



国家示范性高等院校核心课程规划教材

工程测量技术专业及专业群教材

GONGCHENG CELIANG JISHU
ZHUANYE JIZHUANN
QUN JIAOCAI

测量平差

CELIANG PINGCHA

宋太江 主 编



重庆大学出版社

<http://www.cqup.com.cn>

测量平差

宋太江 主 编

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书共分6个学习情境。前面两个学习情境是测量平差的误差理论部分,包括观测误差、偶然误差的特性、衡量精度的指标、平差原则、协方差传播律及其在测量中的应用等;为了遵循由浅入深的学习规律,学习情境3中将平差计算所需的基本内容,如权的概念、定权的常用方法及协因数传播律等与直接平差合并编写,这对高职院校的学生循序渐进地学习平差方法有一定的好处;学习情境4、学习情境5是测量平差方法的主要内容,即条件平差法和间接平差法;学习情境6为误差椭圆的内容。全书各学习情境在编写中均突出了实例计算的内容,以利于学习者对计算方法和步骤的掌握,每一个学习情境内容后均配有知识能力训练的内容,以利于对应学习内容的巩固和检验。

本书为工科高职院校工程测量专业理论实践的一体化教材,也可作为测量及其相关专业工程技术人员的参考书,还较适合初步从事测量工作人员自学。

图书在版编目(CIP)数据

测量平差/宋太江主编. —重庆:重庆大学出版社,2010.2

(工程测量技术专业系列教材)

ISBN 978-7-5624-5267-6

I. ①测… II. ①宋… III. ①测量平差—高等学校:技术学校—教材 IV. ①P207

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第244481号

测量平差

宋太江 主 编

责任编辑:曾显跃 李定群 版式设计:曾显跃

责任校对:邬小梅 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人 张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编 400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷。

*

开本:787×1092 1/16 印张:12 字数:300千

2010年2月第1版 2010年2月第1次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5624-5267-6 定价:22.00元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

编写委员会

编委会主任 | 张亚杭

编委会副主任 | 李海燕

编委会委员

唐继红
黄福盛
吴再生
李天和
游普元
韩治华
陈光海
宁望辅
栗俊江
冯明伟
兰玲
庞成

序

本套系列教材,是重庆工程职业技术学院国家示范高职院校专业建设的系列成果之一。根据《教育部 财政部关于实施国家示范性高等职业院校建设计划 加快高等职业教育教学改革与发展的意见》(教高[2006]14号)和《教育部关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》(教高[2006]16号)文件精神,重庆工程职业技术学院以专业建设大力推进“校企合作、工学结合”的人才培养模式改革,在重构以能力为本位的课程体系的基础上,配套建设了重点建设专业和专业群的系列教材。

本套系列教材主要包括重庆工程职业技术学院五个重点建设专业及专业群的核心课程教材,涵盖了煤矿开采技术、工程测量技术、机电一体化技术、建筑工程技术和计算机网络技术专业及专业群的最新改革成果。系列教材的主要特色是:与行业企业密切合作,制定了突出专业职业能力培养的课程标准,课程教材反映了行业新规范、新方法和新工艺;教材的编写打破了传统的学科体系教材编写模式,以工作过程为导向系统设计课程的内容,融“教、学、做”为一体,体现了高职教育“工学结合”的特色,对高职院校专业课程改革进行了有益尝试。

我们希望这套系列教材的出版,能够推动高职院校的课程改革,为高职专业建设工作作出我们的贡献。

重庆工程职业技术学院示范建设教材编写委员会
2009年10月

前言

本书是根据重庆工程职业技术学院工程测量专业高职教学计划和工程测量专业《测量平差》高职课程教学大纲编写的。高职教育因其定位不同于专科,更有别于本科,是一种新的教育教学模式,在教学课程设置、教学内容的安排上尚无现成和成熟的经验可循。从2007年开始,教育部在全国一些高职院校推进示范建设,重庆工程职业技术学院有幸成为全国第二批高职示范院校建设单位之一,其工程测量专业被列为示范建设重点专业,教材建设是专业建设的重要内容之一。我校通过对教育部关于高职院校示范建设有关文件和一些职业教育先进材料的学习、认识,并结合学院各专业自身情况以突出其专业办学特点和特色。为此,学院组织力量对重点建设专业的教材进行了编写。可以说,示范院校建设的过程就是探索的过程,其中的教材建设也就是探索路上所走的一步。我校工程测量专业的《测量平差》教材的编写就是在这样的背景下进行的。在本书编写中,进一步体现了高职教材的“神”——理论实践一体化,加强实践性教学内容,即在原有测量平差基本内容的基础上,加强实例和实训内容,使其平差计算操作性更强;为使我校工程测量专业教材风格统一,我们在教材的“形”上也有所改变,如将教材中一个相对独立的内容部分取名为“学习情境”,这也是和一般教材有所区别的。

本书具有如下特点:

①每一个学习情境前给出了教学内容、知识目标和技能目标,有利于老师突出这些目标内容的教学,也有利于学生的学习。

②通俗易懂,理论联系实际,在保持基本理论完整的前提下,舍去繁琐的推证,突出实践性和可操作性。

③每一个学习子情境后都附有知识能力训练内容,便于学生根据每节课的教学内容加强知识能力的自我训练。

本书由宋太江主编,参加编写的人员有朱红侠。其中,宋太江编写学习情境1、2、3、5、6,朱红侠编写学习情境4和附录。全书由宋太江统稿。

本书在编写的过程中,得到了学院、资勘系领导以及测量教研室全体教师的大力支持,在此表示衷心感谢。

由于作者水平所限,加之编写时间十分仓促,书中纰漏或欠妥之处在所难免,衷心希望使用本书的读者批评指正。

编 者

2009年10月

目 录

学习情境 1 绪论	1
子情境 1 观测误差	1
子情境 2 测量平差的任务	4
知识能力训练	4
学习情境 2 误差与精度	6
子情境 1 偶然误差的特性	7
子情境 2 衡量精度的标准	10
子情境 3 平差原则	13
子情境 4 误差传播定律	16
子情境 5 误差传播定律在测量上的应用	22
子情境 6 由真误差计算中误差	24
知识能力训练	27
学习情境 3 直接平差与权	31
子情境 1 等精度直接平差及其精度评定	32
子情境 2 不等精度直接平差原理	36
子情境 3 权与单位权中误差	39
子情境 4 确定权的常用方法	41
子情境 5 协因数和协因数传播律	44
子情境 6 由不等精度的真误差计算中误差	48
子情境 7 不等精度直接平差的精度评定	51
知识能力训练	53
学习情境 4 条件平差	58
子情境 1 条件平差原理	60
子情境 2 必要观测与多余观测	65
子情境 3 条件方程式	68

子情境 4 法方程式	88
子情境 5 精度评定	90
子情境 6 条件平差算例	95
知识能力训练	108
学习情境 5 间接平差	113
子情境 1 间接平差原理	114
子情境 2 误差方程	118
子情境 3 间接平差的法方程式	134
子情境 4 间接平差的精度评定	138
子情境 5 间接平差算例	146
知识能力训练	157
学习情境 6 误差椭圆	163
子情境 1 点位真误差及点位误差	164
子情境 2 误差曲线和误差椭圆	168
子情境 3 相对误差椭圆	171
知识能力训练	174
附录 MATLAB 软件在测量平差数据处理中的应用	176
参考文献	180

学习情境 1

绪 论



教学内容

主要介绍观测误差及其产生的原因、误差的分类以及测量平差的任务。



知识目标

能正确陈述观测误差及其产生的原因,能基本正确陈述误差按其影响性质的分类,能正确陈述测量平差的任务。



学习导入

对于测量工作需要建立一个概念,即在测量工作中误差是不可避免的。为什么误差不可避免?误差来自哪里?都有些什么误差?它们的影响是怎样的?即应该了解,系统误差和偶然误差二者对观测结果的影响是不一样的。根据系统误差的性质,在一定的观测条件下,系统误差可用各种方法加以消除,或削弱其影响;而对于偶然误差只能掌握其规律,削弱其影响。

测量平差要研究什么问题,即对于带有观测误差的观测值,我们要做什么工作?完成哪些任务?这些问题应该是在学习本学习情境中要考虑的。

子情境 1 观测误差

一、观测值及观测误差

在测量工作中,用测量仪器、工具等多种测量手段和方法对观测对象进行量测所获得并以数字形式表示的结果,称为观测值。例如,测量中常见的水平角、竖直角、距离、高差等。

当对某量进行重复观测时,就会发现:这些观测值并不一定相等,它们之间往往存在一定

的差异。例如,对同一段距离按一定的要求重复丈量若干次,量得的长度通常都不相等;又如,对一个水平角用同一等级的经纬仪对其进行多次观测,其结果也不相等。在测量工作中,经常碰到的另一种情况是:已经知道某几个量之间应该满足某一理论关系,但当对这几个量进行观测后,就会发现实际观测结果往往不能满足这种关系。例如,从平面几何知道,一平面三角形的内角和应该等于 180° ,但对其 3 个角度观测以后也会发现,三内角之和往往不等于 180° ,而存在一定的差值。

在同一量的各观测值之间,或在各观测值与其理论值之间存在差异的现象,在测量中是普遍存在的。为什么会有这种现象发生呢?这是由于观测值中存在着观测误差的缘故,即观测值与其理论值之间存在的差异,就是观测误差。

二、观测误差产生的原因

观测误差是由观测引起的,为什么观测会引起误差呢?影响观测的因素很多,归纳起来有以下 3 个方面:

1. 测量仪器

测量工作是利用仪器进行的,由于每一种仪器仅具有一定的精密度,因而使观测值的精确程度受到一定的限制。例如,用只刻有厘米分划的普通水准尺进行水准测量时,就难以保证在厘米以下单位估读数值的准确性;同时,仪器本身也有一定的误差,如水准仪的视准轴不平行于水准轴、水准尺的分划误差等。因此,使用这样的水准仪和水准尺进行观测,就使得观测的结果产生误差。

2. 观测者

由于观测者的感觉器官的鉴别能力有一定的局限性,在观测过程中不论观测者的操作多么认真仔细,操作技术多么熟练,都会在仪器和目标的安置、照准、读数等方面产生误差。另外,观测者的工作态度和技术水平也是产生误差的一个重要原因。

3. 外界条件

观测时所处的外界条件,如温度、湿度、风力、大气折光等因素都会对观测结果直接产生影响;同时,随着温度的高低、湿度的大小、风力的强弱及大气折光等因素的不断变化,它们对观测结果的影响也随之不同,因而,在这样的客观环境下进行观测,就必然使观测的结果产生误差。

上述 3 个方面的因素是测量误差的主要来源。通常,我们将此 3 个方面的因素综合起来称为观测条件。不难理解,观测条件的好坏与观测成果的质量有着密切的联系。很明显,观测条件好一些,观测中所产生的误差则少一些,观测成果的质量就高一些。反之,观测条件差一些,观测成果的质量就低一些。当然,观测条件相同,观测成果的质量也就是相同的。因此,观测成果质量的高低也就客观地反映了观测条件的优劣。但是,不管观测条件如何,由于受到上述因素的影响,观测的结果都会产生这样或那样的误差。从这一意义上来说,在测量中产生误差是不可避免的。当然在客观条件允许的限度内,测量工作者可以而且必须确保观测成果具有较高的质量。

三、观测误差的分类

根据误差对观测结果的影响性质,可将观测误差分为系统误差和偶然误差两类。

1. 系统误差

在相同的观测条件下作一系列的观测,如果误差在大小、符号上表现出系统性,或者在观测过程中按一定的规律变化,或者保持为某一常数,那么,这种误差就称为系统误差。例如,用具有某一尺长误差的钢尺量距,由钢尺误差所引起的距离误差与所测距离的长度成正比的增加,距离越长,所积累的误差也越大;又如,经纬仪因校正或整治不完善而使所测角度产生误差等,这些都是由于仪器不完善或在工作前未经检验校正而产生的系统误差;再如,用钢尺量距时的温度与检定钢尺时的温度不一致,而使所测的距离产生误差;测角时因大气折光影响而产生的角度误差,等等。这些都是由于外界条件所引起的系统误差。此外,某些观测者在照准目标时,总是习惯于把望远镜十字丝对准目标中央的某一侧,也会使观测结果带有系统误差。

2. 偶然误差

在相同的观测条件下作一系列的观测,如果误差在大小和符号上都表现出偶然性,即从单个误差上看,该列误差的大小和符号没有规律性,但就大量误差的总体而言,具有一定的统计规律,这种误差称为偶然误差。例如,用经纬仪测角,测角误差是由照准误差、读数误差、外界条件变化所引起的误差、仪器本身不完善而引起误差的综合影响的结果。而其中每一项误差又是由许多偶然因素所引起的小误差的代数和。又如,照准误差可能是由于脚架、觇标的晃动或扭转,风力风向的变化,目标的背景,大气折光和大气透明度等,这些偶然因素影响所产生的各项误差的总和,而每项微小误差又随着偶然因素影响的不断变化,其数值忽大忽小,其符号或正或负。这样,由它们所构成的总和就其个体而言,无论是数值的大小或符号的正负都不能预知,这种性质的误差称为偶然误差。

测量工作的整个过程中,除了上述两种性质的误差以外,还可能发生错误。错误的发生,大多数是由于工作中的粗心大意所造成的。错误的存在不仅大大影响测量成果的可靠性,而且往往造成返工浪费,给工作带来难以估量的损失。因此必须用适当的方法和措施,保证观测结果中不存在错误。在测量工作中,错误也就不能算作观测误差。

系统误差和偶然误差在观测的过程中总是同时产生的。当观测值中有显著的系统误差时,偶然误差就居于次要的地位,观测误差就呈现出系统性,反之,即呈现出偶然的性质。

系统误差对于观测结果的影响一般具有累积的作用,它对成果质量的影响也特别显著。在实际工作中,应该采用各种方法来消除系统误差,或者减小其对观测成果的影响,使其达到实际上可以忽略不计的程度。例如,在进行水准测量时,使前、后视距相等,以消除由于视准轴不平行于水准轴对观测高差所引起的系统误差;预先对量距使用的钢尺进行检定,求出尺长误差的大小,对所量距离进行改正,以消除尺长误差对量距所引起的系统误差;等等。这些都是消除系统误差的方法。

当观测值中已经排除了系统误差的影响,或者与偶然误差相比,系统误差已处于次要地位,则观测值中主要存在着偶然误差。这样的观测值,可看成仅带有偶然误差的观测值。要对这样的观测值进行适当的处理就是测量平差所要研究的内容。

子情境2 测量平差的任务

一、多余观测的意义

由于观测结果不可避免地存在着偶然误差的影响,而这种影响不可能通过改变测量方法或者加改正数来消除。因此,在实际工作中,为了提高测量成果的质量,同时也为了检查并及时发现观测值中可能存在的错误,通常要使观测值的个数多于未知数的个数。多于未知数个数的观测数称为多余观测个数。例如,对一条导线边,丈量一次就可得出其长度,但实际上总要多丈量两次以上;一个平面三角形,只需要观测其中的两个内角,即可确定它的形状,但通常是观测3个内角。

在测量工作中,进行多余观测有两个意义:其一,因为多余观测则形成了对观测值的检核条件,从而起到对观测值正、误的判断作用;其二,由于偶然误差的存在,进行多余观测后,必然出现观测结果不相一致的情况,或不符合应有的几何关系而存在不符值。而每一个观测值都是有误差的,要应用什么样的结果才最合理、最可靠?这就需要对观测值进行合理的处理,使最后利用的结果比观测值本身更可靠。

二、测量平差的任务

测量平差的第一个任务,对带有偶然误差的观测值,采用一定的数学方法进行合理的处理,其目的是消除它们之间的不符值,求得被观测量的最可靠的结果。而对观测值进行数学处理的方法较多,不同的数学处理方法也就对应不同的平差方法。例如,在本书中将讲述两种主要的平差方法,即条件平差和间接平差。但不论采用哪一种数学方法,其平差计算的结果应该是唯一的。

既然观测会产生误差,其误差大小则会因不同的观测而变化,这就引出了大小不同的误差对观测结果的影响程度如何?测量平差的另一个任务,就是要对带有误差的观测值及据此求出的最可靠结果给出一个质量评判,即要评定观测值及其最可靠值的精度,从而掌握这些误差对观测结果的影响程度,判断测量成果的质量是否能够满足相应工程的要求。

概括以上,测量平差的任务如下:

①对一系列带有偶然误差的观测值,采用合理的方法消除它们之间的不符值,求出未知量的最可靠值。

②运用合理的方法来评定观测值及形成成果的精度。

知识能力训练

1-1 什么是观测误差?

1-2 观测误差产生的原因是什么?

1-3 什么是观测条件?观测条件的好坏与观测成果的质量有什么关系?

1-4 什么是偶然误差？什么是系统误差？

1-5 在角度测量中用正、倒镜观测,是为了消除什么误差的影响？

1-6 在水准测量中使前、后视距相等是为了消除什么误差的影响？

1-7 瞄准误差、竖盘指标差各属哪类误差？能否消除？用什么方法消除？

1-8 在水准测量中,下列的几种情况使水准尺的读数带有误差,试判断误差的性质及其符号:

①视准轴不平行于水准轴;

②水准仪下沉;

③估读毫米不准确;

④水准尺下沉。

1-9 多余观测在测量中有什么用处？

1-10 测量平差的任务有哪些？

学习情境 2

误差与精度



教学内容

主要介绍偶然误差的特性、测量工作中衡量精度的标准、测量平差的原则、误差传播的规律及其在测量上的基本应用以及由真误差计算中误差的两个特例。



知识目标

能正确陈述偶然误差的 4 个特性,能正确陈述衡量精度的 3 个常用标准,能基本正确陈述平差的原则和误差传播定律,能正确陈述几种基本测量工作的误差传播的规律,能基本正确陈述由真误差计算中误差的两个特例。



技能目标

能根据等精度的真误差计算中误差,能根据几种基本测量工作的误差传播规律,计算其观测值函数的中误差。



学习导入

本学习情境的内容是十分重要的基础内容。要对带有偶然误差的观测值进行数学处理,而偶然误差又是不可避免的,故要研究和掌握偶然误差的特性;同样,针对带有偶然误差的观测值,要建立精度的概念,对于观测值精度的高低,要给予评判,就需要评定精度的指标,在我国测量工作中是用什么样的指标,怎么用这些指标对于学习者而言则是十分重要的;平差是对带有观测误差的观测值进行数学处理,在处理观测值时应遵循的平差原则对学习测量平差则应非常清楚。另外,由观测值计算得到的许多成果(如观测值的函数),观测值误差是以什么样的方式传播给函数的?这就必须要搞清楚误差传播定律。特别是对已学过的测量基本内容,必须正确和熟练地掌握它们的误差传播规律。

子情境1 偶然误差的特性

任何一个被观测的量,客观上总是存在着一个能代表其真正大小的数值,这一数值被称为该量的真值。

设对某量进行了 n 次观测,其观测值为 $L_1, L_2, \dots, L_n$,假定观测量的真值为 X ,由于观测带有一定的误差,因此,每一个观测值与其真值 X 之间必然存在一差数,即

$$\Delta_i = X - L_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2-1}$$

式中, Δ 称为真误差,简称为误差。在绪论中已指出:测量平差中研究的观测值应是排除了系统误差影响的观测值,因此,在以后的内容中, Δ 仅指偶然误差。

偶然误差就其误差的大小和符号而言,表面上看是没有规律的,呈现出偶然性。但是,根据无数的测量实践,人们发现在相同观测条件下,大量偶然误差却呈现出一定的规律性,下面通过对偶然误差的描述用实例来说明其规律性。

一、描述偶然误差分布的方法

1. 误差分布表

在某测区,于相同的观测条件下,独立地观测了 358 个三角形中的所有内角,由于观测值带有误差,故同一三角形三内角之和不等于 180° ,根据式(2-1),各个三角形内角和的真误差可由下式算出,即

$$\Delta_i = 180^\circ - (L_1 + L_2 + L_3)_i \quad (i = 1, 2, \dots, 358)$$

式中, $(L_1 + L_2 + L_3)_i$ 表示各三角形内角和的观测量。现取误差区间的间隔 $d\Delta$ 为 $0.20''$,将这一组误差按其正负号与误差绝对值的大小排列,统计出误差出现在各区间内的个数 v_i ,以及误差出现在某个区间内的频率 v_i/n (此处 $n = 358$),其结果列于表 2-1 中。

表 2-1 误差分布统计表

误差的 区 间 /($''$)	Δ 为负值			Δ 为正值			备 注
	个数 v_i	频率 v_i/n	$\frac{v_i/n}{d\Delta}$	个数 v_i	频率 v_i/n	$\frac{v_i/n}{d\Delta}$	
0.00 ~ 0.20	45	0.126	0.630	46	0.128	0.640	d $\Delta = 0.20$ 等于区间左 端值的误差算 入该区间内
0.20 ~ 0.40	40	0.112	0.560	41	0.115	0.575	
0.40 ~ 0.60	33	0.092	0.460	33	0.092	0.460	
0.60 ~ 0.80	23	0.064	0.320	21	0.059	0.295	
0.80 ~ 1.00	17	0.047	0.235	16	0.045	0.225	
1.00 ~ 1.20	13	0.036	0.180	13	0.036	0.180	
1.20 ~ 1.40	6	0.017	0.085	5	0.014	0.070	
1.40 ~ 1.60	4	0.011	0.055	2	0.006	0.030	
1.60 以上	0	0	0	0	0	0	
Σ	181	0.505		177	0.495		

从表 2-1 中可知,误差分布情况具有以下性质:

- ①误差的绝对值有一定的限值。
- ②绝对值较小的误差比绝对值较大的误差多。
- ③绝对值相等的正负误差的个数相近。

为了便于以后对误差分布相互比较,下面对另一测区的 421 个三角形内角和的一组误差,按上述方法作出统计,其结果见表 2-2。

表 2-2 误差分布统计表

误差的 区 间 /(")	Δ 为负值			Δ 为正值			备 注
	个数 v_i	频率 v_i/n	$\frac{v_i/n}{d\Delta}$	个数 v_i	频率 v_i/n	$\frac{v_i/n}{d\Delta}$	
0.00 ~ 0.20	40	0.095	0.475	37	0.088	0.440	$d\Delta = 0.20$ 等于区间左 端值的误差算 入该区间内
0.20 ~ 0.40	34	0.081	0.405	36	0.085	0.425	
0.40 ~ 0.60	31	0.074	0.370	29	0.069	0.345	
0.60 ~ 0.80	25	0.059	0.295	27	0.064	0.320	
0.80 ~ 1.00	20	0.048	0.240	18	0.043	0.215	
1.00 ~ 1.20	16	0.038	0.190	17	0.040	0.200	
1.20 ~ 1.40	14	0.033	0.165	13	0.031	0.155	
1.40 ~ 1.60	9	0.021	0.105	10	0.024	0.120	
1.60 ~ 1.80	7	0.017	0.085	8	0.019	0.095	
1.80 ~ 2.00	5	0.012	0.060	7	0.017	0.085	
2.00 ~ 2.20	6	0.014	0.070	4	0.009	0.045	
2.20 ~ 2.40	2	0.005	0.025	3	0.007	0.035	
2.40 ~ 2.60	1	0.002	0.010	2	0.005	0.025	
2.60 以上	0	0	0	0	0	0	
$\sum$	210	0.499		211	0.501		

如表 2-2 所示的 421 个真误差,尽管其观测条件不同于表 2-1 中的真误差,但由表 2-2 可知:越接近于零的误差区间,其频率越大;随着离开零误差越来越远,其频率也逐渐递减;且出现在正、负误差区间内的频率基本上相等。因而,表 2-2 的误差分布情况与表 2-1 内误差分布的情况有相同的性质。

2. 直方图

误差分布的情况,除了采用上述误差分布表的形式描述外,还可利用图形来描述。例如,以横坐标表示误差的大小,纵坐标代表各区间内误差出现的频率除以区间的间隔值,即 $(v_i/n)/d\Delta$ (此处间隔值均取为 $d\Delta = 0.20''$)。分别根据表 2-1 和表 2-2 中的数据绘制出图 2-1 和图 2-2。可见,此时图中每一个误差区间上的长方条面积就代表误差出现在该区间内的频率。例如,图 2-1 中画有斜线的长方条面积,就是代表误差出现在 $0.00'' \sim +0.20''$ 区间内的频率 0.128。这种图通常称为直方图,它形象地描述了误差的分布情况。

由此可知,在相同观测条件下所得到的一组独立观测的误差,只要观测的总个数 n 足够大,那么,误差出现在各区间内的频率就总是稳定在某一常数附近,而且当观测个数越多时,稳