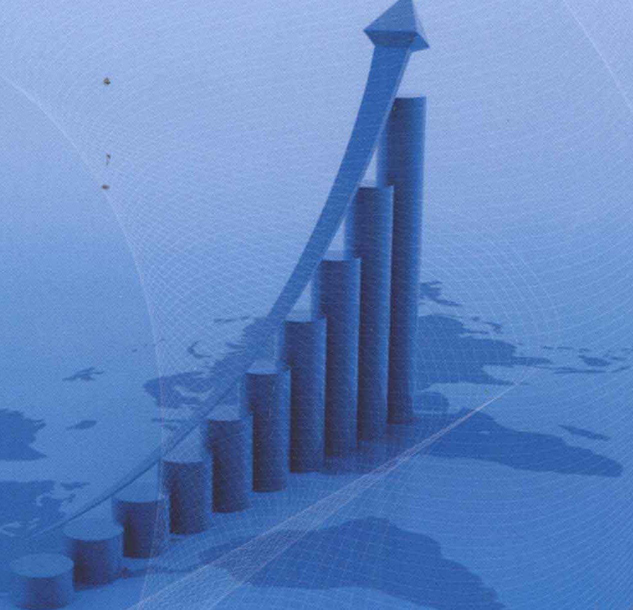
全国高等教育“十二五”精品教材

经济数学

JINGJISHUXUE

主编◎庄兴无 黄建华



航空工业出版社

全国高等教育“十二五”精品教材

经济数学

主　编　庄兴无　黄建华

航空工业出版社

北　京

内 容 提 要

本书以经济学原理为基础，并结合最新的课程改革理念编写而成。全书共分三篇，总计 13 章。第一篇主要研究微积分的基本概念和性质，内容包括函数、极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分与定积分等；第二篇研究线性代数的有关知识，内容包括矩阵，线性方程组，线性规划导引，MATLAB 基础及其应用等；第三篇讲述概率与数理统计，分别探讨随机事件与概率，随机变量及数字特征，数据处理，一元回归分析，Excel 在概率与数理统计中的应用等内容。

本书以培养应用型人才为目标，遵循启发式教学，注重培养读者的数学思维，可作为高等院校经济管理类、商务类、外贸类以及相关专业的经济数学教材。

图书在版编目（C I P）数据

经济数学 / 庄兴无，黄建华主编. -- 北京 : 航空工业出版社，2011.8

ISBN 978-7-80243-810-1

Ⅰ. ①经… Ⅱ. ①庄… ②黄… Ⅲ. ①经济数学 Ⅳ. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 157927 号

经济数学

Jingji Shuxue

航空工业出版社出版发行

（北京市安定门外小关东里 14 号 100029）

发行部电话：010-64815615 010-64978486

北京市科星印刷有限责任公司印刷 全国各地新华书店经售

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

开本：787×1092 1/16 印张：16.75 字数：418 千字

印数：1—3000 定价：32.00 元

编者的话

数学与人类文明同样古老，特别是在当今的信息技术时代，数学的基础性与应用性更加突出。科学家指出：新世纪社会科学与自然科学将进一步结合并定量化。由于计算机的应用，数学科学将更加广泛并不断向各领域渗透，成为整个科学技术发展水平的带动因素。在经济管理和商业领域中，数学已成为不可或缺的重要工具。

高等数学课程是近代数学的重要内容，也是高等教育各应用专业的重要基础课和工具课，它对培养学生的理性思维、创新精神以及借助数学解决实际问题的能力都具有非常重要的作用。本教材在编写过程中，进一步贯彻“以应用为目的，理论知识以‘必需，够用’为度”的原则，对经济数学的教学内容进行改革，具有如下几个特点：

1．内容广而精

本教材内容涉及传统微积分、线性代数、概率统计和线性规划初步的主要理论部分，而且还包括两个计算机软件“Matlab”和“Excel”在经济数学中的初步应用。理论部分以实际应用为主导，删除了一些冗繁的理论推导和复杂且不常用的内容。教学内容可根据具体情况加以调整，考虑在90～110学时内完成。带“*”号部分为选学内容。

2．渗透数学思想

虽然理论精简，但在阐述重要数学概念时，仍然注意从具体、形象和直观出发，并保留有一定量的推理论证，使学生易于理解数学概念和定理的本来面目，以达到培养学生的数学意识和自觉使用数学方法解决实际问题的目的。

3．突出应用背景

用于讲述某一数学概念的引例和巩固所学知识的习题大多来自经济管理和商业领域。

4．结合 Excel 软件进行概率统计教学

通过学习和使用 Matlab 软件，尽管可以提高学生的计算能力，但该软件在商业中的应用并不普及。Excel 作为当今最普及的办公软件之一，在经济管理和商业贸易领域具有广泛的应用。为此，本书将 Excel 软件纳入教学内容，结合 Excel 软件进行概率统计教学，可以大大提高学生在实际工作中应用数学理论和数学工具解决经济问题的能力。

全书由庄兴无、黄建华担任主编，廖樵影、廖榕芳、郝梅担任副主编。本书分三篇共13章，分别由黄建华（第1章）、赵祥洪（第2章）、蔡素丽（第3、4章）、廖樵影（第5、6、7、8章）、郝梅（第9章）、廖榕芳（第10、11、12、13章）编写，最后由庄兴无负责统稿。

由于编者水平有限，书中难免有不足之处，衷心希望得到专家、同行和读者的批评指正。

编　者

2011年8月

目　录

第 1 篇　微积分

第 2 篇 线性代数

第3篇 概率与数理统计

第 1 篇　微积分

第 1 章　函数、极限与连续

【本章导引】

函数是数学中的一种对应关系，是从非空集合 A 到实数集 B 的对应．简单地说，甲随乙变，甲就是乙的函数；极限是在某种变化状态下对变量变化最终趋势的描述，它既是一个重要概念，也是研究微积分学的重要工具和思想方法；连续性是许多常见函数的一种共同属性，连续函数是微积分研究的主要对象．因此，函数、极限与连续是学习微积分的理论基础，也是学习微积分必须通过的一道门槛．读者在学习这些知识的同时，应注意提升抽象能力、逻辑推理能力和周密思考的能力，这对学好经济数学十分重要．

1.1　函　数

1.1.1　函数的概念及其表示法

在某个变化过程中，往往会出现许多相互影响和相互制约的变量．为了研究方便，我们先从两个变量开始研究．这里两个变量中一个量的变化会引起另一个量的变化，如果这些影响是确定的，是依照某一规律的，那么我们就说这些变量之间存在着函数关系．

引例　生产某种产品的固定成本为 5000 元，每生产一件产品，成本增加 40 元，那么该种产品的总成本 y 与产量 x 的关系为

$$y=40x+5000.$$

当产量 x 取任何一个合理的值时，总成本 y 有确定的值和它对应，我们就说总成本 y 是产量 x 的函数．

定义 1　**设 x 和 y 是两个变量，D 是一个给定的数集，如果对于每个数 $x\in D$，变量 y 按照确定的法则总有唯一的数值与其对应，则称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$.**

数集 D 称为函数 $f(x)$ 的**定义域**，x 称为**自变量**，y 称为**因变量**．当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，对应的 y 的数值称为函数在 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$．当 x 取遍 D 内的各个数值时，对应的函数值全体组成的数集 $R=\{y\mid y=f(x),x\in D\}$ 称为函数 $f(x)$ 的**值域**.

注意：

定义中的对应法则 f 也可用其他字母如 g、h、F 等表示，如

$$y=g(x),y=h(x),y=F(x).$$

不同的函数必须用不同的符号区分.

函数的定义域和对应法则称为函数的两个要素．只有当两个函数的定义域和对应法则完全相同时，这两个函数才能认为是相同的．如 $f(x)=\sqrt{x^2}$ 和 $g(x)=|x|$，它们的定义域和对应

法则一致，只是表示不同而已，实际上是同一个函数.

例 1　求下列函数的定义域.

(1) $y=x^2-2x+3$；　　(2) $y=\sqrt{x+3}-\dfrac{1}{x^2-1}$；

(3) $y=\dfrac{1}{\ln(1-x)}$；　　(4) $y=\sqrt{x^2-4}+\arcsin\dfrac{x}{2}$.

解　(1)定义域为 $(-\infty,+\infty)$；

(2)由 $\begin{cases}x+3\geqslant 0\\ x^2-1\neq 0\end{cases}$ 得定义域为 $[-3,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$；

(3)由 $\begin{cases}1-x>0\\ \ln(1-x)\neq 0\end{cases}$ 得定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,1)$；

(4)由 $\begin{cases}x^2-4\geqslant 0\\ -1\leqslant\dfrac{x}{2}\leqslant 1\end{cases}$ 得定义域为 $\{x\,|\,x=\pm 2\}$.

例 2　下列函数是否相同，为什么？

(1) $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$；

(2) $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$ 与 $g(x)=1$ ；

(3) $f(x)=\ln\dfrac{x}{1+x}$，$g(x)=\ln x-\ln(1+x)$.

解　(1) $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$ 不是相同的函数.

函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 的定义域为 $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，而函数 $y=x+1$ 的定义域是全体实数，即两个函数的定义域不同，所以 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$ 不是相同的函数.

(2) $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$ 与 $g(x)=1$ 是相同的函数.

函数 $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x=1$ 与 $g(x)=1$ 的对应法则相同，且定义域都为全体实数，所以 $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$ 与 $g(x)=1$ 是相同的函数.

(3) $f(x)=\ln\dfrac{x}{1+x}$ 与 $g(x)=\ln x-\ln(1+x)$ 不是相同的函数.

函数 $f(x)=\ln\dfrac{x}{1+x}$ 的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$，而函数 $g(x)=\ln x-\ln(1+x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，即两个函数的定义域不同，所以 $f(x)=\ln\dfrac{x}{1+x}$ 和 $g(x)=\ln x-\ln(1+x)$ 不是相同的函数.

若函数 $y=f(x)$ 在它的定义域的不同区间(或不同点)上有不同的表达式，则称这个函数为**分段函数**.

例如，函数 $y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0\end{cases}$

称为**符号函数**，它就是一个分段函数，其定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $W=\{-1,0,1\}$，其图形如

图 1-1所示.

例 3　已知分段函数 $y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1+x, & x>1\end{cases}$.

试求:(1)函数的定义域和值域;

(2)求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$,$f(1)$,$f(3)$;

(3)画出函数的图形.

解　(1)函数的定义域为 $D=[0,+\infty)$,值域为 $W=[0,+\infty)$.

(2)因为$\frac{1}{2}\in[0,1]$,所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$;$1\in[0,1]$,所以 $f(1)=2\sqrt{1}=2$;$3\in(1,+\infty)$,所以 $f(3)=1+3=4$.

(3)根据函数的定义,在$[0,1]$上,函数的图形为曲线 $y=2\sqrt{x}$,在$(1,+\infty)$上,函数的图形为直线 $y=1+x$,所以该函数的图形如图 1-2 所示.

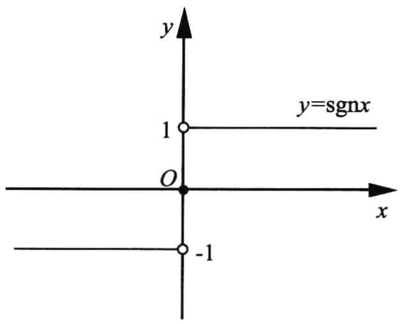


图 1-1

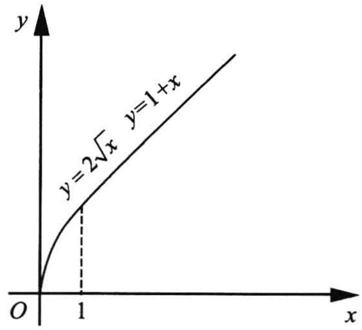


图 1-2

说明:

函数的表示法有解析法、列表法、图像法三种.在实际应用时,这三种方法可以结合起来使用.

1.1.2　函数的几种特性

函数的特性包括有界性、奇偶性、单调性和周期性.

1. 函数的有界性

定义 2　**设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义,如果存在一个正数 M,对于所有的 $x\in D$,恒有 $|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界的.如果不存在这样的正数,则称函数 $f(x)$ 在 D 上是无界的.**

如图 1-3 所示,函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有界的几何意义是:曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内被限制在 $y=M$ 和 $y=-M$ 两条直线之间.

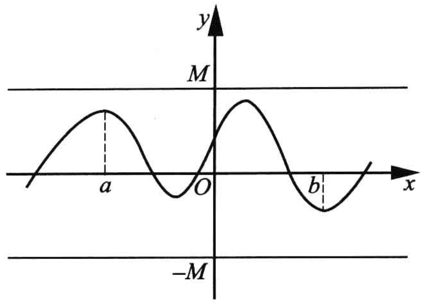


图 1-3

注意：

有界性是依赖于区间的，例如，$y=\frac{1}{x}$在区间(1，2)内是有界的，但在区间(0，1)内则是无界的.

2. 函数的奇偶性

定义 3　设函数 $y=f(x)$在集合 D 上有定义，如果对任意的 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=f(x),$$

则称 $f(x)$为偶函数；如果对任意的 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=-f(x),$$

则称 $f(x)$为奇函数.

偶函数的图像关于 y 轴对称，如图 1-4 所示；奇函数的图像关于原点对称，如图 1-5 所示.

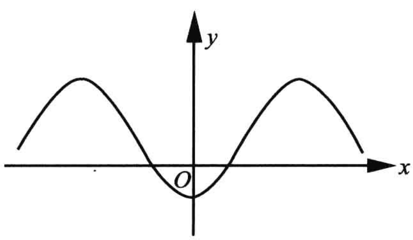


图 1-4

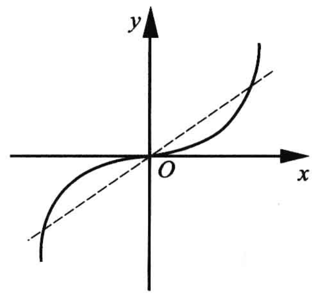


图 1-5

3. 函数的单调性

定义 4　设函数 $y=f(x)$在区间(a,b)内有定义，如果对于(a,b)内的任意两点 x_1和 x_2，当 $x_1<x_2$时，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称函数 $f(x)$在区间(a,b)内是单调增加的；如果对于(a,b)内的任意两点 x_1和 x_2，当 $x_1<x_2$时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称函数 $f(x)$在区间(a,b)内是单调减少的.

单调增加函数和单调减少函数统称为**单调函数**，所对应的区间称为**单调区间**. 单调增加函数的图像是沿 x 轴正向逐渐上升的，如图 1-6 所示；单调减少函数的图像是沿 x 轴正向逐渐下降的，如图 1-7 所示.

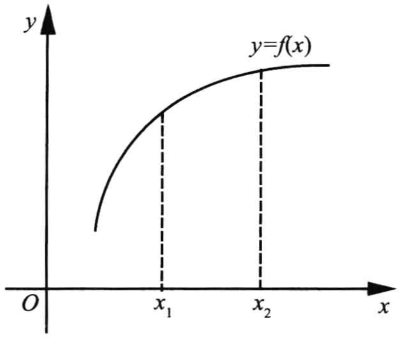


图 1-6

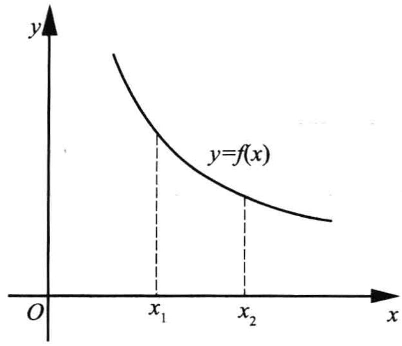


图 1-7

4. 函数的周期性

定义 5　设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，若存在非零常数 T，使得对于任意 $x\in D$，当 $(x+T)\in D$ 时，总有 $f(x)=f(T+x)$ 成立，则此函数称为周期函数. T 称为函数 $y=f(x)$ 的一个周期.

周期函数的周期有无穷多个，通常所说的周期指的是最小正周期. 周期函数的特征是：在定义域内每个长度为 T 的区间上，函数图像有相同的形状. 例如，正弦函数 $y=\sin x$ 为周期函数，周期为 2π，且在每个长度为的 2π 区间上，函数图像有相同的形状.

1.1.3　反函数

引例　设某种商品的单价为 p，销售量为 x，则收入 y 是销售量 x 的函数，即

$$y=px,$$

这时 x 是自变量，y 是关于 x 的函数. 若已知收入 y，反过来求销售量 x，则有

$$x=y/p,$$

这时 y 是自变量，x 是关于 y 的函数.

上面的两个式子是同一个关系的两种写法，但从函数的角度来看，由于对应法则不同，它们是两个不同的函数，我们称它们**互为反函数**.

定义 6　设函数 $y=f(x)$ 的值域为 R，如果对于 R 中的每一个 y 值，都有一个确定的且满足 $y=f(x)$ 的 x 值与之对应，则得到一个定义在 R 上的以 y 为自变量，x 为因变量的新函数，我们称它为 $y=f(x)$ 的反函数，记作 $x=f^{-1}(y)$.

由于习惯上总是用 x 表示自变量，用 y 表示因变量，所以通常将 $x=f^{-1}(y)$ 改写为$y=f^{-1}(x)$.

例 4　求函数 $y=4x-1$ 的反函数 .

解　由 $y=4x-1$，可解得 $x=\dfrac{y+1}{4}$，交换 x 和 y，得 $y=\dfrac{1}{4}(x+1)$，

即 $y=\dfrac{1}{4}(x+1)$ 为 $y=4x-1$ 的反函数 .

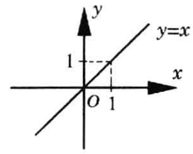
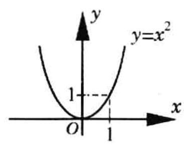
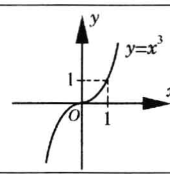
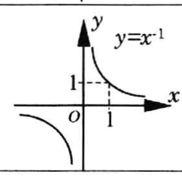
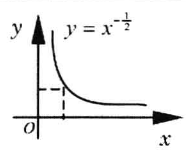
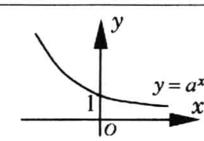
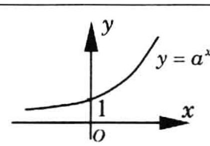
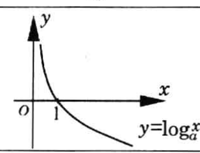
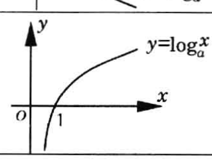
1.1.4　复合函数与初等函数

1. 基本初等函数

我们把常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数称为**基本初等函**

数．一些常见的基本初等函数的主要性质和图形如表 1-1 所示．

表 1-1

函数类型	函数	定义域与值域	图形	特性
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数，在 $(-\infty,0)$ 内单调减少，在 $(0,+\infty)$ 内单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数，单调减少
	$y=x^{-\frac{1}{2}}$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
指数函数	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调减少
	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		单调增加
对数函数	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调减少
	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		单调增加