

MECHANICS
OF ANALYSIS STRUCTURAL

分析结构力学

● 丁圣果 编著



贵州出版集团



贵州科技出版社

MECHANIC
OF ANALYSIS STRUCTURAL

分析结构力学

● 丁圣果 编著



贵州出版集团



贵州科技出版社

图书在版编目(CIP)数据

分析结构力学 / 丁圣果编著. — 贵阳: 贵州科技出版社, 2010. 12

ISBN 978 - 7 - 80662 - 875 - 1

I. ①分… II. ①丁… III. ①分析力学: 结构力学
IV. ①0316②0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 231113 号

分析结构力学

丁圣果 编著

出版发行	贵州出版集团 贵州科技出版社
地 址	贵阳市中华北路 289 号(邮政编码: 550004)
网 址	http://www.gzstph.com http://www.gzkj.com.cn
经 销	贵州省新华书店
印 刷	贵阳德堡快速印务有限公司
版 次	2010 年 12 月第 1 版 第 1 次印刷
字 数	766 千字
印 张	31.5
开 本	787mm × 1 092mm 1/16
印 数	1 000 册
书 号	ISBN 978 - 7 - 80662 - 875 - 1/O · 013
定 价	68.00 元

本书由
贵州省科学技术学术著作
出版专项资金资助出版

贵州省科学技术学术著作出版专项资金委员会 成 员 名 单

名誉主任	孙国强	贵州省人民政府副省长
主 任	于 杰	贵州省科学技术厅厅长
副 主 任	刘援朝	贵州省新闻出版局局长
副 主 任	秦水介	贵州省科学技术厅副厅长
委 员	刘从强	中国科学院地球化学研究所所长
委 员	宋宝安	贵州大学副校长
委 员	包怀恩	贵阳医学院院长
委 员	石京山	遵义医学院院长
委 员	李存雄	贵州师范大学副校长
委 员	刘作锡	贵州省农业科学院院长
委 员	陈 训	贵州科学院副院长
委 员	俞 建	贵州大学教授
委 员	何 力	国家复合改性聚合物材料工程技术研究中心
委 员	孟志钢	贵州科技出版社副总编辑
委 员	韦奕松	贵州省财政厅教科文处处长
委 员	张芝庭	贵州神奇企业集团董事局主席

前 言

随着时代进步及学科发展,结构的分析计算向两个方向发展,一为理论分析概念化,即《定性结构力学》,二为计算结果数值化,即《程序结构力学》,目前虽然这样的书还未见出版,但学术界对孰向发展的的问题争论近十年来愈演愈烈。本书将二者有机结合,以《分析结构力学》为名,旨在全面强化土木类各专业基础理论水平和结构分析能力。

全书是在积笔者三十余年的教学经验及科研成果基础上,应土木工程界广大工程技术人员的需求,历时两年写成的。针对结构力学具有严密理论性及计算数值化特点,编著过程注重概念化分析思路的明晰、逻辑推理严谨、叙述简明、方法快捷,力求深入浅出,有所创新。全书内容涵盖一般结构力学上、下册知识,各章就概念、解题思路、分析方法均不同程度引入一些新颖点,主要表现在:

- 静定结构部分,系统归纳了画内力图的要领、突出内力图与荷载形式的关系,深化读者对结构内力特征的理性认识。

- 将合理拱轴线概念推广到多跨静定梁及连续梁,并以合理拱轴线计算的原理为基础,提出计算梁内后张拉曲线预应力筋的计算方法。

- 对于超静定结构的经典计算方法——力法,以较丰富的算例突出计算过程简化方法。

- 对于位移法部分,主要采用局部平衡法,在强化转角位移方程理性认识的基础上,对带剪力静定杆结构、带局部刚域结构、须分解侧移的带斜杆结构、无需设定未知量的结构均进行了较详细的范例讲解,对变温、初变形、支座移动等间接作用引起的内力计算也做了适度的分析。

- 影响线部分,包括影响线的画法及应用。在强化概念的基础上,介绍了静力法与机动法联合应用画静定刚架、静定桁架影响线及应用等代梁内力影响线概念确定桁架杆轴力影响线的快捷方法。较详尽阐述了工民建、交通土建等不同类型活载作用下的最不利工况确定及最不利内力计算方法,对包络图概念及框架结构的设计内力包络计算原理也做了适度介绍。

- 有限元部分,结合计算技术及计算机应用迅猛发展的时代进步,将分析法与编程机算的机算法有机结合,在阐明杆拉压刚度、侧移刚度、转动刚度的基础上,介绍了根据刚度系数物理意义确定总刚元素及建立有限元法基本方程的分析方法,不仅使多年来择重机算还是择重手算的矛盾在一定程度上得以解决,也为常规小型工程结构计算及学生毕业设计提出了可行的手算方法,避免了繁琐的矩阵运算。我们认为这一讲述方式有利于读者较快捷地从理论上更好掌握机算原理。书中既介绍了一般平面杆单元,也适度介绍了空间结构的杆单元。采用算例既有简单的桁架、刚架,也包括超静定次数较高的平面刚架、交叉梁系。

- 渐近法部分,力矩分配法采用图上分配的表述形式,直观易懂。提出了适用于渐近计算有侧移刚架的弯矩-剪力分配法,这一方法仍在简图上完成分配过程,避免了迭代法冗繁

过程,适合一般刚架的设计计算。

• 结构动力学部分,在阐明建立振动微分方程柔度法及刚度法原理的基础上,对不作用在质点上的简谐迫振力产生的振动力放大效应进行了分析。结构自振频率的计算突出能量方法,根据给出各种振型函数形式,使读者在自振频率的近似计算能力方面有进一步的后继发展潜力。

• 结构稳定分析部分,除对静力法建立稳定微分方程原理做了明晰阐述外,也较详细阐明了计算临界荷载的能量法,提出了屈曲函数的各种形式及结构中非压杆的弹性约束等效转换方法,力求对计算临界荷载的解题思路有所拓展。书中还对位移法计算临界荷载做了简要介绍。

针对结构力学学习过程需勤思熟练的特点,在各章后附了较丰富习题,这对读者掌握分析方法、熟悉解题思路,乃至作好相关专业的考研复习是有帮助的。

针对结构力学是大土木类重要专业基础的特点,阐述过程尽可能联系工程实际。

全书图文并茂,范例丰富。付波、王懿同志对书中大量插图付出了艰辛劳作。贵州大学丁婷老师除编著了第二、三、四章外,还对全书进行了认真细致校对。贵州大学结构工程教授黄勇博士,昆明理工大学教授孙俊博士,贵州大学教授于杰博士,贵州大学安竹石副教授对本书的内容提出了众多宝贵意见。贵州大学力学教研室、交通土建教研室、工程结构教研室的老师们在编著过程中对许多章节内容提出了宝贵意见。

全书承蒙贵州省建筑设计院结构总工程师陈宗强同志、贵州省建设厅原总工程师高国富同志审阅,他们就书中结合工程实际的所述内容提出了宝贵意见。

本书有幸得到贵州省科学技术学术著作出版专项资金的资助才得以出版,著者由衷感谢。

鉴于结构计算的复杂性,书中难免存在错误及不妥之处,对此,我们除将不遗余力地在今后的再版中纠正、改进外,也真诚欢迎读者批评指正。

丁圣果
2010年6月

目 录

第一章 绪论	(1)
§1-1 概 述	(1)
§1-2 结构计算简图	(4)
§1-3 结构分类	(8)
§1-4 荷载分类	(9)
第二章 平面体系的几何构造分析	(12)
§2-1 几何构造分析中的几个概念	(12)
§2-2 平面无多余约束几何不变体系的组成规则	(16)
§2-3 几何构造分析的范例讲解	(19)
§2-4 体系的计算自由度和运动自由度	(25)
习 题	(28)
第三章 静定梁及静定平面刚架	(32)
§3-1 静定结构计算中的若干要领	(32)
§3-2 悬臂结构及简支结构的内力图	(42)
§3-3 三铰刚架结构	(46)
§3-4 三铰拱结构	(49)
§3-5 合理拱轴线	(54)
§3-6 带附属部分的静定结构	(61)
习 题	(67)
第四章 静定平面桁架	(73)
§4-1 概 述	(73)
§4-2 结点法	(75)
§4-3 截面法	(79)
§4-4 各式桁架的内力特征	(83)
§4-5 组合结构	(85)
§4-6 分析体系几何构造性质的零载法	(89)
§4-7 静定结构的一般性质	(91)
习 题	(94)
第五章 刚度分析——结构的位移计算	(97)
§5-1 概 述	(97)
§5-2 虚位移原理及其应用	(98)
§5-3 应用虚力原理推导位移计算的一般公式	(101)

§ 5-4	弹性结构在直接荷载作用下的位移计算	(102)
§ 5-5	桁架及曲杆位移计算范例	(105)
§ 5-6	图乘法	(107)
§ 5-7	应用图乘法计算荷载作用产生的刚架位移	(110)
§ 5-8	间接荷载引起静定结构的位移	(114)
§ 5-9	线弹性结构的互等定理	(120)
习 题		(124)
第六章 力 法		(127)
§ 6-1	力法的基本结构和基本未知量	(127)
§ 6-2	力法的基本方程	(130)
§ 6-3	力法简例	(132)
§ 6-4	多次超静定结构的力法算例	(136)
§ 6-5	力法计算的简化	(138)
§ 6-6	力法计算间接荷载作用效应	(147)
§ 6-7	弹性中心法	(154)
§ 6-8	超静定拱计算	(159)
§ 6-9	超静定结构在荷载作用下的位移计算	(167)
§ 6-10	内力校核	(169)
§ 6-11	力法计算交叉梁系	(173)
习 题		(175)
第七章 位移法		(179)
§ 7-1	位移法的基本概念	(179)
§ 7-2	等截面直杆的转角位移方程	(183)
§ 7-3	等截面直杆的固端弯矩	(186)
§ 7-4	位移法简例	(188)
§ 7-5	多个未知量的位移法例	(194)
§ 7-6	需分解侧移及带部分刚域杆刚架的位移法例	(197)
§ 7-7	含剪力静定杆刚架的位移法	(202)
§ 7-8	位移法计算间接荷载内力	(207)
§ 7-9	剪力分配法(一)	(212)
§ 7-10	剪力分配法(二)	(217)
§ 7-11	采用基本体系的位移法	(222)
§ 7-12	位移法总结	(225)
习 题		(231)
第八章 结构计算的渐近方法		(235)
§ 8-1	力矩分配法的概念	(235)
§ 8-2	单结点力矩分配	(239)
§ 8-3	多结点力矩分配	(241)
§ 8-4	刚架上的力矩分配	(243)

§ 8-5 无剪力分配法	(246)
§ 8-6 计算有侧移刚架的力矩-剪力分配法	(250)
§ 8-7 建筑结构概念化设计的一些典型特征	(256)
习 题	(260)
第九章 活载分析——影响线的画法及应用	(264)
§ 9-1 影响线概念	(264)
§ 9-2 静力法画静定单跨梁的影响线	(265)
§ 9-3 机动法画影响线	(269)
§ 9-4 机动法与静力法联合应用画影响线	(273)
§ 9-5 间接荷载的影响线	(276)
§ 9-6 静定桁架指定杆轴力的影响线	(278)
§ 9-7 固定荷载的影响量	(284)
§ 9-8 活载作用下指定截面的最不利内力及最不利荷载位置	(286)
§ 9-9 内力包络图及绝对最大内力	(294)
§ 9-10 机动法画超静定结构内力影响线形式	(300)
§ 9-11 建筑结构的内力包络图	(303)
§ 9-12 位移影响线	(307)
习 题	(309)
第十章 矩阵位移法	(312)
§ 10-1 概 述	(312)
§ 10-2 单元分析(一)——局部坐标系中平面杆单元的刚度阵 $[\bar{K}]^e$	(314)
§ 10-3 单元分析(二)——局部坐标系中空间杆单元的刚度阵 $[\bar{K}]^e$	(320)
§ 10-4 单元分析(三)——整体坐标系中的平面杆单元刚度阵 $[K]^e$, 坐标 转换阵 $[T]^e$	(326)
§ 10-5 单元分析(四)——空间杆单元坐标转换阵 $[T]$ 及整体坐标系中的单 元刚度阵 $[K]^e$	(332)
§ 10-6 整体分析(一)——总刚度阵 $[K]$, 矩阵位移法的基本方程	(336)
§ 10-7 整体分析(二)——总荷载列阵 $\{P\}_{n \times 1}$	(342)
§ 10-8 整体分析(三)——引入边界约束条件修改基本方程	(345)
§ 10-9 矩阵位移法解题过程综述	(346)
§ 10-10 与手算结合计算平面刚架、平面桁架的矩阵位移法	(351)
附:求解线性方程组的 SOLVE. BAS 程序	(362)
§ 10-11 与手算结合计算平面正交交叉梁系的矩阵位移法	(364)
习 题	(373)
第十一章 结构的动力分析	(377)
§ 11-1 概 述	(377)
§ 11-2 单自由度体系的自由振动	(381)
§ 11-3 单自由度体系在简谐荷载作用下的受迫振动	(386)

目 录

§ 11-4	一般动力荷载作用下单自由度体系的受迫振动	(391)
§ 11-5	单自由度体系的阻尼振动	(394)
§ 11-6	柔度法计算多自由度体系自由振动	(400)
§ 11-7	刚度法计算多自由度体系自由振动	(404)
	附:求特征值及特征向量的广义雅可比法程序 QE. BAS	(412)
§ 11-8	主振型的正交性	(415)
§ 11-9	多自由度体系在简谐荷载作用下的受迫振动	(417)
§ 11-10	多自由度体系的受迫振动——振型叠加法	(422)
§ 11-11	能量法计算自振频率——无限自由度体系动力分析	(426)
§ 11-12	能量法计算自振频率例题	(431)
	习 题	(435)
第十二章	结构的稳定分析	(438)
§ 12-1	概 述	(438)
§ 12-2	静力法分析临界荷载	(440)
§ 12-3	带弹簧支座压杆的临界荷载	(444)
§ 12-4	能量法分析临界荷载	(448)
§ 12-5	多自由度体系的临界荷载	(454)
§ 12-6	考虑剪切变形影响对临界荷载的修正	(460)
§ 12-7	组合压杆的临界荷载计算	(463)
§ 12-8	位移法计算刚架的临界荷载——压杆的转角位移方程	(467)
	习 题	(471)
第十三章	结构的塑性极限分析	(473)
§ 13-1	塑性极限分析概论	(473)
§ 13-2	塑性极限荷载及截面的塑性极限抗力	(475)
§ 13-3	塑性极限分析的上、下限定理	(480)
§ 13-4	连续梁的塑性极限分析——静力法和机动法	(482)
§ 13-5	刚架的塑性极限分析——机动法	(485)
	习 题	(491)

第一章 绪 论

§ 1-1 概 述

一、结 构

结构是指各种建、构筑物的骨架,结构的作用是当建筑物受荷载或其他因素作用时,其内部产生抗力以防止建筑物破坏或发生过度变形,确保建筑物发挥正常的使用功能。

工程上的结构形式是非常广泛的,除一般的杆系结构外,板、壳、块体也属于结构范畴,但在结构力学中,只研究杆系结构,块体、板、壳等则在弹性力学及有关的专题内容中讨论。

二、结构力学的任务

结构力学的任务是研究杆系结构在荷载作用于下产生的作用效应。与其他几门力学课程的研究对象有所不同,大体可归纳为:

- (1) 理论力学:主要研究刚体体系的力学特征。
- (2) 材料力学:主要研究单根杆件的拉(伸)、压(缩)、扭(转)、剪(切)、弯(曲)。
- (3) 弹性力学:主要研究在弹性范围块体(如地基、基础、挡墙)、壳体(如薄壳屋盖)、板(如楼面板、屋面板、墙板)的作用效应。

三、内 力

内力是指结构或构件受外荷载作用时,材料内部产生的抗力。内力是作用在结构材料内部的力,形象地说,内力只有通过作截面把构件切开后才能暴露出来。如图 1-1(a)所示的弹性体受荷载作用处于平衡状态,当作 $N-N$ 截面把它切成 I, II 两部分[图 1-1(b)],则 $N-N$ 截面上的 A 点作用有 II 部分作用于 I 部分的力 F ,若 A 点邻域处的微截面面积为 ΔA ,则 A 点单位面积上的力:

$$\vec{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

称为 A 点处的全应力 p 。为了研究问题的方便,通常把全应力分解成垂直于截面的正应力 σ 及躺在截面上的剪应力 τ , σ 和 τ 分别称为 N 截面上 A 点的正应力及剪应力[图 1-1(b)],这是我们在材料力学中熟悉的。被截面分割的两隔离体上的应力属作用力与反作用力,大小相等,方向相反。

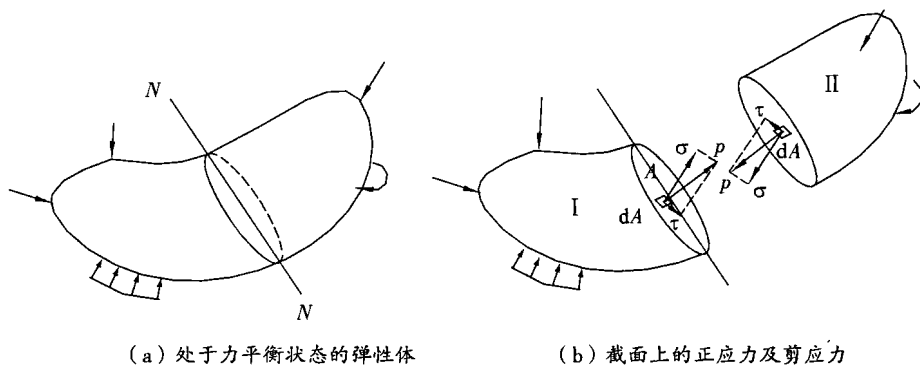


图 1-1

在结构力学中,由于研究对象是杆件,因此所作的截面总是垂直于杆轴 x 的,在这一截面上(图 1-2),正应力 σ_x 的合力称为该截面的轴力 N , σ_x 对截面形心主轴 oy 之矩称为弯矩 M_y , σ_x 对截面形心主轴 oz 之矩称为弯矩 M_z ,剪应力 τ_{xy} 的合力称为剪力 Q_y , τ_{xz} 的合力称为剪力 Q_z , τ_{xz} , τ_{yz} 对截面形心之矩称为扭矩 T ,以上概念用数学式可表述为:

$$\int_A \sigma_x dA = N$$

$$\int_A \sigma_x y dA = M_z, \int_A \sigma_x z dA = M_y$$

$$\int_A \tau_{xy} dA = Q_y$$

$$\int_A \tau_{xz} dA = Q_z$$

$$\int_A \tau_{xz} y dA - \int_A \tau_{xy} z dA = T$$

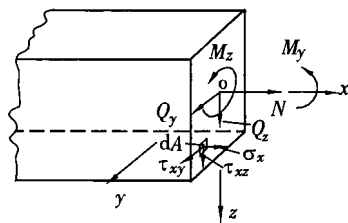


图 1-2

弯矩 M 、剪力 Q 、轴力 N 是平面结构中最重要 3 种内力,它们的正向符号规定是:

(1) 轴力 N 的正向是力矢箭头背离开截面向外为正,如图 1-3(a) 所示,即:使杆受拉的轴力为正。

(2) 剪力 Q 的正向是躺在截面上的力矢推动截面所在杆段顺时针转为正,如图 1-3(b) 所示,今后在画轴力图、剪力图时,均须标明“+”、“-”号。

(3) 在结构力学中,弯矩图上不标“+”、“-”号,而采用建筑类专业的约定:弯矩图竖标画在杆受拉侧。对于水平放置的受弯杆,俗称为梁,专业上约定以使梁下侧纤维受拉的弯矩为正,如图 1-3(c) 所示。

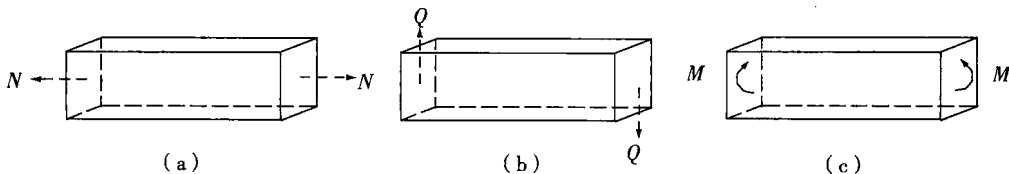


图 1-3

四、变 形

弹性结构在荷载作用下,除了其内部会产生内力外,尚会发生形状变化。力学上,这种形状变化是以应变来描述的,与3种内力 N 、 Q 、 M 对应的应变分别定义为:

(1) 轴向应变: $\varepsilon = \frac{\delta_x}{ds}$, 其几何意

义是微长杆段 ds 沿轴线方向的相对伸、缩量,见图1-4(a),相对伸长为正。

(2) 剪应变: $\gamma \approx \tan \alpha = \frac{\delta_x}{ds}$, 其几

何意义是微长杆段上直角的减小量,见图1-4(b),直角减小的弧度数为剪应变的正值。

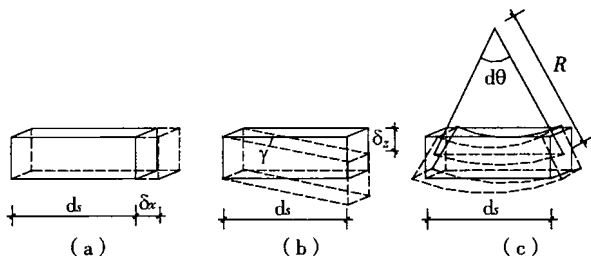


图 1-4

(3) 弯曲应变(曲率): $\kappa = \frac{1}{R} = \frac{d\theta}{ds}$, 其几何意义是微长杆段弯曲后,轴线曲率半径的倒数,见图1-4(c)。

五、结构力学的研究内容

在结构力学中主要研究以下几个方面的内容:

(1) 强度分析: 结构(或构件)的强度是指结构(或构件)抵抗破坏的能力。确切地说,结构要满足强度条件,就必须使结构中的任一截面上存在的内力 M 、 Q 、 N 不超过材料的容许值。因此,结构力学的内容之一就是计算内力,一般结构中的内力是以内力图的形式表示的,正确计算并绘制结构的 M 、 Q 、 N 图是结构力学的主要内容之一。

(2) 刚度分析: 刚度,即结构“刚强”的量度,是指结构抵抗变形的能力,用发生单位位移所需的力来量度。结构(或构件)在正常使用过程中是不允许过大变形及位移的,例如梁受荷载作用时,不允许其挠度过大,否则,这种梁用于屋面将使屋面下凹,长期积水渗漏;过柔的梁用于桥梁显然也不能满足使用要求;又如高层建筑在水平荷载作用下,也不允许层间有过大相对位移。为了刚度分析,必须对结构中的位移进行计算。

以上两方面的内容是结构力学的基本内容,也是学好结构力学的基础。除此而外,结构力学尚研究一些专题内容,包括:

(3) 稳定分析: 分析结构失稳破坏的临界条件及荷载临界值分析计算。

(4) 塑性极限分析: 研究材料处于塑性状态时,结构的抗力反应。(1)、(2)中涉及的计算是以材料处于线弹性阶段为前提的。塑性极限分析中,允许结构的一些局部在塑性状态工作以充分发挥材料抗力。

(5) 动力分析: 结构动力学研究结构的动力响应,如振动频率、自振振型及结构在动力荷载(如地震荷载、机械震动等)作用下的强度、刚度分析。

六、结构力学的发展方向

结构力学是一门计算力学,解题的过程涉及严谨而细致的数值计算,结果以确切的数字

表征。电子计算机是进行数值计算的有力工具,在电子计算机迅速普及,计算技术迅猛发展的今天,应用结构力学正向以计算机为工具的计算结构力学方向发展。但需强调的是,计算机只是人类使用的一种工具,学好结构理性分析、计算的原理和方法,是打实专业基础、提高专业素质的根本所在。因此本书更择重于结构的理性分析,并在矩阵位移法一章,结合结构手算的原理,介绍一些机算原理及方法——有限单元法。

§ 1-2 结构计算简图

一、结构计算简图

实际工程中结构的形式是千变万化的。例如,构成结构的杆断面有矩形、工字形、圆形、L形等。在对结构进行计算时,不必把每一构件的细部几何尺寸都标明,而必须对结构进行科学抽象,针对本课程的目的,抓住与结构计算相关的本质特征,去粗取细,去伪存真,从而得到计算简图。从实际结构中抽象出计算简图时:

(1) 以个杆截面形心的轴线表示杆。

(2) 杆与杆之间的联系,即杆轴线的交点称为结点,根据工程实际简化的结点有刚结点、铰结点等不同形式(后述)。

(3) 上部结构体系与地之间的联系称为支座,根据工程实际简化的支座有支杆、铰支座、固定支座等不同形式(后述)。

如图 1-5(a)所示为一钢筋混凝土框架,其中标明的各种尺寸是为施工时支模的需要,这种图称为模板图。但在结构计算时,只需将其简化成图 1-5(b)形式,简图中代表横梁的横线位置在梁截面的形心位置,柱的固定支座位置以基础顶面位置为准。

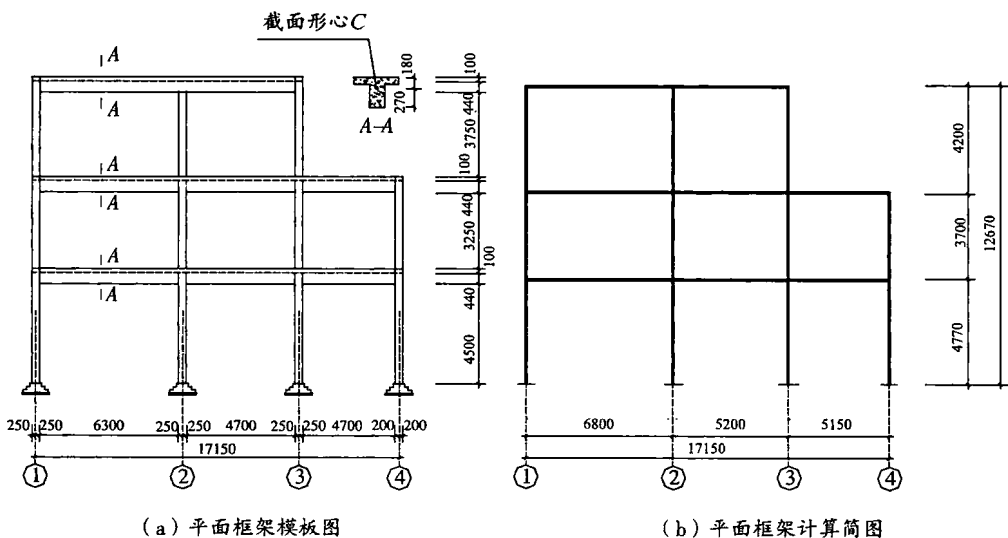


图 1-5

二、结 点

结构中杆与杆之间的交点称为结点。根据实际结构中结点的构造差异,常用的结点有:刚结点、铰结点、半铰结点。搞清各类结点变形(位移)及内力的特征,对学好结构力学是很重要的。

1. 刚结点

(1) 刚结点的变形特征:当结构在外界因素作用下发生变形时,汇交于某一刚结点的几根杆之间相对夹角在变形前后保持不变,但这一角度会整体地转动一个弧度。如图1-6(a)中的结点D是1个刚结点,变形前DC、DB、DH杆所夹直角(实线)在变形后仍为直角(虚线),但这些直角整体转动一个角度。

(2) 刚结点的内力特征:汇交于刚结点的几根杆的杆端弯矩保持平衡,例如在图1-6(a)中,当原结构的D结点无集中力矩作用时,有 $\sum_{(D)} M = M_{DB} + M_{DC} + M_{DH} = 0$ [图1-6(b)]。图1-6(a)中,H、J也是典型刚结点。

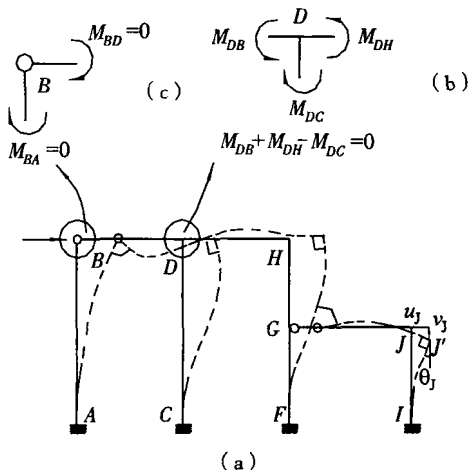


图 1-6

2. 铰结点

(1) 铰结杆端的变形特征:铰结点又称理想铰,其内部的转动摩擦为零。变形前杆与杆之间所夹的角度在变形后会发生变化。图1-6(a)中,B点为1个铰结点,BA与BD杆所夹角,变形前为直角,变形后(虚线)成为锐角。

(2) 铰结点的内力特征:铰接杆端弯矩为零。汇交于铰结点的杆可绕铰点任意转动,无需力矩。如图1-6(a)中的B为1个铰结点,因此有 $M_{BA} = M_{BD} = 0$ 。在弯矩图上,这一特征表现为:凡无集中力矩作用的铰点上,弯矩竖标为零。

凡两杆汇交构成的铰称为1个简单铰。若汇交于同一铰结点的杆有 n 根,这时在该铰点中,含有 $n-1$ 个简单铰。如图1-7的K点有4根杆汇交,则K点上有3个简单铰。

(3) 半铰结点:同一结点上既有刚结又有铰结的结点称为半铰结点,当汇交于一个结点的杆多于两根时,两两杆之间的连接形式可能不同,如图1-6(a)的G点上,有GH、GF、GJ三杆汇交,其中GH与GF之间刚接,而GJ与GH、GF之间铰结,因此G是半铰结点。表征铰点“o”的位置十分重要,小“o”的圆心位置稍偏离杆轴交点即成半铰,否则是全铰。

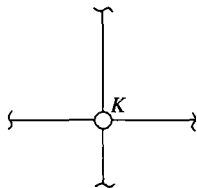


图 1-7

三、平面结构的支座形式

人类长期生活在地球上,因此人类建造的一切建筑物都是与地球相连的。建筑物的上部体系与地球之间的连接称为支座。在结构简图上,支座形式形象表征该支座结点受约束的形式。

在对平面结构进行分析时,对杆端(结点)的位移及受力进行定性和定量的认识是很重要的。与结构上的一点 J 相连的杆端在平面上有3个运动自由度(图1-6a),即它在平面上的独立位移有3个:沿水平方向的线位移 u_j ,沿竖直方向的线位移 v_j ,转角 θ_j 。与此相应的该杆端所受的力为:沿水平方向所受的力 H_j ,沿竖直方向所受的力 V_j ,沿转角方向所受的力矩 M_j 。对于受约束的点,约束作用常常使上述3种位移中的1个、2个或3个为零,或在该位移方向完全不受约束,当某一位移被约束,即该位移为零时,其相应的约束反力不为零。反之,当某一位移完全不受约束,即该位移不为零时,其相应的约束反力为零。因此,严格地说,平面结构的支座形式有: $C_2^1, C_2^2, C_2^3 = 8$ 种,但根据实际问题进行科学抽象的约束(即支座形式)主要有以下5种:

(1) 支杆[图1-8(a)]:结构上受单一支杆约束的 A 点的位移特征:

$$u_A \neq 0 \quad H_A = 0$$

$$v_A = 0 \quad \text{与此相应的反力特征为: } V_A \neq 0$$

$$\theta_A \neq 0 \quad M_A = 0$$

支杆又称滑动铰支座,图1-8(a)中的两种表达形式的力学意义相同。

(2) 铰支座[图1-8(b)]:铰支座实质上是结构与地球之间在约束点用1个简单铰联系,结构上受简单铰约束的 A 点的位移特征:

$$u_A = 0 \quad H_A \neq 0$$

$$v_A = 0 \quad \text{与此相应的反力特征为: } V_A \neq 0$$

$$\theta_A \neq 0 \quad M_A = 0$$

铰支座在计算简图上无论画成图1-8(b)中的3种表达形式的哪一种,其力学意义相同。

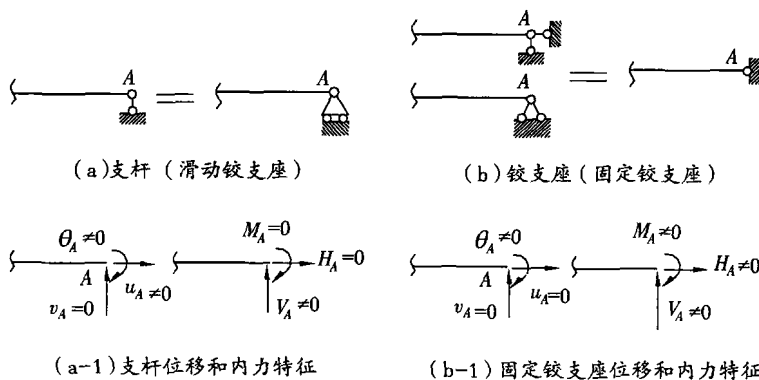


图 1-8

(3) 固定端[图1-9(a)]:在固定端 A 处,杆端的3个位移完全被约束,结构上的结点 A 所受的3种约束反力一般均不为零而与之对应的3种位移均为零,即:

$$u_A = 0 \quad H_A \neq 0$$

$$v_A = 0 \quad \text{与此相应的反力特征为: } V_A \neq 0$$

$$\theta_A = 0 \quad M_A \neq 0$$

(4) 定向滑动支座:定向滑动支座包括垂直于杆

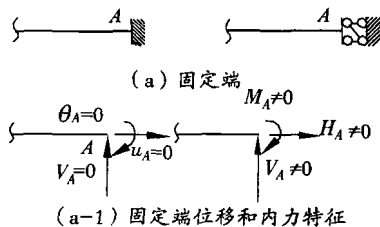


图 1-9