

中学错例解析与模拟训练丛书

初中 数学 错例 解析



北京市海淀区及首都多所重点学校
特级、高级教师集体编写

主编 冯士腾
北京师范大学出版社

中学错例解析与模拟训练丛书

初中数学错例解析

(附模拟训练题与参考答案)

主 编
编 著

冯士腾

冯士腾

陈彦博

许俊岐

涂小玉

万 福

刘连续

庄建芳

北京师范大学出版社

(京)新登字 160 号

《中学错例解析丛书》

初中数学错例解析

主编 冯士腾

*

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

湖南省新华印刷二厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 12.5 字数: 270 千

1993 年 12 月 第 1 版 1993 年 12 月 第 1 次印刷

印数: 1—8,000

ISBN 7-303-02917-6/G·2000

定价: 6.80 元

中学错例解析与模拟训练丛书

主 编

张德政

副主编

杨惠娟

程 迟

张世鸿

前 言

恩格斯曾经指出：“无论从哪方面学习，不如从自己所犯错误的后果学习来得快。”向错误学习，并不是去学习已经证明是错误的东西，而是通过对错误的分析，揭示错误的所在，剖析产生错误的原因，从中探寻正确的思路，以求找出正确的答案，避免类似错误的发生，进而采用最佳的思维方法、技巧，提高分析问题和解决问题的能力。本书正是从这一点出发构思编著的。

本书依据国家教委最新颁布的《全日制中学数学教学大纲》（修订本）所规定的教学内容编写，广泛收集初中学生平时练习和历届升学考试中的错误解题，经过筛选，找出典型性错例，按知识结构分成若干章（部分）。每章（部分）又分成若干专题。每个专题设有导语，指出知识的重点难点及错解的“多发事故点”，然后举例辨析，指明错解原因，并在此基础上列举正确解答的内容。每个专题后，根据编者多年教学经验并参照历届中考试题，编出一定数量的训练题和中考模拟题，使学生举一反三，触类旁通。

由于编者水平所限，编写时间又十分仓促，疏漏不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编 者

• 1 •

目 录

前 言

代 数 部 分

第一章	有理数	(3)
一、	概念错误	(3)
二、	计算错误	(10)
	思考题参考答案与提示	(15)
第二章	整式的加减	(17)
一、	概念错误	(17)
二、	计算错误	(22)
三、	方法错误	(27)
	思考题参考答案与提示	(30)
第三章	一元一次方程	(32)
一、	计算错误	(32)
二、	审题错误	(37)
	思考题参考答案与提示	(43)

第四章	一元一次不等式	(46)
一、概念错误	(46)	
二、计算错误	(51)	
思考题参考答案与提示	(56)	
第五章	整式的乘除法	(58)
一、概念错误	(58)	
二、计算错误	(64)	
思考题参考答案与提示	(78)	
第六章	因式分解	(79)
一、概念错误	(79)	
二、方法错误	(83)	
思考题参考答案与提示	(92)	
第七章	分式	(93)
一、概念错误	(93)	
二、计算错误	(100)	
思考题参考答案与提示	(113)	
第八章	数的开方	(114)
概念及计算的错误	(114)	
思考题参考答案与提示	(120)	
第九章	二次根式	(121)
一、概念错误	(121)	
二、计算错误	(133)	
思考题参考答案与提示	(145)	

第十章 一元二次方程 (146)

一、概念错误 (146)

二、方法错误 (166)

思考题参考答案与提示 (175)

第十一章 函数及其图象 (179)

一、概念错误 (179)

二、忽视条件产生的错误 (188)

思考题参考答案与提示 (193)

第十二章 解三角形 (197)

一、概念错误 (197)

二、计算错误 (213)

思考题参考答案与提示 (217)

几 何 部 分

第一章 基本概念 (223)

一、概念错误 (223)

二、画图错误 (229)

思考题参考答案与提示 (231)

第二章 相交线、平行线 (233)

一、概念错误 (233)

二、论证错误 (239)

思考题参考答案与提示 (246)

第三章	三角形.....	(248)
一、概念错误		(248)
二、论证错误		(253)
思考题参考答案与提示		(268)
第四章	四边形.....	(271)
一、概念错误		(271)
二、论证错误		(276)
思考题参考答案与提示		(286)
第五章	面积、勾股定理.....	(289)
思考题参考答案与提示		(295)
第六章	相似形.....	(297)
一、概念错误		(297)
二、忽视条件产生的错误		(305)
三、计算错误		(310)
四、方法错误		(316)
五、画图错误		(322)
六、论证错误		(328)
思考题参考答案与提示		(336)
第七章	圆.....	(344)
一、概念错误		(344)
二、论证错误		(364)
思考题参考答案与提示		(387)

代 数 部 分

长陪双升

第一章 有理数

一 概念错误

【导语】

数是由于实际问题而产生并由实际问题需要而逐步发展的。而有理数是在小学学过的数及其运算的基础上的一次极为重要的扩充。尤其是有理数的有关概念（数轴、相反数、绝对值、倒数）对于理解和掌握中学数学内容甚至代数的全部内容是非常重要的。因此必须花力气、下功夫切实学好这些知识，否则会在运用数学概念分析问题上产生种种错误。

【例 1】

$-(-0.31)$ 的相反数是什么数？

【错解】

$-(-0.31)$ 的相反数是 0.31 。

【辨析】

本题产生错误的原因是在形式地记忆负数的相反数是正数，而没有从实质上认清 $-(-0.31)$ 本身是一个正数，而导至结论错误。

【正确思考】

根据去括号法则有 $-(-0.31) = 0.31$ 又因为正数的相反数为负数，所以答案应是 -0.31 。

【方法指导】

认真分析条件，用相反数的概念去指导分析答案。

【例 2】

一个数的倒数是它本身，这个数是什么数？

【错解】

这个数是 1。

【辨析】

1 的倒数是它本身，但倒数等于它本身的数不仅仅是 1，还有 -1 。因此解答不完整。

【正确思考】

在有理数范围内，由倒数概念可知 1 和 -1 的倒数都是它本身。

【方法指导】

在有理数范围内，求一个数的倒数关键在于用倒数概念去分析。

【例 3】

若 a 是有理数，比较 a 和 $-a$ 的大小。

【错解】

$$a > -a$$

【辨析】

a 是字母, a 本身表示正数或负数也可能是零。而主观地认定 a 是一个正数, $-a$ 是一个负数, 从而得到 $a > -a$ 是忽视了题目的条件造成结论错误。

【正确思考】

在有理数数范围内, 当 $a > 0$ 时, 则 $a > -a$; 当 $a = 0$ 时, 则 $a = -a$; 当 $a < 0$ 时, 则 $a < -a$, 所以 $a > -a$ 不一定正确。

【方法指导】

遇到字母表示数, 要在有理数数范围内全面分析字母所表示的数, 根据要求做出正确解答。

【例 4】

求 a 的倒数。

【错解】

a 的倒数为 $\frac{1}{a}$ 。

【辨析】

解题时要对 a 的取值范围进行分析。若 a 为正数或负数时, 它的倒数确为 $\frac{1}{a}$, 可是当 a 为零时, 它的倒数不存在。

【正确思考】

当 $a \neq 0$ 时, a 的倒数为 $\frac{1}{a}$ 。

当 $a = 0$ 时, a 的倒数不存在。

【方法指导】

对字母表示的数要在有理数数范围内分析考虑问题。应该想到当 $a > 0$, $a = 0$, $a < 0$ 的三种情况。

【例 5】

求绝对值不大于 2 的整数。

【错解】

绝对值不大于 2 的整数有：-1, 1。

【辨析】

此题出现的错误有二：其一，对整数的概念模糊不清，因此把符合条件的“0”排除在整数集合之外；其二，对“不大于”理解不清，把它等同于“小于”，而把“等于”排除在外。由于以上原因造成解答错误。

【正确思考】

题目要求绝对值不大于 2 的整数，应先在数轴上，根据题目条件确定其范围，再认真挑选正确的答案。应是一2，-1, 0, 1, 2。

【方法指导】

认真审题，对于关键性词语“不大于”搞懂弄清，严格按照条件分析归纳出答案。

【例 6】

什么数的绝对值是它的相反数。

【错解】

负数的绝对值是它的相反数。

【辨析】

正数的绝对值是正数、零的绝对值是零、负数的绝对值是正数。从而得到负数的绝对值是它的相反数，但还有零的相反数就是零，零的绝对值也是零，显然漏掉了零的绝对值是它的相反数。

【正确思考】

因为负数的绝对值是正数，零的绝对值是零，而零的相反数还是零。故负数和零的绝对值是它的相反数。

【方法指导】

弄清概念，特别是“零”这个数，要熟记它的特殊性质，给予充分重视，避免漏答。

【例 7】

求 $\frac{|x|}{x}$ 的值。

【错解】

$$\frac{|x|}{x} = 1.$$

【辨析】

在式子 $\frac{|x|}{x}$ 中，显然 $x \neq 0$ ，但这里 x 表示的数可以是正数，也可以是负数，上面答案显然没有对 x 的取值进行全面的考虑，故答案是错误的。

【正确思考】

使 $\frac{|x|}{x}$ 成立，只有当 $x \neq 0$ ，若 $x > 0$ 时，则 $|x| = x$ ，就有 $\frac{|x|}{x} = 1$ ；若 $x < 0$ 时，则 $|x| = -x$ ，就有 $\frac{|x|}{x} = -1$ ；结论 $\frac{|x|}{x}$

$$= \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$$

【方法指导】

字母 x 表示有理数，应考虑到当 $x > 0$ ， $x = 0$ ， $x < 0$ 的各种情况，进行全面分析，给出答案。

【例 8】

A 是由小于 5 的非负整数所组成的集合, B 是由大于 -3 的非正整数所组成的集合, 在 A 和 B 中, 有无相同的数?

【错解】

没有相同的数, 因为小于 5 的非负整数是 1, 2, 3, 4, 等; 大于 -3 的非正整数有 -1, -2 等。

【辨析】

此题错在非负整数与非正整数的概念上。因为小于 5 的非负整数包括: 0, 1, 2, 3, 4; 而大于 -3 的非正整数包括: -2, -1, 0。故有相同的数 0。

【正确思考】

由于 A 是小于 5 的非负整数所以包括: 4, 3, 2, 1, 0; 而 B 是由大于 -3 的非正整数包括 -2, -1, 0。故 A 和 B 中有相同的数 0。

【方法指导】

正确理解非负整数包括零和正数与非正整数包括零和负数的概念。

【例 9】

“当 $-|a| = -2$ 时, 则 $a = 2$ ”, 试判断这个命题的真假性?

【错解】

这个命题是真命题。因为 $|a|$ 是正数, 所以 $-|a| = -2$, 就有 $a = 2$ 。

【辨析】

因为 $-|a| = -2$ 时, 所以 $a = \pm 2$, 故“当 $-|a| = -2$ 时, 则 $a = 2$ ”是假命题。