条件和振荡频率，而并不关心起振的全过程。所以在计称时，可不必作根轨迹图，只要找出极点对落在虚轴上的条件，便可简便地找出振幅平衡条件和振荡频率。

在复频域计称中，所求电流或电压的全响应的拉氏变换，等于零状态响应的拉氏变换与零输入响应的拉氏变换之和。若储能元件有任意初始条件，则零输入响应不为零。若有扰动 $A \cdot \delta(t)$ ，或接通电源时的阶跃 $B \cdot u(t)$ ，则零状态响应不为零。对于振荡电路来说初始条件或扰动，阶跃等均非振荡频率的正弦输入信号，而是起振因素。有了以上因素之一，振荡器就有持续的正弦波输出，此时其任意支路的电流或电压的全响应的拉氏变换必有

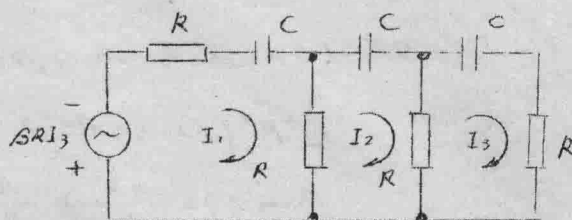
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ (对应于时域的正弦项 $\sin \omega t$) 或 $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$ (对应于时域的余弦项 $\cos \omega t$)，即全响应的分母上必有 $s^2 + \omega^2$ 项式出现。

原
书
缺
页

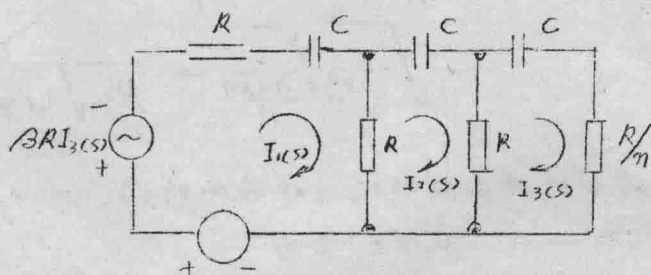
原
书
缺
页



(b) 等效电路



(c) 转化等效电路



(d) 拉氏变换等效电路

$$(2R + \frac{1}{sC}) I_1(s) - R I_2(s) + \beta R I_3(s) = 1$$

$$-R I_1(s) + (2R + \frac{1}{sC}) I_2(s) - R I_3(s) = 0$$

$$0 - R I_2(s) + (R + \frac{R}{n} + \frac{1}{sC}) I_3(s) = 0$$

$$I_3(s) = \frac{\begin{vmatrix} (2R + \frac{1}{sC}) & -R & 1 \\ -R & (2R + \frac{1}{sC}) & 0 \\ 0 & -R & (R + \frac{R}{n} + \frac{1}{sC}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (2R + \frac{1}{sC}) & -R & \beta R \\ -R & (2R + \frac{1}{sC}) & -R \\ 0 & -R & (R + \frac{R}{n} + \frac{1}{sC}) \end{vmatrix}}$$

可解得

$$I_3(s) = \frac{C^3 R^3 s^3}{C^3 R^3 (\beta + 3 + \frac{4n-3}{n}) s^3 + C^2 R^2 \frac{4+6n}{n} s^2 + CR \frac{5n+1}{n} s + 1}$$

对应式 (6)

$$a_3 = C^3 R^3 (\beta + 3 + \frac{4n-3}{n}); \quad a_2 = C^2 R^2 \frac{4+6n}{n}$$

$$a_1 = CR \frac{5n+1}{n}; \quad a_0 = 1$$

由式 (6) $a_0 a_3 = a_1 a_2$ 可求得振幅平衡条件为

$$C^3 R^3 (\beta - 3 + \frac{4n-3}{n}) = CR \frac{5n+1}{n} - C^2 R^2 \frac{4+6n}{n}$$

$$\beta = 29 + \frac{23}{n} + \frac{4}{n^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{C^2 R^2 \frac{4+6n}{n}}} = \frac{1}{RC \sqrt{2(\frac{2}{n} + 3)}}$$

如振荡电路闭环增益的特征方程是两阶的, 式 (6) 仍然是正确的。此时因 $a_3 = 0$, 式 (6) 变为

$$\text{振幅平衡条件} \quad a_1 a_2 = 0$$

$$\text{振荡频率} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$$

图一电路闭环组成互感耦合振荡电路, 闭环增益特征方程为式 (3), 相应 $a_2 = 1$, $a_1 = (2\alpha - A_0)$, $a_0 = \omega_0^2$ 同样可求得振幅平衡条件为 $\frac{A_2}{\alpha} = \alpha$, 振荡频率为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 。

对应于图一的互感耦合振荡电路的开环电路, 由公式 (1) 得 $a_2 = 1$, $a_1 = 2\alpha$, $a_0 = \omega_0^2$ 振幅平衡条件 $a_1 a_2 = 0$, 即 $\alpha = 0$, $\frac{1}{\sqrt{LC}} = 0$, $R \rightarrow \infty$ 时, 成为无耗 LC 并联谐振回路, 方可维持等幅正弦振荡。振荡频率为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 。

振荡电路振幅平衡条件和振荡频率的计算一般采用符号法, 它只能作正弦量的稳态分析, 不能考虑起振的物理因素, 而是假设电路已经起振, 并达到稳态, 按闭环增益为无穷大, 或开环增益为 1 来计算。用差频法计算振荡电路时, 可将起振之物理原因作为初始条件引入, 这样考虑比较全面。两种方法的计算结果是完全相同的。

本文曾经华东师范大学陈涵奎教授, 游绍长老师, 兰州铁道学院班冀超教授审阅, 提出许多宝贵意见和建议, 谨致以衷心的感谢。

2YH

常州市广仁善印社
东大街100号 电话5366