

MATLAB

开发实例系列图书



# 高等光学仿真

(MATLAB版)

——光波导，激光

主 编 欧 攀 副主编 戴一堂 王爱民 柳 强 李立京 伊小素



北京航空航天大学出版社  
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

MATLAB 开发实例系列图书

# 高等光学仿真(MATLAB 版)

## ——光波导, 激光

主编 欧攀

副主编 戴一堂 王爱民 柳强 李立京 伊小素

北京航空航天大学出版社

## 内 容 简 介

本书将 MATLAB 用于光学仿真中,具体介绍了如何利用 MATLAB 来仿真高等光学中两个举足轻重的研究方向——光波导和激光中的一系列理论模型。通过这些仿真过程和结果能够进一步加深对光波导和激光的理解和应用。

全书共 6 章,分别介绍了光的电磁理论基础;理想平板介质光波导中的光传播特性及仿真;光纤中的光传播特性及仿真;高斯光束和光纤耦合;激光原理及仿真;高功率双包层光纤激光器及仿真。书中大量运用到求解各类模型的数值计算方法及其在 MATLAB 中的实现,其中主要有方程求根的数值解法、数值积分方法、常微分方程的初值问题数值求解、常微分方程的边值问题数值求解。本书采用 MATLAB 中相应的数值求解函数仿真高等光学模型,并结合 MATLAB 强大的作图功能实现仿真结果的可视化,加深了读者对高等光学问题仿真结果及其物理意义的理解,达到举一反三的效果。

本书可作为高等院校光学、光学工程、光信息科学技术、电子科学技术等有关专业本科生和研究生教材,也可供相应专业的教师和科技工作者参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等光学仿真:MATLAB 版:光波导·激光/欧攀  
主编. —北京:北京航空航天大学出版社,2011. 7  
ISBN 978-7-5124-0465-6

I. ①高… II. ①欧… III. ①光学—仿真—光学模型  
—数值计算—软件包, MATLAB—高等学校—教材 IV.  
①043-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 100453 号

## 高等光学仿真(MATLAB 版)

——光波导,激光

主 编 欧 攀

副主编 戴一堂 王爱民 柳强 李立京 伊小素

责任编辑 罗晓莉

\*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

涿州市新华印刷有限公司印装 各地书店经销

\*

开本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:20.75 字数:531 千字

2011 年 7 月第 1 版 2011 年 7 月第 1 次印刷 印数:5 000 册

ISBN 978-7-5124-0465-6 定价:39.80 元

# 前 言

21世纪是信息时代，信息学科和信息产业的迅猛发展促使传统的光学仪器科学向光电信息学科扩展。现代光电信息学科及其产业的发展要求新一代的科学研究人员与工程技术人员除了具有扎实的理论基础，还应具有应用所学理论建模并仿真求解光电信息学科及现代光学中各种问题的能力，成为知识结构新和创新能力强的高层次人才。光波导和激光是现代光电信息科学中两个举足轻重研究方向。本书以这两个方向的光学内容为基础，从基本的物理概念出发，建立相应的理论模型，并将这些光学问题归纳为特征方程求根、积分求解、常微分方程求解等几类数值求解问题，在对相应的数值分析方法进行简要介绍的基础上结合 MATLAB 强大的数值计算和图形显示功能，完成光学问题的仿真计算并给出图形化的显示结果。也就是通过光学仿真计算，利用 MATLAB 编程来完成现代光学典型问题的模型求解，通过数据和图形来展示现代光学问题的本质，力求形成理工结合、经典理论与现代数值方法紧密结合的新体系。长期以来，由于光学课程中的概念繁多、物理规律较为抽象，理论教学对实验的依赖性较强，特别是其中的一些光学现象和规律缺乏细致的数学推导，再加上授课教师一直沿袭传统的口授笔演的教学方式，这些都给学生学习该门课程带来了诸多困难，因而该门课程的教学效果也总是不尽如人意。在这种情况下，笔者认为，光学课程需要形象生动的教学，需要现代化的教学手段，千方百计地为学生提供观察光学物理现象的机会，提高学生学习光学课程的兴趣，培养学生的思维水平和创新能力。

国内光学方面的著作内容多集中在理论方面，鲜有介绍如何对理论模型进行数值求解的案例。而在科学研究和工程应用中不仅要求能够根据实际情况选择适当的理论建立模型，更为重要的是要能够结合实际情况仿真求解理论模型，并在此基础上对模型的某些关键参数进行优化，最终用于指导科学研究和工程应用。本书将 MATLAB 用于光学仿真中，将具体介绍如何利用 MATLAB 来仿真光学中两个举足轻重的研究方向——光波导和激光中的一系列理论模型，通过这些仿真过程和结果能够进一步加深对光波导和激光的理解和应用。本书的大部分内容已经在北京航空航天大学等高校相关专业的研究生选修课程中讲授过，受到了学生的普遍欢迎。由于 MATLAB 语言在很多理工专业的后续课程中发挥着很大的作用，建议有条件的学校也开设相应的课程。使学生能认识和掌握该语言，提高对光学问题仿真求解的水平，为更深入的科学研究打下扎实的基本功。

本书作者在高等光学仿真与计算的教学过程中，通过下列方式将 MATLAB 与光学课程有机结合起来：

一是以 MATLAB 为平台，开发制作了光波导和激光等高等光学现象仿真程序，并运用于计算机所支持的课堂教学中，以其作为演示实验配合光学理论的讲授，很好地解决了真实实验因环境限制而不能进入课堂的难题。

二是利用 MATLAB 的仿真与计算功能，鼓励学生通过自主探索，去研究高等光学课程中的一些更深入的问题。在掌握理论知识的前提下，让学生建立相应的物理模型和数学模型，然后利用 MATLAB 编写程序，去完成对知识的巩固与拓宽。这是一种探索过程，也是为学生以后的研究工作奠定基础。因此，在本书每一章的最后一节都提供了一定数量的习题，供学生巩固并加深理解该章的相关光学模型及其仿真计算。

三是利用 MATLAB 的计算、绘图与优化功能, 启发学生对数学模型中的参数进行改变, 根据实际物理条件选择符合要求的最优值, 并获得最优条件下的参数值, 最终通过理论仿真来指导实践。完成实践 (参数获取) — 理论 (物理模型建立) — 仿真 (MATLAB 数值计算及绘图) — 优化 (MATLAB 参数改变及优化) — 实践 (最优参数选取) 的过程, 让学生真切感受科学技术是第一生产力。

基于以上指导思想, 全书共分为6章。

第1章主要介绍光的电磁理论基础。本章从麦克斯韦方程组出发, 根据麦克斯韦电磁理论, 利用电矢量和磁矢量来分析光波在两介质表面的反射特性, 并结合 MATLAB 仿真计算光波从光疏介质进入光密介质, 以及光波从光密介质进入光疏介质时的反射率、透射率、相位等随入射角度的变化关系, 得到布鲁斯特角、全反射、倏逝波等基本概念及特性。

第2章采用的是本征模方法, 利用有限空间的波动光学理论分析光在介质光波导 (理想平板介质光波导) 中传播特性。由于受到介质边界条件的限制, 根据不同的边界条件, 对麦克斯韦方程或相应的波动方程求解后, 可以得到其特征方程。在推导出理想平板介质光波导最基本的TE模和TM模的特征方程后, 利用 MATLAB 的方程求根函数即可对特征方程进行数值求解, 从而得到其中TE模 (或TM模) 的传输特性。

第3章首先介绍了光纤的基本概念; 然后从光波在光纤 (圆柱光波导) 中传输的圆柱坐标系下亥姆霍兹方程出发, 得到阶跃折射率光纤中光波传输的Bessel方程, 结合光波在光纤中传输的边界条件, 推导出弱导近似下的特征方程, 并利用 MATLAB 中的Bessel函数以及数值求根函数, 对弱导近似下的特征方程进行数值求解, 获得光纤的归一化工作频率、归一化横向相位参数、归一化横向衰减参数等数据; 再通过 MATLAB 的三维作图功能, 将不同参数光纤中的电场分布特性展示出来。

第4章着重介绍了高斯光束和光纤的耦合。由于高斯光束是光场亥姆霍兹方程在缓变振幅近似下的一个特解, 该特解不仅可以用来描述基模激光在空间中的传输, 而且可以用来近似描述从光纤端面出来的LP<sub>01</sub>模的辐射场, 具有重要的物理意义。通过介绍高斯光束的基本性质、复参数表示、ABCD定律, 得到高斯光束通过复杂光学系统以及薄透镜的变换, 并得到其聚焦特性; 在此基础上给出了光纤端面辐射场, 并结合 MATLAB 仿真辐射场的函数特性; 最后给出了光纤的光功率发射和耦合, 并用 MATLAB 的积分求解函数计算了LED与单模光纤的耦合效率以及光纤与光纤连接的耦合效率。

第5章从激光的基本原理出发, 介绍了辐射与物质的相互作用, 关于自发辐射、受激辐射和受激吸收的爱因斯坦关系式, 吸收与光学增益, 激光器的基本构成, 激光速率方程和激光调Q技术等内容。以一种典型的被动调Q的微晶片激光器为例, 给出了其被动调Q的速率方程组, 该速率方程组可以简化为一个具有3个自变量的常微分方程组。利用 MATLAB 的常微分方程初值问题求解函数即可对该被动调Q速率方程组进行仿真求解, 得到被动调Q的微晶片激光器的脉冲时域特性以及被动调Q过程中光子数密度和反转粒子数密度随时间的变化关系。

第6章重点介绍了一种新型的激光器——高功率双包层光纤激光器。光纤激光器是以掺杂光纤作为增益介质的一类激光器。光纤激光器和其他类型的激光器一样, 由能产生光子增益的工作介质、使光子得到反馈并在工作介质中进行谐振放大的光学谐振腔和激励光子跃迁的抽运源3部分组成。只不过光纤激光器的工作介质是同时起着波导作用的掺杂光纤。因此,

光纤激光器是一种波导型的谐振装置。在本章中分别给出了端面抽运和侧面抽运两种情况下的双包层光纤激光器的理论模型，利用 MATLAB 的常微分方程边值问题求解函数，并结合双包层光纤激光器的边值条件对其速率方程组进行仿真求解，得到抽运光、激光以及反转粒子数密度沿光纤长度的变化。

书中大量运用到求解各类模型的数值计算方法，其中主要有方程求根的数值解法、数值积分方法、常微分方程的初值问题数值求解、常微分方程的边值问题数值求解。考虑到学习本书的读者数学方面的知识背景不尽相同，为了能够让读者在尽量少的时间内能够理解数值求解的基本思路和方法，并运用 MATLAB 相应的模型进行数值求解，在每章的习题前都有一节用于介绍数学和 MATLAB 相关方面的补充知识，从而减轻读者在学习过程中的负担。

本书全部源程序均在 MATLAB R2008a 中测试运行通过。部分程序源代码请到北京航空航天大学出版社 (<http://www.buaapress.com.cn>) 下载中心下载。

同时，北京航空航天大学出版社联合 MATLAB 中文论坛为本书设立了在线交流平台，网址为 <http://www.ilovematlab.cn/forum-203-1.html>。我们希望借助这个平台实现与广大读者面对面的交流，解决大家在阅读本书过程中遇到的问题，分享彼此的学习经验，从而达到共同进步的目的。同时我们也尽量根据读者要求陆续上传更多案例和相关知识。希望这本不断“成长”的书能最大限度地解决您在学习、研究、工作中遇到的光学方面相关问题。

欧攀担任本书主编。戴一堂参与了第2章的编写及其中部分程序代码的调试。王爱民参与了第3章的编写及其中部分程序代码的调试。李立京、伊小素参与了第4章的编写及其中部分程序代码的调试。柳强参与了第5章的编写及其中部分程序代码的调试。编写过程中李沐华、范哲、魏兴春、李大伟、刘星、李苙、黄杰等研究生参与了书中部分插图的绘制和程序代码的调试。在此还要特别感谢林志立博士、贾豫东博士在编写过程中提出的建设性意见，也要特别感谢王昭礼、扈焯在排版方面给予的不遗余力的帮助！

由于作者水平有限，书中存在的错误和疏漏之处，恳请广大读者和同行批评指正。本书勘误网址：<http://www.ilovematlab.cn/thread-133904-1-1.html>。

编 者  
2011年3月

# 目 录

第 1 章 光的电磁理论基础.....	1
1.1 麦克斯韦电磁理论.....	1
1.1.1 麦克斯韦方程组 .....	1
1.1.2 边界条件.....	3
1.1.3 时谐电磁场 .....	4
1.1.4 电磁场的波动方程 .....	5
1.2 平面波和叠加原理.....	5
1.2.1 平面波 .....	5
1.2.2 叠加原理.....	6
1.3 微分算子.....	7
1.3.1 时间微分算子.....	7
1.3.2 空间微分算子.....	7
1.4 坡印廷矢量.....	8
1.4.1 真空中的坡印廷矢量.....	8
1.4.2 非传导各向同性介质中的坡印廷矢量.....	9
1.5 平面光波在电介质表面的反射和折射.....	9
1.5.1 电矢量平行入射面 .....	9
1.5.2 电矢量垂直入射面 .....	12
1.5.3 菲涅耳公式 .....	13
1.5.4 反射率和透射率 .....	13
1.6 光波由光疏介质进入光密介质.....	16
1.6.1 反射率、透射率变化.....	16
1.6.2 布鲁斯特角 .....	19
1.6.3 相位变化.....	20
1.7 光波由光密介质进入光疏介质.....	21
1.7.1 反射率、透射率变化.....	21
1.7.2 全反射 .....	22
1.7.3 相位变化.....	23
1.7.4 倏逝波 .....	25

若您对此书内容有任何疑问, 可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

1.8	MATLAB 预备技能与技巧 .....	27
1.8.1	向量及其操作 .....	27
1.8.2	MATLAB 基本作图 .....	33
1.9	习 题 .....	42
<b>第 2 章</b>	<b>理想平板介质光波导中的光传播特性及仿真 .....</b>	<b>43</b>
2.1	平板介质光波导一般概念 .....	43
2.2	平板光波导分析的射线法 .....	44
2.2.1	振幅反射率和附加相移 .....	45
2.2.2	特征方程 .....	46
2.3	平板光波导中的 TE 模 .....	47
2.3.1	TE 模的电磁理论求解 .....	47
2.3.2	TE 模的特征方程和截止条件 .....	49
2.3.3	TE 模特征方程的 MATLAB 图解 .....	50
2.3.4	TE 模特征方程的 MATLAB 数值求解 .....	54
2.3.5	非对称平面光波导和对称平面光波导 .....	55
2.3.6	TE 模的截止波长 .....	58
2.3.7	TE 模场分布的 MATLAB 图示 .....	58
2.3.8	TE 模的传输功率 .....	60
2.4	平板光波导中的 TM 模 .....	61
2.4.1	TM 模的电磁理论求解 .....	61
2.4.2	TM 模的特征方程 .....	62
2.4.3	TM 模的截止波长 .....	62
2.4.4	TM 模的传输功率 .....	63
2.5	MATLAB 预备技能与技巧 .....	64
2.5.1	MATLAB 的脚本和函数 .....	64
2.5.2	函数的函数 .....	65
2.5.3	方程求根的 MATLAB 数值解法 .....	67
2.5.4	方程求根的 MATLAB 符号解法 .....	73
2.6	习 题 .....	81
<b>第 3 章</b>	<b>光纤中的光传播特性及仿真 .....</b>	<b>82</b>
3.1	光纤的诞生和光纤通信 .....	82
3.2	光纤的一般概念 .....	83
3.2.1	光纤和光缆 .....	83
3.2.2	光纤的种类 .....	84
3.2.3	光纤的制造 .....	86



3.2.4	光纤的损耗 .....	86
3.2.5	光纤传输的优点 .....	87
3.3	光纤的参数定义.....	88
3.3.1	基本特性参数.....	88
3.3.2	归一化工作频率 .....	89
3.3.3	归一化横向相位参数和归一化横向衰减参数 .....	89
3.3.4	有效折射率 .....	90
3.3.5	归一化相位常数 .....	90
3.3.6	截止波长.....	90
3.4	光纤波导的电磁理论解法.....	91
3.4.1	柱坐标系亥姆霍兹方程和Bessel函数.....	91
3.4.2	光纤中的电磁场分量矢量解 .....	94
3.4.3	矢量解的特征方程 .....	97
3.4.4	导波模的分类和特征方程.....	98
3.5	光纤中的线性偏振模式 $LP_{lm}$ .....	99
3.5.1	LP模的简并及其特征方程 .....	99
3.5.2	LP模的截止条件 .....	101
3.5.3	LP模归一化截止频率的数值求解 .....	102
3.6	阶跃型折射率光纤中的模式容量和光功率分布.....	105
3.6.1	阶跃型折射率光纤中LP模的模式容量 .....	105
3.6.2	阶跃型折射率光纤中LP模的光功率 .....	106
3.7	单模光纤特性分析.....	108
3.7.1	单模光纤的特征方程及其MATLAB数值求解 .....	108
3.7.2	单模光纤的一维模场分布 .....	113
3.7.3	单模光纤的二维模场分布 .....	115
3.7.4	单模光纤的三维模场分布 .....	116
3.7.5	单模光纤的归一化相位常数 .....	118
3.7.6	单模光纤的光功率填充因子 .....	120
3.7.7	单模光纤的模场直径（模场半径） .....	122
3.7.8	光纤中模场的高斯模型近似 .....	125
3.8	多模光纤特性分析.....	128
3.8.1	多模光纤的特征方程及其MATLAB数值求解 .....	128
3.8.2	多模光纤模式的二维、三维光场分布.....	131

3.9	MATLAB预备技能与技巧 .....	135
3.9.1	Bessel函数及其特性 .....	135
3.9.2	MATLAB的三维曲线作图 .....	139
3.9.3	MATLAB的三维曲面作图 .....	143
3.10	习 题 .....	148
<b>第4章</b>	<b>高斯光束和光纤耦合 .....</b>	<b>149</b>
4.1	高斯光束及其传输 .....	149
4.1.1	高斯光束的基本性质 .....	149
4.1.2	高斯光束的复参数表示和ABCD定律 .....	155
4.1.3	高斯光束通过复杂光学系统的变换 .....	158
4.1.4	高斯光束通过薄透镜的变换 .....	161
4.1.5	高斯光束的聚焦 .....	164
4.2	光纤端面的辐射场 .....	166
4.2.1	夫朗和费区域的辐射场 .....	166
4.2.2	高斯孔径光束的辐射场 .....	172
4.2.3	试验确定参数 $ka$ 及 $V$ 的值 .....	174
4.3	光纤的光功率发射和耦合 .....	177
4.3.1	光源的输出方向图 .....	177
4.3.2	光源耦合进多模光纤的光功率计算 .....	179
4.3.3	LED与单模光纤的光功率耦合 .....	180
4.4	光纤与光纤的连接及其光功率损耗 .....	184
4.4.1	多模光纤连接的光功率损耗 .....	184
4.4.2	单模光纤连接的光功率损耗 .....	194
4.5	MATLAB预备技能与技巧 .....	196
4.5.1	数值积分和符号积分的基本概念 .....	196
4.5.2	积分的MATLAB符号计算 .....	197
4.5.3	积分的MATLAB数值计算 .....	201
4.6	习 题 .....	205
<b>第5章</b>	<b>激光原理及仿真 .....</b>	<b>207</b>
5.1	激光发展简介 .....	207
5.2	辐射与物质的相互作用 .....	208
5.2.1	吸收、反射、透过率及系数 .....	208
5.2.2	热辐射现象 .....	210
5.2.3	黑体辐射的规律 .....	210
5.2.4	普朗克公式和能量量子化假设 .....	212

若您对此书内容有任何疑问, 可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

5.2.5 玻尔兹曼分布 .....	215
5.3 自发辐射、受激辐射和受激吸收 .....	215
5.3.1 自发辐射 .....	217
5.3.2 受激辐射 .....	218
5.3.3 受激吸收 .....	218
5.3.4 爱因斯坦关系式 .....	219
5.4 吸收与光学增益 .....	220
5.4.1 原子线形 .....	220
5.4.2 受激吸收 .....	224
5.5 激光器的基本构成和激光的模式 .....	225
5.5.1 激光器的基本构成 .....	225
5.5.2 激光的模式 .....	226
5.6 激光速率方程 .....	227
5.6.1 三能级系统的速率方程 .....	229
5.6.2 四能级系统的速率方程 .....	231
5.7 激光调 Q 技术 .....	233
5.7.1 激光调 Q 原理 .....	233
5.7.2 声光调 Q .....	235
5.7.3 被动调 Q .....	235
5.8 激光二极管抽运的被动调 Q 微晶片激光器仿真 .....	237
5.8.1 被动调 Q 耦合速率方程组 .....	238
5.8.2 被动调 Q 耦合速率方程组数值仿真 .....	239
5.9 MATLAB 预备技能与技巧 .....	244
5.9.1 微分方程的概念 .....	244
5.9.2 常微分方程的数值解法 (初值问题) .....	245
5.9.3 欧拉法 .....	247
5.9.4 龙格-库塔法 .....	248
5.9.5 MATLAB 中的常微分方程初值问题求解 .....	252
5.9.6 MATLAB 中的 ode 求解函数 .....	257
5.9.7 高阶常微分方程 (组) 的 MATLAB 数值求解 .....	260
5.10 习 题 .....	262
<b>第 6 章 高功率双包层光纤激光器及仿真 .....</b>	<b>263</b>
6.1 双包层光纤激光器概述 .....	264
6.1.1 光纤激光器发展历史 .....	264
6.1.2 双包层光纤的结构 .....	266

6.1.3	双包层光纤激光器和其他激光器比较.....	268
6.2	端面抽运的掺Yb双包层光纤激光器的基本理论及仿真.....	269
6.2.1	端面抽运方式.....	270
6.2.2	Yb离子的能级结构和光谱特性.....	271
6.2.3	速率方程和公式推导.....	273
6.2.4	端面抽运高功率双包层光纤激光器的数值仿真.....	276
6.3	侧面抽运的双包层光纤激光器及其仿真.....	281
6.3.1	侧面抽运的耦合方式.....	282
6.3.2	多点侧面抽运的光纤激光器理论模型.....	287
6.3.3	多点侧面抽运高功率双包层光纤激光器的数值仿真.....	290
6.4	MATLAB预备技能与技巧.....	294
6.4.1	常微分方程的边值问题概述.....	294
6.4.2	边值问题数值解法.....	297
6.4.3	利用MATLAB求解边值问题示例.....	298
6.5	习 题.....	309
	MATLAB函数名与关键词索引.....	311
	术语索引.....	315
	参考文献.....	319

若您对此书内容有任何疑问, 可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。

# 第 1 章

## 光的电磁理论基础

光波是一种高频电磁波,而描述电磁波行为的基本方程是麦克斯韦方程,故分析光波在各种波导中的传输模式、色散、非线性效益等现象的规律,本质上就是在不同的边界条件下求解麦克斯韦方程或相应的波动方程。

本章将根据麦克斯韦电磁理论,利用电矢量和磁矢量来分析光波在两介质表面的反射特性,并结合 MATLAB 研究光波从光疏介质进入光密介质,以及光波从光密介质进入光疏介质时的反射率、透射率、相位等随入射角度的变换关系。

### 1.1 麦克斯韦电磁理论

#### 1.1.1 麦克斯韦方程组

英国物理学家麦克斯韦(1831—1879)是继法拉第之后,集电磁学大成的伟大科学家。他依据库仑、高斯、欧姆、安培、毕奥、萨伐尔、法拉第等前人的系列发现和实验成果,建立了第一个完整的电磁理论体系,不仅科学地预言了电磁波的存在,而且揭示了光、电、磁现象的本质的统一性,完成了物理学的又一次大综合。这一自然科学的理论成果,奠定了现代的电力工业、电子工业和无线电工业的基础。

麦克斯韦方程组则是麦克斯韦在19世纪建立的描述电场与磁场的4个基本方程构成的方程组。该方程组具有微分和积分两种形式。在麦克斯韦方程组中,电场和磁场已经成为一个不可分割的整体。该方程组系统地完整地概括了电磁场的基本规律,并预言了电磁波的存在。麦克斯韦提出的涡旋电场和位移电流假说的核心思想是:变化的磁场可以激发涡旋电场,变化的电场可以激发涡旋磁场;电场和磁场不是彼此孤立的,它们相互联系、相互激发组成一个统一的电磁场。麦克斯韦进一步将电场和磁场的规律综合起来,建立了完整的电磁场理论体系。这个电磁场理论体系的核心就是麦克斯韦方程组。

麦克斯韦方程组在电磁学中的地位,如同牛顿运动定律在力学中的地位一样。以麦克斯韦方程组为核心的电磁理论,是经典物理学最引以为自豪的成就之一。它所揭示出的电磁相互作用的完美统一,为物理学家树立了这样一种信念:物质的各种相互作用在更高层次上应该是统一的。另外,这一理论被广泛地应用到技术领域。

1845年,关于电磁现象的3个最基本的实验定律:库仑定律(1785年)、安培-毕奥-萨伐尔定律(1820年)、法拉第定律(1831—1845年)已被总结出来,法拉第的“电力线”和“磁力线”概念已发展成“电磁场”概念。场概念的产生,也有麦克斯韦的一份功劳,这是当时物理学中一个伟大的创举,因为正是场概念的出现,使当时许多物理学家得以从牛顿“超距观念”的束缚中摆脱出来,普遍地接受了电磁作用和引力作用都是“近距离作用”的思想。1855—1865年,麦克斯韦在全面地审视了库仑定律、安培-毕奥-萨伐尔定律和法拉第定律的

基础上, 把数学分析方法带进了电磁学的研究领域, 由此导致麦克斯韦电磁理论的诞生。

光同无线电波、X射线、γ射线一样都是电磁波。可见光的波长为 $0.38 \sim 0.76\mu\text{m}$ , 在电磁波谱中只占很小的一部分。在光学中主要讨论可见光和近红外波段的电磁波, 有时也将紫外波段包括进来。

电磁波是随时间变化的交变电磁场, 通常用以下4个场矢量来描述它: 电场强度 $\mathbf{E}$  (V/m)、电位移矢量 $\mathbf{D}$  (C/m<sup>2</sup>)、磁场强度 $\mathbf{H}$  (A/m) 和磁感应强度 $\mathbf{B}$  (Wb/m<sup>2</sup>), 它们服从麦克斯韦方程组。

麦克斯韦方程组的积分形式为

$$\int_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1.1)$$

$$\int_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \left( \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (1.2)$$

$$\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \rho dV \quad (1.3)$$

$$\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1.4)$$

式中,  $\mathbf{J}$ 为传导电流;  $\rho$ 为电荷密度。这是1873年前后, 麦克斯韦提出的表述电磁场普遍规律的4个方程。其中:

- 式(1.1)描述了变化的磁场激发电场的规律。
- 式(1.2)描述了电流源以及变化的电场激发磁场的规律。
- 式(1.3)描述了电场的性质。在一般情况下, 电场可以是库仑电场, 也可以是变化磁场激发的感应电场, 而感应电场是涡旋场, 它的电位移线是闭合的, 对封闭曲面的通量没有贡献。
- 式(1.4)描述了磁场的性质。磁场可以由传导电流激发, 也可以由变化电场的位移电流所激发, 它们的磁场都是涡旋场, 磁感应线都是闭合线, 对封闭曲面的通量也没有贡献。

麦克斯韦方程组的积分形式反映了空间某区域的电磁场量 ( $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{H}$ ) 和场源 (电荷密度 $\rho$ 、传导电流 $\mathbf{J}$ ) 之间的关系。麦克斯韦方程组也可以写成微分形式。在电磁场的实际应用中, 经常要知道空间逐点的电磁场量和电荷、电流之间的关系。从数学形式上, 就是将麦克斯韦方程组的积分形式化为微分形式。利用矢量分析方法, 可得麦克斯韦方程组的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.8)$$

并且有物质方程

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (1.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1.10)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.11)$$

式中,  $\varepsilon_0$ 和 $\varepsilon_r$ 分别为真空介电常数和介质的相对介电常数, 并且 $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{F/m}$ ;  $\mu$ 为介质的磁导率, 对于一般的光波导介质, 其近似值为真空磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 。

根据麦克斯韦理论, 在无自由电荷及电流的均匀透明介质中, 电磁场的时空特性可以写成下面的麦克斯韦方程形式:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.13)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.15)$$

并且有以下关系式

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (1.16)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.17)$$

式(1.16)和(1.17)也称为物质方程(或称本构方程),  $\mathbf{P}$ 为介质在外场作用下的电极化强度矢量, 且在线性情况下, 有

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (1.18)$$

考虑到式(1.16), 可得

$$\varepsilon_r = 1 + \chi \quad (1.19)$$

此处,  $\chi$ 为线性极化率。若考虑到介质的非均匀及色散特性, 则介质的相对介电常数一般是空间坐标及电磁场振荡频率的函数。

## 1.1.2 边界条件

由麦克斯韦方程组的积分形式可得在两种介质分界面上的电磁场的边界条件为:

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1.20)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \alpha \quad (1.21)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \sigma \quad (1.22)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1.23)$$

式中,  $\alpha$  是界面上的自由面电流密度;  $\sigma$  是界面上的自由电荷密度;  $\hat{n}$  则是界面的法向单位矢量。

在两种介质的临界面上, 若不存在自由面电荷和自由面电流, 则电磁场满足如下的边界条件:

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1.24)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1.25)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (1.26)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1.27)$$

该边界条件的物理意义是: 在无自由电荷及电流的界面上, 电场强度及磁场强度的切向分量连续, 电磁场的电通量及磁通量密度的法向分量连续。

### 1.1.3 时谐电磁场

如果电磁场的电分量和磁分量都随时间  $t$  以相同的频率  $\omega$  做正弦变化, 则称这类电磁场为时谐电磁场。任何复杂变化的场都可以用傅里叶积分的方法分解为许多正弦变化场的叠加, 因此讨论时谐电磁场的波动方程是具有普遍意义的。对于时谐电磁场, 其电分量和磁分量可以用复数的形式来表示:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (1.29)$$

式中,  $\mathbf{r}$  为场的方位矢量。

因此, 对于时谐电磁场的电场和磁场谐变矢量对时间求导可表示为:

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{E} \quad (1.30)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{E} \quad (1.31)$$

对于时谐电磁场在理想介质 (介质中无自由电荷及传导电流) 中传输时, 其麦克斯韦方程组可以写成如下的形式:

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} = i\omega \mu \mathbf{H} \quad (1.32)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D} = -i\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (1.33)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.34)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1.35)$$

对式(1.32)取旋度并将式(1.33)代入之, 就得到对时谐电磁场下的定态波动方程及亥姆霍兹方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.36)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.37)$$



其中

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi\nu \quad (1.38)$$

式中,  $\lambda$ 为电磁波的波长;  $\nu$ 是电磁波的频率。

### 1.1.4 电磁场的波动方程

麦克斯韦方程表明电磁场的变化具有波动性, 可以脱离源形成电磁波。如果传输电磁波的介质是各向同性的, 并且没有外加场源(即 $\mathbf{J} = 0$ ,  $\rho = 0$ )的情况下, 根据麦克斯韦方程得到电磁波在真空中传输时, 其电磁场的波动方程可以分别写成关于电矢量和磁矢量的波动方程, 形式为

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.39)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (1.40)$$

式中,  $c$ 为真空中的电磁波(光波)传播速度。

## 1.2 平面波和叠加原理

### 1.2.1 平面波

在非色散介质中, 沿 $x$ 方向传输的平面光波, 若其电场的振动在 $y$ 方向上, 则该平面波可以写为

$$E_y = E_{y0} \cos[2\pi(x/\lambda - t/T)] \quad (1.41)$$

式中,  $E_{y0}$ 为电场幅度;  $\lambda$ 为波长;  $t$ 为时间;  $T$ 为振动周期。

如果引入波矢量 $k = 2\pi/\lambda$ 以及圆频率 $\omega = 2\pi/T$ , 则式(1.41)对应的复指数形式为

$$E_y = E_{y0} e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.42)$$

将式(1.42)带入波动方程, 可得

$$\omega/k = v \quad (1.43)$$

式中,  $v = \omega/k$ 为相速度, 其在真空中等于 $c$ 。

采用矢量的表达方式可以更方便地研究光波在空间 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 方向的传播。选择空间直角坐标系的3个正交轴分别为 $x\hat{i}$ 、 $y\hat{j}$ 和 $z\hat{k}$ , 其中 $\hat{i}$ 、 $\hat{j}$ 和 $\hat{k}$ 分别是各方向上的单位矢量。采用“分离变量法”求解方程(1.39)可以得到光波传播方向上的波矢量为

$$k\hat{n} = k_x\hat{i} + k_y\hat{j} + k_z\hat{k} \quad (1.44)$$

若您对此书内容有任何疑问, 可以凭在线交流卡登录 MATLAB 中文论坛与作者交流。