學算筆談

洪繩伯題簽

如平方之積爲九則以一三五減之適盡故知其邊爲三

如平方之積爲一六則以一三五七減之適盡故知其邊爲四

惟方積若爲多位之數則用遞減之法必致不勝其繁故此法不能用也

或又曰是貴乎有法以變通之耳積數在百以外者可先減去一百而再從二十一減起也積數在四百以外者可先減去四百而再從四十一減起也不識此法可行否

答之曰如是則與開平方之常法有何異處何樂乎以減代除也或竟無辭以對

金匱華蘅芳學

論加減乘除開方之用

算學中各種題若非用加減乘除開方等法以馭之則不能得其所求之數可見此五者實爲算學中各種利器藉以攻堅入深者也有此五者則于尋常淺近之算學中已無不能推算之題

然學算之人每不以加減乘除開方爲難而以用此五者爲難因題中所言之各數但有其彼此相關之理而未明言其何數爲實何數爲法何數當加減何數當乘除開方也況題之形狀萬變不窮知其一未必知其二通于此未必通于彼則加減乘除開方雖已習之極熟而不得其用之之道亦幾與不習者無異焉

然則如之何而後可惟有將從古迄今所有之各種算學題目由淺及深分門別類一一立術演草或加以圖說以明其何以當加減何以當乘除何以當開方則題意明而馭題之法亦明可不致遇題束手矣

吾且掩卷思之古今來所有之算學書流傳于世者奚止數百種吾所曾經寓目者亦有數十種此數十種書何種非將算學之題由淺入深分門別類按題立術演草附圖以明其加減乘除開方之故者與其抄撮前人之書以後吾之卷帙曷若請學算之人自觀各種算書以明其加減乘除開方之用也哉

果如此說則筆談之作即可從此而止矣然而仍不能已者何也余于算學中寢饋者已數十年此中之甘苦知之故悉故欲將已歷過之境界已見到之地步爲學者縷述之以助其觀書之功而省其枉費之力俾不致如余之盡從暗中摸索得來則吾願慰矣

吾于算學生平未嘗受業于人即與能算者相友善亦未嘗數數問難也惟樂觀各種算學之書自十五六歲時偶于故書中檢得坊本算法心竊喜之日夕展玩不數月而盡通其義吾父見其癖嗜此學必是性之所近也遂爲之購求算學之書爰得周髀九章孫子五曹張邱建夏侯陽緝古海島益古演段測圓海鏡俾縱觀之除益古海鏡二書以外其爲常法所能通者以加減乘除開方之法馭之無不迎刃而解惟于天元之術則格格不相入者幾及一

年始得渙然冰釋後又得秦氏數書九章梅氏歷算全書羅氏觀我生室李氏遺書董方立遺書衡齋算學焦理堂學算記駱春池游藝錄始知算學有古今中西之異同而幾何原本當時尚未譯全其前六卷世無單行之本惟數理精蘊中有之及購得數理精蘊遂能通幾何之學而吾年亦已二十矣是時海內算學名家如項氏梅侶徐氏君青戴氏鄂士李氏秋紉其所著各書尚未出因訪秋紉於墨海書館見其方與西士偉烈亞力對譯代數學及代微積拾級尚未告竣秋紉謂余曰此為算學中上乘功夫此書一出非特中法幾可盡廢卽西法之古者亦無所用之矣余於是知天元之外更有代數微分積分之術爰從其譯稿中錄得數條觀之迄不得其用意之處又閱數年其譯本先後刊竣惠我一編披閱數頁外已不知其所語云何也蓋其格格不相入者猶之初讀海鏡時也詰諸李君則云此中微妙非可以言語形容其法盡在書中吾無所隱也多觀之則自解耳是豈旦夕之工所能通曉者哉余信其言反覆展玩不輟乃得稍有頭緒譬如傍晚之星初見一點旋見數點又見數十點數百點以致燦然布滿天空是余之於代數其明也以漸非如天元之術不悟則已一悟則豁然開朗也然後知代數之術其層累曲折多於天元故其致用之處亦比天元更廣從此以後無時不究心於代數每覺李氏所譯之二種殊非易於入手之書故余又與西士傅蘭雅譯出代數術微積溯源三角數理代數難題解法流播於世於是今之言算者皆知西法之代數卽是中法之四元而其淺深難易則不可同日而語矣

或有問者曰如子之說則必先羅致多書而後可以學算乎抑不必羅致多書而亦可學算乎

答之曰學算不必多書也惟擇其要者觀之而已其最易入手者為程氏算法統宗屈氏九數通考此二書於加減乘除開方之用言之極詳故於初學最相宜且從此又可學得開帶縱平方及正立方之法亦可稍知西法中各種名目

九章算術為中法最古之書其文義與古書相往來亦學者不可不讀之書也能讀九章則一切古算書無不能讀矣是書鍾祥李雲門演有細草圖說極為詳細外間有刻本矣

幾何原本為西法中最古之書不言法而言理不言數而言象蓋徹乎立法之源凡九章所不及者無不賅也不讀

幾何則不能明點線面體之理而於加減乘除開方之用終不能了然於心目之間是書第十卷之理甚深非初學所能通曉但觀其前六卷可也

幾何之界說及各題字字齊着力其釋題之語無一字不周到無一句無來歷學者讀慣此書其心思自能縝密則看各種算學之題如禹鼎燭奸可以無遁形矣

論看題之法

初學之人於題中之各句句中之各字往往模糊看過不能字字盡見雖將其題看之多次算之數遍仍有一兩個最要緊之字未曾看清非真未見此數字也見之而不知其用意之所在則此數個最要緊之字依然漠不關心亦猶之乎不見而已

題中之字句有極其着力者有不甚着力者又有可有可無者惟其可有可無及不甚着力之字往往皆顯露於面前一望卽見而其極着力之字則藏伏隱匿於各字之閒而使人不易見是在乎看題之眼光能識別之其辭氣輕重之閒最有關係故於虛字尤不可忽略看過也

凡看算學之題務將其每句每字俱看完全不可有一字遺漏亦不可有一字不從心上經過則可知題之所語云何其注意之處何在卽能知其某句某字着力不着力於是題中所暗藏之意思可以盡顯而各數相關之故亦確鑿可指而不至有游移兩可之見矣而後題中之各數能爲我所用而我之加減乘除開方等法亦肯爲題中各數所用而不至於捍格不相入矣

算學中各種題譬如用線綰成各種花樣之結加減乘除開方等法猶之各種器具可用以解結者也惟欲用各器以解其結必先看清結之絲縷方能有下手之處看題之法亦如是而已

既能看清題中之絲縷則可將題中不要緊之閒字閒句逐漸刪汰之而變爲另自一種說法惟其各數相關之理則不可與原題稍有背謬

假如有題云某日買筆二枝用錢十四文某日買鹽一錠用錢十文某日買紙十張用錢二十文問共用錢若干

則題所問者爲其用之錢而不計其用去之日故其筆墨紙三物雖非一日所買而其共用去之錢則與一日用去者無異也所以題中之三箇某日二字俱與算法不相關可以删去之又因題之所問者爲其用之錢非問筆之每枝墨之每錠紙之每張其價若干也所以可改其題云筆十四文墨十文紙二十文共錢若干

然其所買之物實與所用之錢亦無相關因買筆買墨買紙之錢可作買茶買酒買漿之錢算之其共用之錢無異也即作一次買物二次買物三次買物算之其共用之錢亦無異也所以又可改其題云先用十四文後用十文又用二十文問其用錢若干則夫人而知當以此三數相加而得其共用之錢四十四文矣

惟有一種題其字句一氣呵成不能稍爲删節則只可看明題意而將題中各數別作一簡易之說法

假如九章之題云五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并雀燕重一斤問雀燕一枚各重幾何

則此題之意言五雀重於六燕也其五雀六燕之共重爲十六兩也又言一雀五燕與四雀五燕其重相等也惟因一雀五燕與四雀一燕相并即爲五雀六燕所以可將十六兩分爲兩箇八兩一爲一雀五燕之重一爲四雀一燕之重則可改其題之說法云一雀五燕共重八兩四雀一燕亦共重八兩問雀燕一枚各重幾何

凡看數題而覺此題與彼題相似者必將其兩題看至極其透徹究竟其中或有略異之處否蓋題有面目雖異而算法則同者亦有面目相似而算法不同者

假如有兩題其一云原有錢一千文已用去四百文今剩錢若干其二云原有錢一千文今剩四百文已用去若干

則此兩題之說法雖異而算法則同因用去之錢與今剩之錢相加必與原有之錢相等故於原有之中減了用去即是今剩之數於原有之中減了今剩即是用去之數也

假如九章之題云今有兔先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之

又如代數術中之題云有野兔爲獵犬所追兔在犬前五十步犬每行三步兔能行四步而兔之三步等於犬之兩步問犬追若干步可得兔

觀此知中西皆有犬追兔之題其說法及算法略有不同而所求之數則俱爲犬之步數也其第一題不及三十步而止之句其三十是兔之步數若認作犬之步數則誤矣

算學之題大抵有比例者居多惟其相比之理每暗藏於所言各事之中其相比之數又顛倒錯亂和較雜糅於各數之內觀者最易爲其混淆

即以四率比例之題而論其一率二率三率有順列於各句之內者亦有不依次序者試列六題如左

其一題云原有錢二十千文買得米十石今有錢五十千文問可買米若干石

其二題云先將米十石售得錢二十千文今又欲得錢五十千文問須售去米若干石

其三題云今有錢五十千文欲以買米先用錢二十千文買得米十石問其錢可共買米若干石

其四題云今有錢五十千文欲以買米已知每米十石其價爲二十千文問可買米若干石

其五題云甲有錢二十千文乙有錢五十千文均欲買米甲將其錢買得米十石問乙錢可買米若干石

其六題云甲有米十石乙有錢五十千文甲以其米售得錢二十千文問乙錢可買米若干石

則以上六題其比例之率均爲二十與十之比若五十與二十五之比

總言之算學中所有之各題其平正通達簡明直捷者固多而其暗藏機械有意難人者亦復不少看題之人如聽斷疑獄如搜捕伏匿雖具明察之才精細之心苟非老成諳練洞悉此中故智者不能盡知其情僞也

更有一種難題其設題之時已將題中緊要之義藏匿於人所不易留心之處而將題中不應有之算理顯豁呈露以使人易於誤認若不遲回審顧而後下手鮮有不受其愚弄者

假如有題云今有布一匹其長二十尺每日剪取一尺用之問幾日剪畢

則驟觀此題必答曰二十日殊不知其數已誤矣因題之所問者是幾日剪畢非問幾日用畢也若問幾日用畢則每日用一尺其二十尺之布當爲二十日用畢今問幾日剪畢則每日剪去一塊其長一尺至第十九日已剪去十九塊計共已剪去十九尺其所剩之一塊適得一尺可爲第二十日之用而第二十日取此一塊布時不必

再動剪刀則是十九日剪畢也

由此可見前題中末句之剪字乃是最着力之字斷乎不可輕忽者也看題之時若讀至末句不能將此剪字看出而以爲與幾日用畢幾日可畢幾日而畢幾日乃畢無異則安得不誤算耶

其所以易誤之故因題中所言之各數俱爲整齊易算之數其二十尺爲一尺之二十倍而一日剪一尺又明明有一比例之理置於前則觀者不及轉念已不覺脫口而出曰二十日是謂不及舌矣

假如有題云今有竿高十尺有蟲從平地起緣竿而行每日能上二尺而夜間必縮下一尺問此蟲幾日能到竿頂

見此題而不細思其故必以爲每日上二尺而下一尺則是只上一尺也一日上一尺則十日必上十尺而到竿頂矣所以必答曰十日

殊不知行至第八日其蟲之足迹已至九尺之處及縮下而在高第八尺處過夜至第九日竭日之力再上行二尺已到竿頂矣題所問者是能到竿頂之日其已到而再縮下則不計矣

而題所以易誤之故由於始念之差蓋但知其每日只上一尺而忘其第一日上行之數已到二尺之處若以第一日爲能到二尺而每日能上一尺固是九日到頂也

大抵看題之法不過是心思細密又能習練眼光令人不能乘我之懈耳非必每題每術一一能强記之也

論駁題之法

學者既能看明題理即能用加減乘除開方等法以駁其題惟題之形狀萬變不窮則駁題之法亦當隨機應變不能拘一以論也

尋常之算學書其每題之下必有答數又必有專算此題之術或更有細草圖說附焉則依其術以演其數固是易易惟每題各有一術苦於不能記憶學算之人若非胸有成竹則一掩卷即不能算矣於是有將各術分門別類編成歌訣以便於記誦者殊不知所記者乃是呆法耳題目一變即無所用之矣

既明算理之人於書中所有之各題可不必觀其術曰如何自能立術以駁其題其所立之術或與本書之術脗合

或出於本書之外而能殊塗同歸惟但明幾何而未習天元之人其所立之術必枝枝節節而爲之不能有一以貫之之理故其用心也苦而用力也勞

不論其題之如何變化而概用一法馭之者惟天元之術能之然天元仍藉幾何爲用故雖有天元而幾何之理要不可以盡廢也

算學中有數種常用之法其理皆從幾何而出其法必由於學之而後能苟無其法則加減乘除開方無所施其技而天元亦不能用矣茲設數題以明其各法之用

一題　有大小兩數之和及大小兩數之較求其大小兩數

法以和較相加半之得大數以和較相減半之得小數

二題　有四率比例之一二三率求其第四率

法以二三兩率相乘一率除之得第四率

三題　有正方形或長方形之縱橫兩邊求其方形之面積

法以縱橫兩邊相乘得方形面積

四題　有句股形求其面積

法以句與股相乘半之得句股形面積

五題　有平三角形求其面積

法以底邊與中垂線相乘半之得三角形面積

六題　有平圓之周徑求其面積

法以周徑相乘四除之得平圓面積

七題　句股弦面冪相等之理

凡句之平方與股之平方相并必等於弦之平方

八題　求正立方形及帶縱立方形之體積

法以長與闊相乘又以高乘之即得立方形體積

九題　求壍堵陽馬鱉臑之積

壍堵之積居立方二分之一　陽馬之積居立方三分之一　鱉臑之積居立方六分之一

十題　求高臺之積

法以上長倍之加下長以上廣乘之又倍下長加上長以下廣乘之兩數相并又以高乘之以六除之得其臺積

以上十題僅擇算書中最要者略舉數端耳讀者觸類旁通可也

論觀書之法

學者既通九章又能明幾何中條段之理則宜涉獵各種算學之書如觀秦道古數書九章則知有求一之術觀梅氏叢書及數理精蘊則知有弧三角對數之術觀羅氏觀我生室或丁氏白芙堂叢書則知有天元四元之術觀代數學及代數術則知天元之外更有代數之術觀代微積拾級及微積溯源則知代數之外更有微分積分之術

凡此諸術皆爲今世之所有而其理其法則爲從古及今明算之人闡發數理之奧賾而成然數理淵深不可限量其中妙義任人探索終無窮盡之時不可謂此理之外更無他理此法之外更無他法也

余非謂甫通九章幾何之人即能觀以上所言之各書而盡解之也惟恐人囿於條段之理則心思不能超脫故欲以元代諸書廣其眼界耳

學問之道貴乎温故知新而算學之事則宜去故生新不將已知已能之事撇開一邊則其先入之見膠固積滯於胸中足以蒙蔽心思而新義不得復入矣譬如飲食過飽則致不易消化必待其消歸烏有而後能再食他物否則珍羞羅列滿前亦無下箸之處也

凡觀算學之書其淺近之處過目即解本無待於研究至於深文奥義以及數理之繁賾者則非一時所能通惟遇

難通之處亦不必極力思索但將其所言之事置之心中勿助勿忘閱數月自能通曉

嘗見有初學算法之人年少氣盛日夜究心算學遇有難通之處積思致廢寢食雖其所得通者可速於他人而卒至用心過度遂促天年著作未成九原遺恨良可慨已

夫算學不過爲六藝中之一藝耳則究心此學者不必以生平之全力赴之祇須於正務之暇當作游藝之事斯可矣昔之人以著棋爲消閒之事今之人以鬬牌爲消閒之事觀算學書亦是消閒之事也人若能以著棋鬬牌之工夫用之於觀書而卽以著棋鬬牌時所用之心思以究夫算學之理則未有不成一代疇人者也

凡觀算學之書遇有不明之處不妨放過此處而再看下文且不妨拋去此書而另觀他書因上文所未詳者或於下文解之也此書之所忽略者或爲彼書之所賅備也若觀各書皆不能明而心中窒塞煩悶則宜屏棄學算之事少或數月多至經年必自能憶及各書而取觀之此時之光景宛如良朋密友久別重逢其相得之情有非筆墨所能罄者也

有一種算學之書但有各種算術而不言其立術之理則觀此書者不必自思其理久後必能從別種算學中自得其理

數理繁賾之處其變化之法書中未必將其曲折之故一一明言則觀者亦不必極力思索但從其以上各法細繹之必已有式在前也

凡觀算學之書不必記其句語亦不必記其算式只須明其大意而已已明其理卽可置之未明其理亦姑且置之因今日不明可俟異日明之也他種學問皆忌作輟而算學則不忌作輟且其進境卽在於作輟之中此非身歷其境者不知也

事物之理自其外而觀之則能見其全體自其內而觀之則能見其底蘊惟以我觀物不可反爲物所役也若入乎其中而不能出乎其外則如入牛角之中而不得出矣觀書者亦不可反爲書所役也九容之術原書已不勝其繁又從而抽繹其義引伸其說名目愈多頭緒百出試思此種算學究竟有何用處

凡觀算書有數箇最快意之境界既習九章之術而得幾何點線面體之理以印證之一快也初通天元之術知一切算題皆爲我法所能馭二快也含天元而習代數知天元所不能爲之事皆爲代數所能爲三快也

凡觀算書有數處最難於進步然不過此關則終身不能再有進境矣如已習幾何之人不肯舍其條段之理而習天元此乃先入之見誤之也已習天元四元之人又不肯舍其朗分易位之事而習代數此乃中西之見誤之也善學算者不存先入之見亦不存中西之見故其學無止境亦無限量

論學算之法

算學中門徑甚多歧途百出非備嘗此中之艱苦者不能洞悉其曲折所以學算亦不可無法也

學算之人其志向各有不同故其所學之事遂亦從此分爲綜而計之大約可分爲兩類一爲闡明數理以成著作一爲推演各數施之實用

算學中可施之實用者皆無難爲之事如推田畝之積步倉廩之積斛商功之積尺測量高深廣遠推步日月五星皆已有成法在前依其法而演之祇須知加減乘除及比例之法已綽乎有餘其須用開方者固不多見也即進而論造表之法如八綫與弧背互相求真數與對數互相求或從縱橫兩綫求各曲線之長及其所函之面積皮積體積若既有其本題之級數式依其式而演之亦不過用加減乘除開方而已並無難爲之事也

所以學算者之志向若只求見用於當世爲衣食名利之計則祇須熟習整數分數小數之三種加減乘除開方再從各書中摘錄測量推步各種成法藏之篋中便已無所不能算矣天元代數之術皆可不必究心也

若非急於求用而務欲闡明數理則其所學之事非株守成法者所可比蓋因數學中深奧之理無窮則其明理之法亦非一端所能盡故必兼綜各法乃於理無障礙之處也

一切算法皆從條段之理而生故算學中淺近之理皆可以幾何之法明之惟篤信幾何之人每自恃其點線面體之學而不信天元且不肯再習天元此乃爲幾何所囿而不得自脫者也

用幾何之法以明算理每題必作一圖每圖必係以說有圖無說有說無圖皆不足以發明題義然至立方以上其

條段之理已不能繪圖則幾何之術窮矣

天元之術不必處處言條段而一切條段之理無不包括於其中此益古演段之所由名也蓋至如積相消而條段之理終不肯紊亂所以無論若干乘方亦無論如何帶縱不必分別其形象而概以一例推之

惟演元之書其所設之各題大抵務爲深奧而不適於用習天元者不能不習其題則從此又生魔障矣此非爲天元所誤乃爲天元書中之題所誤也

即如句股弦可以彼此相求又能以和較之數互相求又能以和較之和較互相求亦可謂極其變化之妙矣猶不肯已則以同式之各句股又成和較而一一識別其彼此相關之理標名立目條分縷析以解之創之者自詡神奇傳之者共推絕學師以此授其弟官以此課其士萃古今能算之才使之困頓老死於句股之中而不自知悔悟者李欒城之力也

幾何之學從條段以明題理故條段明而題理亦明天元之學從題理以明條段故題理明而條段亦明惟幾何之條段必藉夫圖天元之條段則無藉乎圖也所以天元所明之理能比幾何更深

然天元但能將未知之數明其條段而其已知之數則渾和於太極之中不能一望而知其條段如何惟代數之術則無論已知之數未知之數其條段之理莫不一一分明故代數所明之理又能廣於天元

學者既明代數之術則於數理之奧賾者固無不能明矣然猶有言之甚繁求之甚難而不得簡易之法以馭之者何哉因代數但能推一切常數而不能推其變數也惟微分積分之術則能推一切變數故有微分積分之術而代數之用愈廣矣

或有問者曰如子之說天元勝於幾何代數勝於天元微分積分又勝於代數則學者何不逕習微積而必從幾何元代以及微積耶

答之曰不習幾何則於如積之理不能盡明故不可逕習天元不習天元則於正負開方之理不能盡明雖從代數得其相等之式亦不易求其同數微分積分其算式仍藉代數爲用不習代數烏能逕習微積所以幾何元代微積

其學必循序而及不可躐等而進也

或又問曰微積之必由代數而出固無疑矣若謂習代數者必先知天元習天元者必先明幾何此乃欺人之論也夫天元中法也幾何代數皆西法也中西各創其法曾未彼此相謀則創天元者固不知有幾何也創代數者亦不知有天元也不知者尚且能創而謂反不能學者天下有是理乎

答之曰余之所謂循序而及者言如此學之則易於入手耳非謂舍此即不能學也創天元者固未見幾何之書而天元之理則無非幾何之理也創代數者雖未見天元之書而代數之理則猶之天元之理也然則幾何元代其明理之法雖異而其所明之理則同惟幾何爲初學所最易明故必從幾何入手天元之書難於幾何而易於代數以其有數可核也代數之法繁於天元而其用則廣於天元故旣明天元方可學代數

又有問者曰演數與明理旣分爲兩途則演數者固不必明理矣惟不知明理者亦能演數否且不知明理者所演之數有異於不明理者所演之數否

答之曰明理之人惟不喜演數耳非不能演數也使强明理之人爲演數之事其演得之數亦無異於演數者所演之數也惟專門演數之人因已演之甚熟故速而且準每爲明理者所不能及耳

或又問曰算法之事所用者數也明其理而不善演其數則是能說而不能行矣又曷取乎明理爲哉

答之曰演數者祇能用法而明理者則能創法凡演數者所用之法皆明理者之所創也算法古疏今密古拙今巧苟非明其理而精益求精安能至此乎明理之人譬如創業演數之人譬如守成其勞逸難易有不可同日而語者明理之人非但能創前所未有之法又能以因爲創而將從前已有之法改之使更便於用故有至難之法一變而爲至易者亦有至繁之法一變而爲至簡者卽如圓徑求周古時用割圓之法開方數十次僅能得數位密率今用屢乘屢除可任求若干位密率而不必開方又如求八線之法古時用六宗三要二簡法而不能任求某角之線今則弧背與八線能彼此相求又如真數求對數古時用中比例之法以代開數十百次之方今用級數可以任求而不必用中比例其簡易不知幾何倍矣

或又問曰明理始能創法是創法之人無有不明其理者也吾見近時算學之書每有但言其所立之各術而於立術之理則不贅一辭豈其理祇能自明而不能與人共明歟抑秘其立術之理而惟恐人之得明歟

答之曰予所言之書其創法之時蓋用天元之術以演各尖堆之垛積枝枝節節而爲之此中曲折之故祇爲創法者所自明若欲與人共明其理則取徑紆迴布算繁重演之非易言之甚難不能如微分積分之直捷簡明也卷帙既多則刊校均非易事故先刊各術而其釋術之書將俟續出後因已見微積之術覺己法不足以傳示後世遂焚棄其稿未可知也或身遭兵燹就義成仁而遺稿飄零散失亦未可知也

或又問曰有數種算學之書其所立之術雖未嘗自匿其理而觀其釋術之語終不能明白曉暢其故何也

答之曰立術之理若非從大公至正之軌悟入每覺可以意會而不可以言傳故自明其理則易欲使他人共明其理則難蓋其人雖有鈎深致遠之心思而筆墨所達未能曲盡其妙則他人觀之仍不能明此亦由於觀是書者功夫尚淺未能領略其語耳

或又問曰今之算術密矣巧矣簡而易矣蔑以加矣吾恐從此以後卽有鑽研數理之人亦未必能再創新術矣

答之曰他事皆有止境而算學無止境也古人創術之時何嘗不自以爲巧密逮有巧密於古術者則以古術爲疏拙矣後之視今亦猶今之視昔安知此後更無再巧再密之術而視今之巧密者爲疏拙耶

論比例之用

中法之異乘同除卽西法之四率比例也九章之中惟粟米一章眞爲四率比例之題方田差分商功均輸雖非全是比例而其中藏有比例之理故皆可以比例通之若少廣盈朒方程句股每章各有專術不必强以比例明之羅茗香作比例匯通將一切算法皆歸比例識者譏之

題中所藏之比例其理未必盡顯是在乎學者探索題意而得其相比之理則能將題中各數用加減乘除造成比例之率有祇用一次比例者亦有必用數次比例者所以比例之名甚多有正比例轉比例合率比例按分遞折比例遞加遞減比例超位加減比例和較比例等名名目愈多頭緒愈亂余以爲比例只有一法乃二三兩率相乘以

一率除之而得四率也其名目之多乃是造此諸率之法隨題異形稍有分别耳

論盈朒之術與天元相似

九章中盈朒一章其馭題之法與别章迥不相同其下半章之題則本無盈朒之形而可强改爲盈朒以馭之者也余謂盈朒之術與天元甚相近而其理比天元爲淺學算之人有不通天元者然未有不能通盈朒者也能知盈朒之理與天元之意相同即可從盈朒以通天元

假如有題云今有共買物人出八盈三人出七不足四問人數幾何

此題如以天元馭之則立天元丨爲人數以所出之八乘之得〇𝍧以所盈之三減之得𝍢𝍧爲物價寄左乃以所出之七乘天元得〇𝍦以不足之四加之則得𝍣𝍦亦爲物價以此與寄左之式相消得𝍦丨上實下法餘得七爲所問之人數

此即盈朒之術并盈不足爲實所出率以少減多餘爲法實如法得一也

又如有題云今有共買金人出四百盈三千四百人出三百盈一百問人數幾何

此題如以天元馭之則〇丨爲人數以所出之四百乘之得〇𝍣〇〇以盈三千四百減之得𝍢𝍬〇〇𝍣〇〇爲金價寄左又以所出三百乘天元得〇𝍢〇〇以盈一百減之得丨〇〇𝍢〇〇亦爲金價以此與寄左之式相消得𝍢𝍫〇〇丨〇〇上實下法得三十三爲人數

此即盈朒之術置所出率以少減多餘爲法兩盈數以少減多餘爲實實如法得一也

又如有題云今有共買羊人出五不足四十五人出七不足三問人數幾何

此題以天元馭之則令〇丨爲人數以五乘之得〇𝍤以四十五加之得𝍤𝍬𝍤爲羊價寄左　另以七乘〇丨得〇𝍦以三加之得𝍢𝍦與左相消得𝍡𝍬𝍡上實下法得二十一爲人數

此即盈朒之術置所出率以少減多餘爲法兩不足以少減多餘爲實實如法得一也

又如有題云今有共買犬人出五不足九十人出五十適足問人數幾何

此題如以天元馭之則令〇丨爲人數以所出之五乘之得〇𝍤以不足九十加之得𝍱〇𝍤爲犬價寄左　另以〇丨乘八出五十得〇𝍮亦爲犬價以與左數相消得𝍱〇𝍫上實下法除得二丨爲人數

此即盈朒之術以盈及不足之數爲實置所出率以少減多餘爲法實如法得一也

將以上各題之天元草與盈朒之本術合而觀之知盈者當減去之故其數爲負不足者當加之故其數爲正適足者不必加亦不必減故其數爲〇

元草中寄左之數即爲題之上半節數其與左相消之數即爲題之下半節數其消得之數即爲盈朒術中法實之數惟以盈朒之本術馭題必先辨其題爲一盈一不足或兩盈兩不足或盈與適足不足與適足而各以其本術馭之若用天元祇須知盈者當減之不足者當加之適足者當爲空位不必問其題之在盈朒中爲何類也此天元之術所以能勝於他術也

九章中算題凡爲天元所能馭者若其寄左之術與相消之數僅爲元太兩層則亦爲盈朒之類故皆可改其題爲盈朒之形

惟古人造盈朒之術其時尚未有天元而其用盈朒術以馭各題已駸駸乎有天元之意故有題之面目並非盈朒可以改其形爲盈朒而以盈朒之術馭之

假如有題云今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而舂之得米七斗問故米幾何

則此題並無盈朒之形然其故米之幾何雖不知其數算者心中可權作爲若干以試核之所以先可令故米爲二斗則須添粟八斗以滿十斗之桶惟八斗之粟當舂得糲米四斗八升連故米二斗只得六斗八升是較之七斗尚少二升也　又設故米爲三斗則須添粟七斗以滿其桶惟七斗之粟當舂得糲米四斗二升連故米三斗已有七斗二升是較之七斗多出二升也　所以可得一盈朒之題云令故米爲二斗則不足二升令故米爲三斗則盈二升問故米幾何　如此則可以盈朒之術馭之而得故米之數爲二斗五升

又如有題云已知漆三得油四油四和漆五今有漆三斗欲令分以易油還自和餘漆問出漆幾何