

模 拟 計 算 机

(外专业)

北 鴻 編

內 部 資 料

北京科学教育出版社

1961.7

目 录

绪 论

§ 1. 计算机的应用.....	1
§ 2. 计算技术的发展简史.....	2
§ 3. 物理模拟和数学模拟.....	4
§ 4. 直接相似装置和间接相似装置.....	5

第一章 机械式及机电式计算元件

§ 1. 电位计线路.....	11
§ 2. 机械式函数机构.....	26
§ 3. 旋转变压器.....	33
§ 4. 微积分装置.....	40

第二章 电子线性运算元件

§ 1. 线性运算元件.....	44
§ 2. 运算放大器工作原理.....	53
§ 3. 电子积分器工作原理.....	57

第三章 直流运算放

§ 1. 直流放大器概述.....	61
§ 2. 对于运算放大器中的直流放大器的要求.....	66
§ 3. 具有参数补偿另点漂移线路.....	73
§ 4. 自动平衡另点运算放大器线路.....	78

第四章 二极管式函数变换器

§ 1. 非线性运算元件.....	88
§ 2. 用二极管式函数变换器实现给定非线性函数关系的基本原理.....	91
§ 3. 二极管式通用函数变换器.....	94
§ 4. 二极管式专用函数变换器.....	100
§ 5. 基于二极管平方函数变换器的乘除装置.....	115

第五章 电子模拟计算机辅助设备

§ 1. 电子模拟计算机的组成部分.....	119
§ 2. 调另方法及调另装置.....	120
§ 3. 设置传递系数方法及装置.....	120
§ 4. 引入起始条件的方法.....	125
§ 5. 模拟机的控制系统和指示设备.....	127
§ 6. 模拟机的电源设备.....	131
§ 7. 模拟机的记录设备.....	131

第六章 在电子模拟计算机上求解微分方程方法

§ 1. 在电子模拟计算机上编排题目的方法.....	133
§ 2. 运算元件的传递系数, 变量标度因数及时间标度因数的选择.....	139
§ 3. 起始条件及扰动信号的确定.....	143
§ 4. 在电子模拟计算机上求解微分方程的例子.....	144

第七章 线性自动调节系统的模拟

§ 1. 应用数学模拟方法来研究自动调节系统.....	149
§ 2. 过程缓慢的自动调节系统的模拟.....	152
§ 3. 一般线性自动调节系统的模拟.....	154
§ 4. 具有恒定延迟的自动调节系统的模拟.....	158

第八章 非綫性自动調节系統的模拟

§ 1. 具有无慣性典型非綫性特性的自动調节系統的模拟	169
§ 2. 在慣性元件中存在典型非綫性特性的自动調节系統的模拟	178

第九章 飞机——自动駕駛仪系統的模拟

§ 1. 利用数学模拟方法研究飞机——自动駕駛仪系統的动态特性	182
§ 2. 綫性化及无因次化后飞机运动方程式数学模拟	182
§ 3. 变系数綫性化飞机运动方程式的数学模拟	187
§ 4. 自动駕駛仪的数学模拟	191
§ 5. 飞行模拟器	193

第十章 利用結構模拟装置研究自动調节系統

§ 1. 利用結構模拟装置研究自动調节系統原理	196
§ 2. 結構模拟单元	197
§ 3. 利用結構模拟研究自动調节系統方法	197
附 表	203

緒 論

“計算技術”是指加速計算过程或使計算过程自动化的方法的总称；而实现这些方法的装置叫計算裝置或計算机。

計算技術是一門年青的重要的尖端科学。它是20世紀科学上最杰出的成就之一。計算机由于它的出色的性能使得它具有极为广闊而远大的发展前途。

§ 1. 計算机的应用

现代的快速电子数字計算机有着惊人的計算速度。它能够在一秒钟内完成数万次以至数十万次算术运算，以及在很短的时间內（从几分钟到几小时）完成非常复杂的数字問題的数值解，如果用人工来計算得費几年的時間。

例如，用人工解描述导弹空間运动的整个微分方程組，一个計算員用一架小型台式計算器不停的工作，就得需要二年的时间才能完成。用电子数字計算机来解，仅需2小时就可完成。

这样高速的計算速度使得我們在研制噴气技术，核子反应自动調节系統方面的新产品时，可以不必用昂貴的实物进行实验，而是在电子計算机上对許多方案进行計算和比較，从而求出最完美的方案。我們举一个与某火箭設計有关的算題为例，用快速电子数字計算机解这个問題的100个方案，只需要几个技术人員花上一星期的時間就行了，而用小型台式計算器，只算10个方案就要花上七个月的时间，而且技术人員还要增加到十人以上。

除了在复杂的数字計算方面以外，在自动控制系統中也是計算机的一个最重要的应用領域。在自动控制系統中，計算机是作为控制器来採用的。就象人的“神經中枢”起着“指揮”的作用一样。

如图1所示的为一般的雷达跟踪指揮系統。目标跟踪雷达和导弹跟踪雷达分別的連續的測得目标和导弹的运动参数。将这些数据送入計算机可算出导弹偏离规定弹道的誤差，通过一个通信中继裝置把飞行路綫的誤差信息传送到导弹中的接收机。彈內控制系統（相当于

一个自动驾驶仪) 利用误差的大小和方向来校正导弹的飞行路线。最后导弹与目标相遇击毁目标。

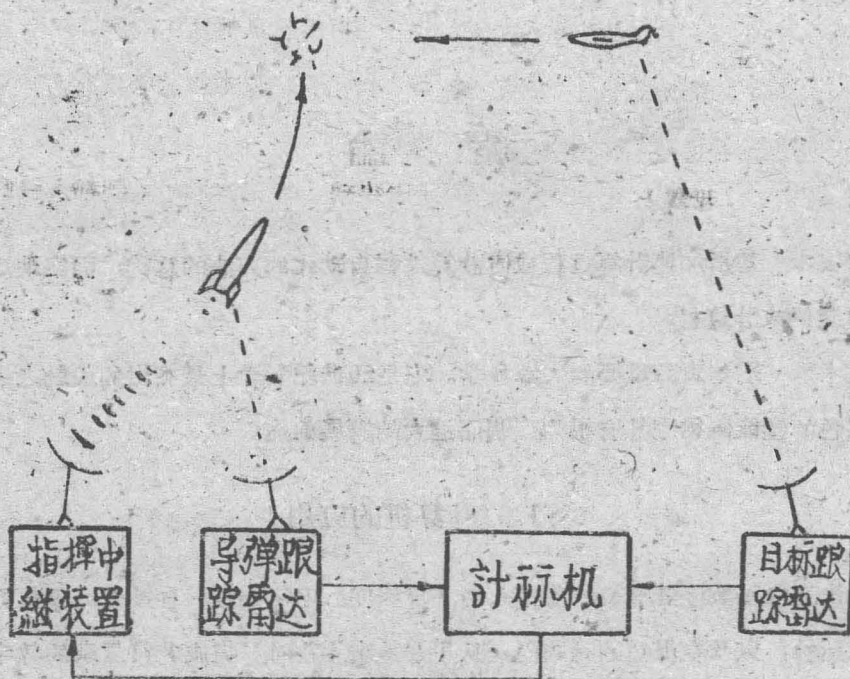


图 1

计算机不仅在国防现代化上有着重大的作用, 将计算机用于控制生产过程, 便开辟了全盘自动化的宏伟远景。如象程序控制机床, 仅仅需要工艺员将工艺规程编成卡片, 送入计算机, 再加上原材料便开始了整个加工过程, 一直到最后得到产品。加工过程中工人们只需要检查机器是否工作的很正常。这样大大提高了生产率也提高了加工准确度。

另外, 从行政经济管理一直到国家计划, 预算及检查的过程机械化与自动化也是计算机未来运用的重要领域。

在资本主义社会里, 计算机的使用招致了劳动者的被解雇, 以及他们生产条件的恶化, 而在我们社会主义制度的国家里, 计算机减轻了人们的劳动条件, 使他们从繁重的脑力劳动中解放出来。结果将提高劳动人民的物质利益。

§2. 计算技术的发展简史

科学技术发展到今天很多问题的解决都需要进行大量的计算, 有的要求很高的计算速度, 这些都促使计算技术不断地蓬勃地发展。

我国算盘的发明开始了世界上计算技术的发展史。据记载1274年(南宋)就有了算盘

口訣的的記載。它象世界上第一架飞机一样在計算技术这门科学的发展上有着巨大的历史意义。

算盤的出現說明了人們的生產實踐早就產生了对計算工具的需求，随着生产力的发展又向人們提出了更复杂的更大量的計算問題，生产和别的科学技术的发展又提供了日益丰富的研究材料，这就大大的促进了計算技术飞速的发展。

在19世紀以前，世界上一些国家中計算技术得到一些发展，但它們都是一些簡單的机械的裝置。这里我們可以指出在1882年П.Д.切貝謝夫发明了新穎的連續运算的計算机。

从第一次世界大战开始起，計算裝置有着显著的加速发展。对空射击目标——飞机的出现，促使产生了高射火炮控制仪。

机械的或机电的計算裝置主要的缺点是計算速度慢，高速度的要求导致了向电子方向的发展。

1946年美国制造了第一台电子数字計算机ENICA这是由机械的到电子的一个重要的开始。

虽然苏联在电子計算机的制造上开始得迟一些，但是由于有优越的社会主义制度发展极为迅速。1955年苏联制成的大型电子数字計算机，其計算速度在世界上是第一流的。在这以后苏联在計算技术上有更飞速的发展。大家知道如在1960年1月20日苏联发射了一颗多級巨型火箭，經過12500公里，落到預定的区域，其誤差不超过2公里。控制系統的如此准确，证明了苏联在电子計算技术方面达到了极高的水平。

我們国家在解放前由于帝国主义，封建統治階級，官僚資產階級对劳动人民进行残酷的压榨，造成中国的貧穷和落后，科学技术根本得不到发展，計算技术更是一个空白点。

解放后在党的领导下，国民經济和文化教育事业获得了空前的发展。

在伟大国庆十周年的前夕，我国第一台大型每秒运算速度达万次的快速电子数字計算机正式制成，並投入运行。这台計算机在运算速度，存儲容量等主要技术指标上不仅大大的超过了日本现有的計算机，而且不逊于英法等国已投入运行的先进計算机。这雄辯地說明了党的社会主义建設总路綫的无限威力，使我国計算技术事业的发展极为迅速，随着伟大的社会主义建設事业的迅速发展在这方面今后将获得更大的成就。

計算机沿着两个方向发展：連續式計算机和不連續式計算机。

連續式計算机又叫模拟式計算机，在这种机器上所进行的过程的方程式与我們要解的方程式的形式是同样的。它們相应的变量在任何时刻都保持其比值为常值。这样对机器中进行

的过程某个或某些变量变化规律进行量测和记录就能求得待解方程相应变量的数值解。

模拟式计算机在结构上由一系列单独构件组成，每一构件都用来完成某一数学运算如加、减、乘、除、微分、积分……等等。所有的构件都是顺序连接的。

数字计算机是对数目直接进行计算。例如最简单的数字计算机——算盘，用算盘珠来代表数目。对算盘珠进行运算就是对数目进行运算。在电子数字计算机里是用电脉冲的不同物理状态来代表数目，经过计算电路来对它们进行运算。在数字计算机里表示数目的变量的变化是不连续的，因此数字计算机又叫不连续作用计算机。

§ 3. 物理模拟和数学模拟

什么叫模拟？

模拟是研究自然现象或过程的一种方法，但对自然现象或过程的研究不是基于真实对象（原型）而是基于模型而进行。

模拟的方法有二种：

1. 物理模拟方法；

2. 数学模拟方法。

物理模拟时，模型和原型中进行的过程其物理本质完全一样，就是说用的是保持同一物理本质的模拟。这样看来，物理模拟可以把具体的现象重现出来，利用它就可以校验给原型列方程式所作的假设，研究原型中发生的现象的物理实质，也可以用来解微分方程式。

风洞实验就是物理模拟的实际例子，它是把真实的飞行器的模型放在风洞中进行各种预定项目的实验，来研究真实飞行器在飞行中的某些问题，比如飞行器的空气动力特性等等问题。

利用物理模拟可以研究各种热力设备工作过程中的对流，热交换方面的问题，以及液体动力学和空气动力学方面的问题和物理变化，化学变化，电学现象和机电现象等方面的問題。

我们这门课程不讲这部分理论，因而我们在这儿就不对物理模拟作进一步的阐述。

数学模拟时，模型内进行的过程和原型内所进行的过程物理本质是不同的，但是两个过程遵守同样形式的方程式。例如有一运动的物体 A （如图 2）沿着路线 S 运动，运动规律

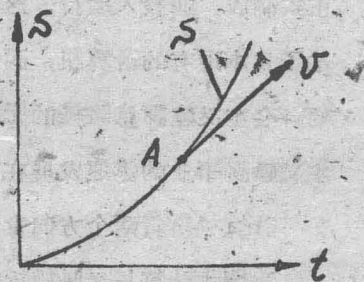


图 2

$S(t)$ 已知，我們要求出它在任一時間 t 时，該物体的速度为多少。显然。

$$V = \frac{dS(t)}{dt} \quad (1)$$

我們再看一发电机(如图 3)所示。

使电机的轉子轉动，則在电机的电枢的輸出端上获得电势 E 。

$$E = K\omega$$

$$= K \frac{d\phi}{d\tau}$$

式中 K —— 常数

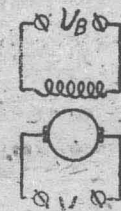


图 3

他激式的直流轉速发电机

从上面我們就可以看到所举的是两个物理本质不同的现象，但从(1)式和(2)式，也可看出它有着同样形式的方程式的描述：它們的形式是：

$$Y = C \frac{dX}{dT}$$

所以說，数学模型实现的是另一种物理现象，不过这个现象和原型中的现象用同样形式的方程描写。

B. H. 列宁在“唯物論与經驗批判論”中写道：“自然界的統一性在属于不領域的现象的微分方程的《惊人的相似性》中显示出来”，这种惊人的相似性，正是数学模拟的基础。

在技术实践里得到广泛应用的計算装置就是基于数学模拟原理的。

§4. 直接相似装置和間接相似装置

数学模拟方法可以分为两类：

直接相似基础上的模拟：

間接相似基础上的模拟。

根据相似基础，模拟装置也可分为：

直接相似装置

間接相似装置

1. 在直接相似基础上的模拟和直接相似装置。

我們首先来研究一个例子：

假定我們要研究的真实对象（即原型）是单摆（如图 4 所示）在平衡位置附近的运动。运动是在具有粘性的介质中进行的。

图中:

l ——摆长;

F ——作用力;

η ——粘度常数;

m ——摆的质量;

g ——重力加速度;

J_o ——对 O 点的转动惯性。

我們可以直接写出它的运动方程式:

$$J_o \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \eta \frac{d\varphi}{dt} + mgl \varphi = M(t) \quad (3)$$

式中: $M(t)$ ——对 O 点的力矩;

$\varphi(t)$ ——摆角。

为了方便, 我們把(3)式写成下式:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + a_1 \frac{d\varphi}{dt} + a_2 \varphi = a_3 M(t) \quad (4)$$

利用直接相似基础上的模拟方法能很方便地研究单摆的运动。

如图5为一、 R 、 L 、 C 串联电路。

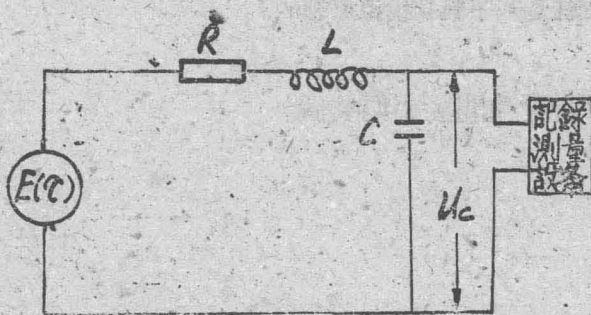


图 5

图中:

R ——电阻;

C ——电容;

$E(\tau)$ ——加至输入端的电压;

L ——电感;

$u_c(\tau)$ ——电容 C 上的电压。

电路的方程式:

$$LC \frac{d^2 u_c(\tau)}{d\tau^2} + RC \frac{du_c(\tau)}{d\tau} + u_c(\tau) = E(\tau)$$

或写为:

$$\frac{d^2 u_c(\tau)}{d\tau^2} + b_1 \frac{du_c(\tau)}{d\tau} + b_2 u_c(\tau) = b_3 E(\tau) \quad (5)$$

式中: b_1 , b_2 , b_3 为与 R 、 L 、 C 有关的常数。

象这里的电路, 我們要求得 $u_c(\tau)$ 或要了解当电路中某些参量发生变化后对 $u_c(\tau)$ 起怎样的影响; 就不一定要去解方程(5); 非常明显, 只要如图5所示在电容的两端接上记录設

备就可以立刻看到 $u_c(\tau)$ 的曲线形状和得到数值解；或当改变电路中的某些参量后很方便的就能看到 $u_c(\tau)$ 的变化和求得这时的数值解。

因此我们可以把图 5 的电路用作图 4 所示的单摆在平衡位置附近运动的数学模型，来对单摆在平衡位置附近的运动进行研究，即求得 $\varphi(t)$ (φ 的曲线形状和数值解)。这就使我们的研究工作变得简单了，也避免了进行各种复杂繁重的计算，从而大大地缩短了研究工作的时间，毫无疑问这是一个有着巨大意义的事情。

现在我们来较详细的阐述这个问题，即通过记录测量设备对数学模型中所进行的过程的某个变量或某些变量的变化规律的测量记录，然后经过极其简单的换算，就能得出在原型所进行的过程中与在模型所进行的过程中某个变量或某些变量相应的变量的变化规律。我们仍以前面的例子来讨论。

方程式 (4) 与方程式 (5) 它们的形式是相似的 (或者说是同样的) 这是数学模拟的基础，是首要的条件。

那么如何才能通过对 $u_c(\tau)$ 的量测，仅仅经过简单的换算就能求得 $\varphi(t)$ 呢？我们说只有 $u_c(\tau)$ 和 $\varphi(t)$ 存在如下的关系才有这个可能即：

$$K_\varphi = \frac{\varphi_1}{u_{c1}} = \frac{\varphi_2}{u_{c2}} = \dots = \frac{\varphi_n}{u_{cn}} = \frac{\varphi}{u_c} = \text{常数};$$

$$K_t = \frac{t_1}{\tau_1} = \frac{t_2}{\tau_2} = \dots = \frac{t_n}{\tau_n} = \frac{t}{\tau} = \text{常数}$$

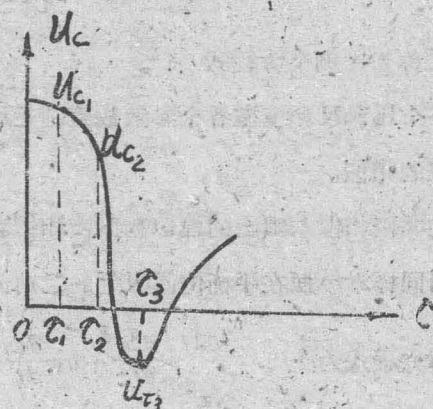
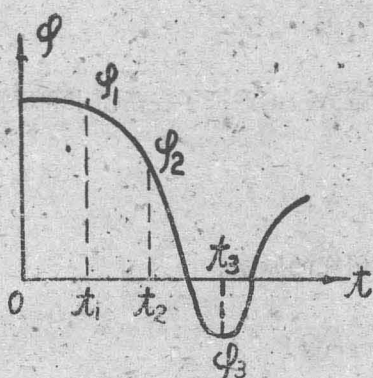


图 6

注：图 6 曲线形状是我们任意假定的。

这样在测得 $u_c(\tau)$ 后只须乘以某常数就能求得 $\varphi(t)$ 即：

$$\varphi = u_c K_\varphi;$$

$$t = \tau \cdot K_t.$$

K_φ , K_t 这些常数我們把它們称为比例尺。

上述的情况只有在原型中和在模型中所进行的两过程是相似时才存在。

所謂两过程相似，就是說，在相应的时刻，第一过程和第二过程的相应的变量以及参数之間的比例應該保持常数。

我們可以用改变模型的各个参数数值的办法，使模型与原型的方程式恆等来得到两过程的相似。如前例，我們首先引入比例尺：

$$\text{設} \quad K_\varphi = \frac{\varphi}{u_c}; \quad K_t = \frac{t}{\tau}; \quad K_\phi = \frac{M(t)}{E(\tau)}.$$

将比例尺代入 (5) 式：

$$\frac{K_t^2}{K_\phi} \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + b_1 \frac{K_t}{K_\phi} \cdot \frac{b \varphi}{dt} + b_2 \frac{I}{K_\phi} \varphi(t) = b_3 \cdot \frac{M(t)}{M_F} \quad (6)$$

大家必須注意描述物理过程的微分方程式可以变换成各种型式，如方程式 (5) 我們把它变成了方程式 (6)，这种变换在于通过数学方法，改变方程式的系数，这叫作所謂的形式变换。

使方程式 (6) (模型方程式) 与方程式 (4) (原型方程式) 恆等。則必須有：

$$\frac{b_1}{K_t} = a_1; \quad \frac{b_2}{K_t^2} = a_2; \quad \frac{b_3 K_\phi}{K_U K_t^2} = a_3$$

上式称为比例尺方程式。

使各个比例尺和模型各个参数数值满足比例尺方程式，則保证了在模型中和原型中所进行的过程的相似。

2. 在間接相似基础上的模拟和間接相似装置。

我們同样举单摆在平衡位置附近的运动为我們所研究的原型。

$$\text{原型方程式为} \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + a_1 \frac{d\varphi}{dt} + a_2 \varphi = a_3 M(t).$$

間接相似基础上的模拟是利用能实现单独的基本数学运算的运算元件，根据原型方程按照一定的方法将需要的元件組成一計算装置，該装置的方程式 (模型方程式) 与原型方程式具有着同样的形式。

就方程式 (4) 來說我們可作出如下的計算电路。(图 7)

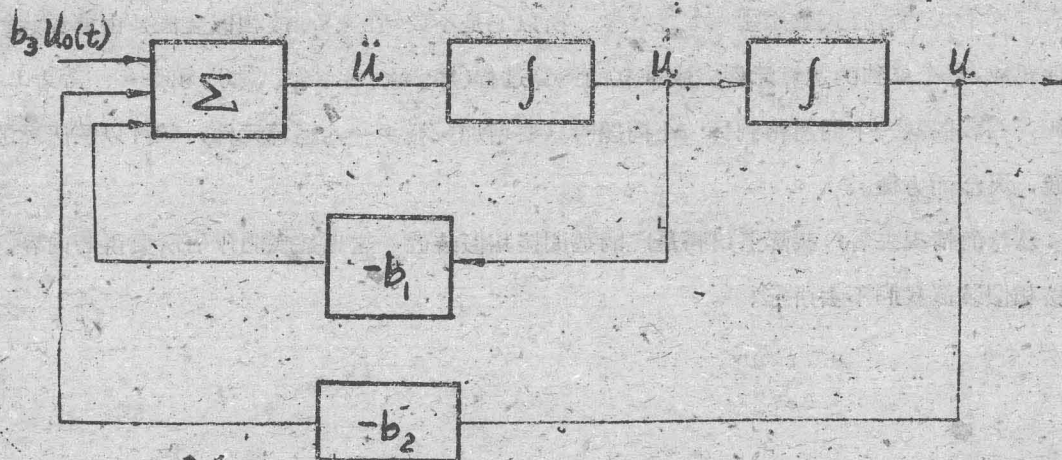


图 7

图中:



表示加法装置;



表示积分装置;



表示乘以常系数“-b₁”的装置;



表示乘以常系数“-b₂”的装置;

$b_3 u_0(\tau)$ 为外加的某一随时间 τ 按一定规律变化的电压。

计算电路的方程式为:

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} = b_3 u_0(\tau) - b_1 \frac{du}{d\tau} - b_2 u$$

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + b_1 \frac{du}{d\tau} + b_2 u = b_3 u_0(\tau) \quad (7)$$

我們可以看到原型方程(4)与模型(图7)的方程式(7)的型式是完全相同的。

这以后情况完全同前面在直接相似基础上的模拟一样了, 引入比例尺导出比例尺方程式, 从而可求得计算电路各参数应具有数值。

通过测量记录设备得到 $u(\tau)$, 乘以比例尺就能得到 $\phi(t)$ 。

由前面的討論，我們可以看出直接相似裝置是一個整體裝置，它只能作為與它本身方程式有同樣形式的方程式的原型的數學模型；所以它是不靈活的。間接相似裝置是由單獨運算元件組成，每個單獨的運算元件完成獨立的運算過程（加、減、乘、除、微分，積分……等等）。因此，當我們從一個問題轉到另一個問題時只要增加或減少一些運算元件，就可以解決新的問題，靈活而方便。

從總的情況來看，實際上用得最廣的是間接相似裝置，這也是我們今後所要講的內容。直接相似裝置我們不去講它。

第一章 机电式及机械式解算元件

§ 1. 电位计线路:

此处所应用之电位计与电工实验通用电位计作用原理相同, 只不过更加精密和准确, 具有紧密的结构。

作为解算元件, 电位计一般使用圆环形的, 长条形的电位计应用得很少, 因为:

1. 减小占用的空间;
2. 电位计的电刷一般用自动机的轴带动, 即输入信号是转角。

一 电位计的用途:

- ① 做分压器。
- ② 作可变电阻。
- ③ 完成线性和非线性的数学运算。
- ④ 做转换装置: 即由电量转换成机械量或由机械量转换成电量。

二 电位计的分类:

① 按完成的数学运算分:

(A) 线性电位计: 输出的电压和电刷的位移成比例:

$$U = K \cdot \phi$$

(B) 函数电位计: 输出电压和电刷的位移成某

一函数关系(该函数决定于电位计的形状)

$$U = f(\phi)$$

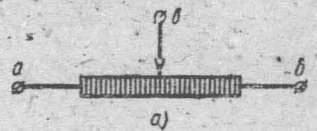


图 1-1

② 按构造分:

(A) 连续绕组式: 运动触点直接沿电阻的金属线滑动。(图 1-1)

(B) 分段或触片式: 运动触点沿着专门接触薄片移动, 而绕组分段的末端就焊在这些接触片上。(图 1-2)

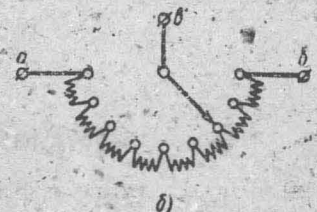


图 1-2

因为模拟装置要进行复杂的数学运算，所以对电位计要求是很高的，主要有：

1. 繞綫要均匀，电阻的变化要均匀；
2. 电阻值随温度及工作时间的变化小；
3. 保证导綫和电刷的良好接触，减小其接触电阻；
4. 导綫的抗腐蝕性好；
5. 尺寸小；
6. 轉动电刷的力矩要小。

三、电位计的准确度：

解算装置中电位计准确度是一个重要问题，因为它直接影响运算的准确度。目前电位计的精度较高的能达到 0.01%，今后还可以继续提高。

电位计的误差分为偶然误差和系统误差两类，偶然误差的原因是：电阻材料的不均匀性，繞制螺距的不准确，接触电阻的变化等。系统误差的原因是输出电压的阶梯式（不連續

的）变化，滑动触点引起的圈間短路，輸出負載引起的误差。

下面重点研究阶梯误差及由負載引起的误差。

① 阶梯误差：

当連續繞綫的电位计的电刷轉动时，接触点是由第一圈跳到第二圈再跳到第三圈……，因此电阻 r 及輸出的电压 U 的变化，並不是純綫性的，而成阶梯形状(图 1-3)。电阻和电压的改变等于 $\frac{r_n}{N}$ 和 $\frac{U_n}{N}$ ，但在原理上我們忽略了这一点，看成位移与电阻及电压成綫性关系。

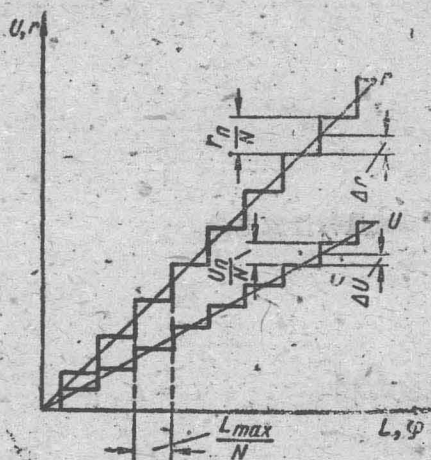


图 1-3

电阻和电压的误差可由下列不等式决定

$$\begin{aligned} \Delta r &\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{r_n}{N} \\ \Delta U &\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{U_n}{N} \end{aligned} \quad (1-1)$$

N ——繞綫的总圈数

r_n ——导綫的总电阻，

U_n ——加到电位计上的总电压

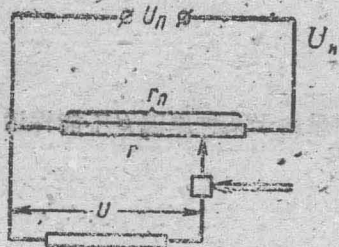


图 1-4 带有负载的电位计的
线路图

为了减少这些误差必须增加圈数。

②由负载引起的系统误差:

因为电位计接入负载,引起负载电流的出现(图 1-4)这样便导致附加的电位降和出现误差。

无负载:

$$U = \frac{r}{r_n} U_n = \alpha U_n \quad (1-2)$$

有负载:
$$U_n = \frac{U_n}{r_n - r + \frac{r_H r}{r_H + r}} \cdot \frac{r_H r}{r_H + r} = U_n \frac{\frac{r}{r_n}}{1 + \frac{r r_n}{r_n r_H} \left(1 - \frac{r}{r_n}\right)}$$

如:

$$a = \frac{r}{r_n} \leq 1; \quad \beta = \frac{r_n}{r_H} \text{ 代入上式}$$

则

$$U_H = \frac{2U_n}{1 + a\beta(1-a)} \quad (1-3)$$

在输出电压因负载所引起的误差: (图 1-5)

$$\Delta U_H = U_H - U$$

$$= -\frac{a^2 \beta (1-a)}{1 + a\beta(1-a)} U_n \quad (1-4)$$

如果当负载系数很小时($\beta = 0.01 \sim 0.1$), 数值 $a\beta(1-a)$ 与 1 相比较是可以忽略的。此时。

$$\Delta U_H = -a^2 \beta (1-a) U_n. \quad (1-5)$$

给定负载以后 ΔU_H 的大小仅仅决定于 a , 为此要找 ΔU_H 的最大值把 (1-5) 式对 a 微分并使导数为 0

$$\frac{d(\Delta U_H)}{da} = (-2a\beta + 3a^2\beta) U_n = 0$$

$$a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{2}{3}$$

a_1 相当于误差 ΔU_H 的最小绝对值

a_2 相当于误差 ΔU_H 的最大绝对值

即:

$$|\Delta U_n|_{\max} = \frac{4}{27} \beta U_n \approx 0.15 \beta U_n.$$

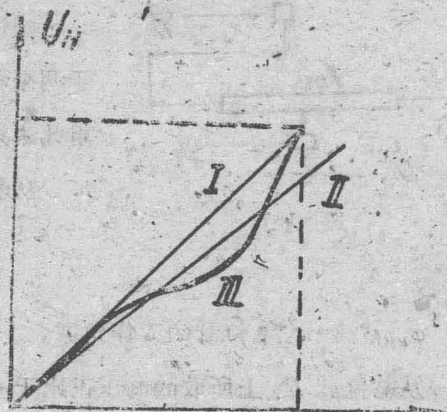


图 1-5