

Alignment Measurement

Basic Theory and Application under Force

加载同轴度测量 基础理论及应用

梁新帮 高怡斐 著



科学出版社

加载同轴度测量 基础理论及应用

梁新帮 高怡斐 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统阐述了加载同轴度的基础理论知识和同轴度参数的测定与计算方法,描述了加载同轴度测试方法和应变测量的基本要求,以及同轴度参数测量结果的不确定度分析与评定。全书共 14 章,内容包括:基本概念(第 1 章)、不同横截面形状传感器试样的加载同轴度参数理论计算方法(第 2~9 章)、应变测量和同轴度参数测定方法基本要求(第 10 和 11 章)、同轴度参数预测方法探讨(第 12 章)、参数测量结果的不确定度分析与评定(第 13 章)、应变测量数据有效性判定方法(第 14 章)。本书对于重要的公式都给出了推导过程,以便读者易于了解和掌握最基本的理论关系。

本书可供材料、物理、机械等专业本科生和研究生阅读,也可供高校及科研院所的工程技术人员、力学性能试验技术人员和试验方法研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

加载同轴度测量基础理论及应用/梁新帮,高怡斐著. —北京:科学出版社,2012

ISBN 978-7-03-033707-8

I. ①加… II. ①梁… ②高… III. ①不同轴度测量 IV. ①TG83

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 040372 号

责任编辑:赵彦超 刘信力/责任校对:宋玲玲

责任印制:钱玉芬/封面设计:耕者设计

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012 年 3 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2012 年 3 月第一次印刷 印张: 11 3/4

字数: 220 000

定价: 48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

序

加载同轴度影响材料力学性能测定的客观事实很早被人们所知,在 20 世纪 60 年代就已有这方面的研究报告,但对于测量加载同轴度的试验方法的研究却晚得多,直到 80 年代末才由美国 ASTM 发布第一个加载同轴度校准推荐规程 ASTM E1012-89. 此后轴向加载的同轴度问题逐渐受到关注,并进行多方面的研究. 最近十年,对于加载同轴度测量方法的研究最为突出的是 F. A. Kandil, 他于 2003 年首先提出“最大弯曲应变净试验机分量和净试样分量的分离概念和方法”,这一概念和方法后来被国际标准草案 ISO/DIS 23788:2011 采纳.

在我国,随着在航天、航空、航海、能源等领域里大型设备制造和新技术新材料的采用,对于材料力学性能要求日趋严格,而加载同轴度对于材料力学性能的测定有很大影响,尤其对于持久蠕变性能、疲劳性能、拉伸杨氏模量和比例极限等性能的测定影响明显. 因此,国内外相关的试验方法标准高度重视这种影响,并对加载同轴度规定了相应的要求. 在这种情形下,从事力学性能试验和与此相关的计量人员,以及轴向加载实验设备设计生产安装的人员,很希望有相关著作,帮助了解加载同轴度方面的基础理论知识和测量方法. 此次出版的《加载同轴度测量基础理论及应用》一书正好适应广大读者需求. 该书对轴向加载同轴度测量的基本原理和基本方法做了详尽阐述和推导论证,给出了基本测量方法,有助于读者了解和掌握这方面的基础知识. 同时,该书的以下几方面:圆形横截面传感器试样多点测量最大弯曲应变表示的理论统一和矢量法分离净试验机分量和净试样分量、等效内切圆方法计算矩形横截面试样最大弯曲应变方位角、实际试验测量的参数优化计算方法等,为作者新提出的方法理论. 在加载同轴度参数预测方法和同轴度参数测量不确定度评定方面,该书亦进行了新的探讨. 这些对于促进加载同轴度测量方法的进一步发展有帮助.

该书对于从事材料力学性能试验和与这方面试验相关计量工作的人员、从事加载同轴度测量方法研究和制定标准和(或)校准规程的人员,以及轴向加载试验机设计和安装维护的技术人员,具有一定的阅读和参考价值.



中国工程院副院长

2012 年 1 月 6 日

前 言

随着国际交流和贸易的日益频繁,实验室之间数据的比较日益普遍.为了提高我国实验室的测试水平,保证我们实验室数据的准确可靠,试验结果真正显示被测材料或产品的实际性能,对各实验室试验系统的同轴度进行校验是非常必要的.而提供准确的加载同轴度参数,高精度的同轴度测量仪是急需的.新发布的国家标准 GB/T 3075-2008 和 GB/T 15248-2008 都对疲劳试验机的加载同轴度提出了明确要求.

为了配合我国大飞机的研制项目,国内许多航空航天企业和实验室都在申请 NADCAP 认证. NADCAP 是“National Aerospace and Defense Contractors Accreditation Program”的英文缩写,即为“国家航空航天和国防合同方授信项目”.它是由美国航空航天和国防工业巨头与美国国防部、美国机动车工程师学会 (Society of Automotive Engineers) 等机构共同发起和发展的一个专门对航空航天工业的特殊产品和工艺进行认证的体系,其宗旨是以通用的第三方认证解决方案代替各自对供应商进行重复的特种工艺审查认证,以便有效地降低其供应商开发成本和潜在风险.而申请 NADCAP 认证的材料检测实验室都要按照 ASTM 系列标准进行试验,诸如 ASTM E8/8M、ASTM E139、ASTM E606、ASTM E466 和 ASTM E111 等标准都对试验机的加载同轴度参数提出了明确的指标要求.面对如此紧迫的需求,2006 年国家钢铁材料测试中心向国家科学技术部申请了科学仪器设备升级改造专项工作——“同轴度测量仪改造为新型高精度同轴度测量仪”,并获得了国家科学技术部的资助.在该项目 2006 年~2009 年研究期间,项目承担单位针对圆棒、薄板和厚板等各种类型的同轴度参数测试单元进行了深入研究,形成了高精度同轴度测量仪的产品,并利用该仪器为国内多家航空航天企业和相关实验室提供了试验机加载同轴度参数的校验服务.该项工作保证了企业和实验室顺利通过 NADCAP 认证.同时,通过试验机加载同轴度参数的测量也发现,我国试验机行业在试验设备的加载同轴度设计方面考虑的还有欠缺.所以,高精度同轴度参数测量仪不仅能够提高实验室的测试水平,同时也能促进试验机制造行业的进步.

本书是在国家科学技术部资助项目完成之后,笔者对加载同轴度参数的基础理论和计算方法进行了系统总结,并为方便同行应用给出了一些计算范例.

本书作者感谢国家科学技术部 2006000600 项目对加载同轴度理论及应用研究工作的大力支持!

感谢国家钢铁材料测试中心 (钢铁研究总院分析测试研究所) 资助本书出版!

作 者

2012 年 2 月

目 录

序

前言

第 1 章	基本概念	1
1.1	概述	1
1.2	加载同轴度测量用术语	2
1.3	主要符号	4
第 2 章	圆形横截面试样的弯曲应变	6
2.1	弯曲应变分析	6
2.2	测量点的弯曲应变方程	7
2.3	弯曲应变方程的性质与最大弯曲应变的表示通式	10
2.4	当测量点数 n 为偶数时的最大弯曲应变的表示通式	13
2.5	测量点数 n 的取值范围	13
2.6	最大弯曲应变方位角	14
2.7	轴向应变和测量点的弯曲应变	15
第 3 章	正多边形横截面试样的弯曲应变	16
3.1	弯曲应变分析	16
3.2	最大弯曲应变通式的验证	19
3.3	最大弯曲应变方位角	21
第 4 章	厚矩形横截面试样的弯曲应变	23
4.1	测量点分布方式	23
4.2	弯曲应变与最大弯曲应变分析	27
4.3	最大弯曲应变方位角	31
4.4	轴向应变与弯曲应变	39
第 5 章	薄矩形横截面试样的弯曲应变	40
5.1	4 点测量方式的弯曲应变和等效弯曲应变	40
5.2	最大弯曲应变及其方位角	43
5.3	3 点测量方式的弯曲应变和等效弯曲应变	44
第 6 章	最大弯曲应变的试验机分量与试样分量的分离	48
6.1	标量法分离	48
6.2	矢量法分离	51

6.3	两种分离方法对于圆形横截面试样的等效性证明	53
第 7 章	试验机和试样分量方位角的分离	58
7.1	圆形横截面试样的试验机分量和试样分量的方位角	58
7.2	正多边形横截面试样的试验机分量和试样分量的方位角	60
7.3	厚矩形横截面试样的试验机分量和试样分量的方位角	61
7.4	薄矩形横截面试样的试验机分量和试样分量的方位角	62
7.5	试验机分量方位角和试样分量方位角的计算举例	63
第 8 章	最大弯曲应变和方位角的优化表示	67
8.1	圆形横截面试样的最大弯曲应变及其方位角的优化表示	67
8.2	正多边形横截面试样的最大弯曲应变及其方位角的优化表示	72
8.3	厚矩形横截面试样的最大弯曲应变及其方位角的优化表示	77
8.4	薄矩形横截面试样的最大弯曲应变及其方位角的优化表示	79
8.5	试样取向为 180° 时的最大弯曲应变 B' 及其方位角 θ' 的优化表示	81
8.6	方位角的表示规则	84
8.7	最大弯曲应变和方位角的优化计算举例	84
第 9 章	圆形横截面试样扭转加载同轴度参数的表示方法	90
9.1	扭转和弯曲的应变分析	90
9.2	应变计安装位置和方向	93
第 10 章	应变测量方法与传感器试样	94
10.1	应变测量的方法	94
10.2	传感器试样	97
第 11 章	加载同轴度参数测定方法基本要求	104
11.1	试验机加载同轴度测量要求	104
11.2	试验机加载同轴度测量基本程序	104
11.3	加载同轴度参数计算	105
11.4	测定结果表示	106
11.5	加载同轴度评定	109
11.6	应变测量系统调零程序对加载同轴度参数测定的影响	110
第 12 章	加载同轴度参数预测方法探讨	112
12.1	直杆弯曲的曲率与挠度	112
12.2	圆形横截面试样的加载同轴度参数预测	114
12.3	矩形 (包括薄矩形) 横截面试样的加载同轴度参数预测	119
12.4	正多边形横截面试样的加载同轴度参数预测	121
12.5	加载同轴度参数预测的方法	122

第 13 章	加载同轴度参数测量结果的不确定度	125
13.1	不确定度的数学模型	125
13.2	重复性引起的不确定度分项	127
13.3	参数测定结果数值的修约引起的不确定度分项	128
13.4	圆形横截面传感器试样的加载同轴度参数的测量不确定度	129
13.5	厚矩形横截面传感器试样的加载同轴度参数的测量不确定度	143
13.6	加载同轴度参数的 B 类测量不确定度计算举例	153
第 14 章	应变测量数据的有效性判定	161
14.1	理想数据及其判定方法	161
14.2	有效数据及其判定方法	162
附录 A	用另一方法导出圆形横截面试样多点测量方式的最大弯曲应变通式	167
A.1	弯曲应变方程	167
A.2	测量点数为 $n = 3$ 时的最大弯曲应变表示式	167
A.3	当测量点数为 n 时的最大弯曲应变表示式	168
附录 B	三公式互等证明	170
B.1	问题的提出	170
B.2	预备公式	170
B.3	3 点测量方式的最大弯曲应变公式的等效性	171
B.4	4 点测量方式的最大弯曲应变公式的等效性	172
参考文献		174

第1章 基本概念

1.1 概 述

加载同轴度, 对于材料力学性能试验, 尤其对于轴向加力试验受其影响甚为明显. 加载研究表明, 试验机本身的轴向加载同轴度对拉伸试验、持久试验和疲劳试验的试验结果会产生很大影响. 国外有文献报导, 由于试验系统同轴度的差别可以造成表面弯曲应变与平均应变之差高达 50%~100%^[1]. 典型的例子如, 弹性应变梯度导致的不同, 总是发生在试样表面弹性应变的最大处, 同轴度造成的应变梯度将明显影响拉伸试验结果, 尤其是在塑性应变小于 0.2% 时尤为明显, 而此时应变硬化还未抵消掉应变梯度.

由于加载链与试样轴之间的不同轴, 产生的弯曲应力将明显影响力学性能试验结果. 在大多数工程材料的拉伸试验中, 如果足够的塑性应变能够抵消掉弯曲应力时, 弯曲应力将是不重要的. 然而, 被测试材料的内在脆性限制了塑性流变, 在对这种材料的试样进行试验, 或需要在弹性极限附近进行测量时, 或者对缺口试样其塑性被限制在很小的范围内时, 很小的不同轴度会导致变化的弯曲应力, 将明显影响试验结果. 国外研究者已做了多方面研究^[1], 例如 Morrison 实验表明, 对于经严格机加工的相同钢试样, 分别进行扭转试验和拉伸试验, 扭转试验显示其屈服强度的变动性约为 $\pm 1\%$, 而拉伸试验却显示达 $\pm 5\%$, 其原因并非材料的微观结构的变化, 而是拉伸试验机同轴度造成; Robinson 报告当弯曲微应变增加 2 倍, 钢螺栓拉-拉疲劳寿命减小 40%~60%; Jones 等报告当偏心从负值到正 2.5mm 变化, 铬-钼-钒钢在温度 538°C, 应力 414MPa 下的高温缺口持久寿命连续减小 80%~90%; Kandil 在统计低周疲劳试验不确定度时发现, 同轴度差的试验室产生显著地低的低周疲劳寿命. 由此可见加载同轴度对力学性能的影响是明显的.

轴向加载同轴度影响材料力学性能试验结果的事实, 已经逐渐被共识. 国内外很多试验方法标准都对轴向加载同轴度规定限制性指标要求. 例如美国 ASTM E139-06^[2], ASTM E606-04^[3], ASTM E466-96^[4] 和 ASTM E111-04^[5] 等标准规定弯曲应变百分比分别为不超过 $10\%\epsilon_{ax}$, $5\%\Delta\epsilon_{ax,min}$, $5\%\Delta\epsilon_{ax}$ 和 $5\%\epsilon_{ax,mean}$; 国际标准 ISO 12106:2003^[6] 规定弯曲应变不超过轴向应变的 5%; 我国国家标准 GB/T3075-2008^[7] 和 GB/T15248-2008^[8] 也分别对疲劳试验机的同轴度规定了要求.

美国重视试验机同轴度的影响, 已有 ASTM E1012-05^[1] 加载同轴度校准规程, 国际标准也在制定加载同轴度校准方法标准 ISO 23788^[9].

从上述可见, 轴向加载试验机的加载同轴度参数成为试验机工作状态优劣指标之一, 或者成为这类试验机技术控制的目标之一. 因此, 试验机生产者和使用者日趋重视试验机的这些特性参数要求, 并促使发展加载同轴度参数的测量理论和评定方法. 本书将对加载同轴度测量基本原理、方法和测量应用进行系统描述.

1.2 加载同轴度测量用语

(1) 平均轴向应变 (a)

安置在传感器试样同一横截面平面的一组应变计在试样表面测量的平均纵向应变, 代表试样横截面几何中心点处的应变.

(2) 弯曲应变 (b)

在传感器试样同一测量平面上应变计测量的应变与平均轴向应变之差. 一般应区分弯曲应变试验机分量和试样分量.

(3) 弯曲应变试验机分量 ($b_{i,mc}$)

单独由试验机引起的弯曲应变部分.

(4) 弯曲应变试样分量 ($b_{i,sp}$)

单独由试样引起的弯曲应变部分.

(5) 最大弯曲应变 (B)

在给定的横截面平面上具有最大弯曲应变数值的矢量值. 一般应区分最大弯曲应变试验机分量和最大弯曲应变试样分量.

(6) 最大弯曲应变试验机分量 (B_{mc})

单独由试验机对中失准引起的最大弯曲应变.

(7) 最大弯曲应变试样分量 (B_{sp})

单独由试样的固有不完整 (误差) 引起的最大弯曲应变.

(8) 最大弯曲应变百分比 (PB)

最大弯曲应变与平均轴向应变之比的百分比. 一般应区分试验机分量弯曲应变百分比和试样分量弯曲应变百分比. (注: 最大弯曲应变百分比在我国也称为“加载同轴度”).

(9) 试验机分量弯曲应变百分比 (PB_{mc})

最大弯曲应变试验机分量与平均轴向应变之比的百分比:

$$PB_{mc} = \frac{B_{mc}}{a} \times 100 \quad (1-1)$$

(10) 试样分量弯曲应变百分比 (PB_{sp})

最大弯曲应变试样分量与平均轴向应变之比的百分比:

$$PB_{sp} = \frac{B_{sp}}{a} \times 100\% \quad (1-2)$$

(11) 方位角 (θ)

最大弯曲应变方向与参考方向的角度. 顺时针方向为正, 逆时针方向为负. 一般应区分试验机分量方位角和试样分量方位角.

(12) 试验机分量方位角 (θ_{mc})

最大弯曲应变试验机分量方向与参考方向的角度.

(13) 试样分量方位角 (θ_{sp})

最大弯曲应变试样分量方向与参考方向的角度.

(14) 试样横截面角顶点位置角度 (ϕ)

矩形或正多边形横截面上处于最大弯曲应变的角顶点与参考方向的角度.

(15) 加载同轴度参数

试验机 (或装置) 加力中心线与试样轴线一致性的特性量值. 主要包括最大弯曲应变试验机分量和试样分量及它们的方位角、以及相应的弯曲应变百分比等特性参数值, 用以评定试验机 (或装置) 加载同轴度品质的优劣.

(16) 试样取向

试样横截面测量平面上指定的第 i 测量点与参考方向的角度. 习惯上指定第 1 测量点与参考方向成 0° 角为 0° 取向, 与参考方向成 180° 角为 180° 取向等等.

(17) 参考方向 (R -方向)

方位角的固定参考坐标. 参考方向系人为指定, 习惯上把试验机正面朝向作为参考方向.

(18) 加载同轴度试验

通过传感器试样测定加载链的加载同轴度参数的试验.

(19) 测量不确定度

表征合理地赋予被测量之值的分散性, 与测量结果相联系的参数.

(20) 测量平面

传感器试样一组应变计其横轴所在的横截面平面.

(21) 测量方式

同一测量平面设置的应变测量点数及其分布方式. 例如, 3 点式, 4 点式, n 点式等.

(22) 弯曲中性线

试样弯曲变形时其横截面上弯曲应变为零的线.

(23) 平面弯曲

试样轴线保持在同一平面的弯曲. 沿轴线弯曲方向的纵截面平面为弯曲平面.

(24) 弯曲应变命名方式

在同一测量平面的各测量点的弯曲应变顺序编号的规则. 本书对于弯曲应变命名方式有两种, 其一: 测量点顺序编号与弯曲应变命名顺序编号相同, 按顺时针方

向顺序从 $1 \rightarrow n$ (即 $b_1 \sim b_n$) 由小到大编号; 其二: 测量点顺序编号与弯曲应变命名顺序数不同, 弯曲应变测量值为最高者命名为 b_1 , 按顺时针方向下一测量点的弯曲应变名为 b_2 , 再下一个为 b_3 , 等等. 通常采用前者的命名方式.

(25) 加载链

在试验机十字头和作动器之间传递作用力的所有连接件 (包括试样).

(26) 传感器试样 (对中介感器)

用应变传感元件仪器化了的试样. 通常在其横截面平面安装一组或多组应变计用以在试样表面测量轴向应变.

1.3 主要符号

加载同轴度试验与测量常用符号和单位列于表 1-1:

表 1-1 加载同轴度试验与测量使用的主要符号和单位

符号	名称	单位
ε_i	试样取向 0° 的第 i 测量点测量的轴向应变	$\mu\varepsilon$
ε'_i	试样取向 180° 的第 i 测量点测量的轴向应变	$\mu\varepsilon$
a	试样取向 0° 的平均轴向应变	$\mu\varepsilon$
a'	试样取向 180° 的平均轴向应变	$\mu\varepsilon$
b_i	试样取向 0° 的第 i 测量点的弯曲应变	$\mu\varepsilon$
b'_i	试样取向 180° 的第 i 测量点的弯曲应变	$\mu\varepsilon$
$b_{i,mc}$	弯曲应变试验机分量	$\mu\varepsilon$
$b_{i,sp}$	弯曲应变试样分量	$\mu\varepsilon$
B	试样取向 0° 的最大弯曲应变	$\mu\varepsilon$
B'	试样取向 180° 的最大弯曲应变	$\mu\varepsilon$
B_{mc}	最大弯曲应变试验机分量	$\mu\varepsilon$
B_{sp}	最大弯曲应变试样分量	$\mu\varepsilon$
B_{cs}	等效内切圆最大弯曲应变	$\mu\varepsilon$
$B_{cs,mc}$	等效内切圆最大弯曲应变试验机分量	$\mu\varepsilon$
$B_{cs,sp}$	等效内切圆最大弯曲应变试样分量	$\mu\varepsilon$
B_{cr}	等效外接圆最大弯曲应变	$\mu\varepsilon$
$B_{cr,mc}$	等效外接圆最大弯曲应变试验机分量	$\mu\varepsilon$
$B_{cr,sp}$	等效外接圆最大弯曲应变试样分量	$\mu\varepsilon$
$\vec{B}$	试样取向 0° 的最大弯曲应变矢量	$\vec{b}^0$ (单位矢量)
$\vec{B}'$	试样取向 180° 的最大弯曲应变矢量	$\vec{b}'^0$ (单位矢量)
$\vec{B}_{mc}$	最大弯曲应变试验机分量矢量	$\vec{b}^0_{mc}$ (单位矢量)
$\vec{B}_{sp}$	最大弯曲应变试样分量矢量	$\vec{b}^0_{sp}$ (单位矢量)
PB	弯曲应变百分比	%
PB_{mc}	试验机分量弯曲应变百分比	%
PB_{sp}	试样分量弯曲应变百分比	%

续表

符号	名称	单位
θ	试样取向 0° 的最大弯曲应变方位角	$(^\circ)$
θ'	试样取向 180° 的最大弯曲应变方位角	$(^\circ)$
θ_{mc}	试验机分量方位角	$(^\circ)$
θ_{sp}	试样分量方位角	$(^\circ)$
ϕ	试样横截面角顶点位置角度	$(^\circ)$
α_{mc}	试验机分量矢量与最大弯曲应变矢量的夹角	$(^\circ)$
α_{sp}	试样分量矢量与最大弯曲应变矢量的夹角	$(^\circ)$
L_c	试样平行长度	mm
L_g	试样纵轴方向两测量平面间距离	mm
w	矩形试样宽度	mm
w_g	矩形试样宽度方向两应变计距离	mm
t	矩形试样厚度	mm
r	试样半径或矩形横截面半对角线长度	mm
R	试样中性线弯曲半径	mm
n	测量点数	—

注: $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

第2章 圆形横截面试样的弯曲应变

当在加载链中的试样受轴向力作用时, 由于组成加载链的各连接零件 (包括试样) 的对中或多或少存在失准, 致使试样承受附加的弯曲矩, 在其表面产生附加的弯曲应变. 弯曲应变分布及其大小与试样横截面形状有关, 不同横截面形状有不同弯曲应变及其分布. 本章就最常用的试样类型, 即圆形横截面试样进行弯曲应变分析, 确立其加载同轴度参数的关系, 即最大弯曲应变及其方位角的理论关系.

2.1 弯曲应变分析

一根等横截面实心均质各向同性的直杆试样在弯曲矩的作用下, 在弹性范围内直杆试样发生弯曲变形, 弯曲的外侧处于拉应变, 内侧处于压应变, 而其轴线不发生任何应变, 成为弯曲中性线, 弯曲平面上中性线两侧的应变大小相等、符号相反, 如图 2-1 所示. 处于弹性弯曲状态的直杆试样, 其弯曲应变与测量点至中性线的距离和中性线的弯曲半径有关, 下面将导出弯曲应变的一般表示式.

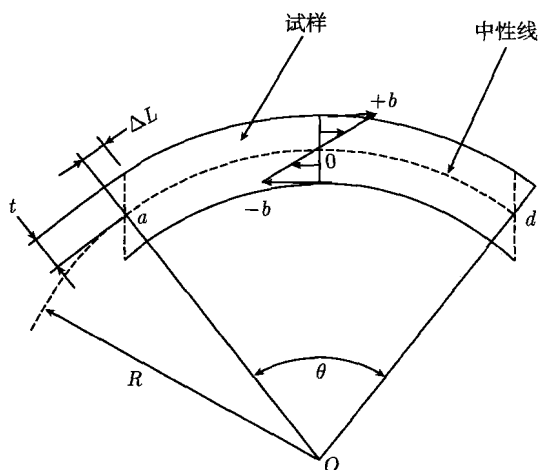


图 2-1 直杆试样弹性弯曲时的弯曲应变

设图 2-1 的试样中性线 ad 的弧线长度为 L , 弧线包含的角度和弯曲半径分别为 θ 和 R , 观测的母线至中性线的距离为 t , 那么, 该母线的伸长 ΔL 可以表示为

$$\Delta L = (R + t)\theta - R\theta = t\theta$$

该母线的弯曲应变可以表示为

$$b = \frac{\Delta L}{L} = \frac{t\theta}{R\theta} = \frac{t}{R} \quad (2-1)$$

式 (2-1) 即为直杆试样弯曲应变一般表示式. 它适用于圆形、正多边形和矩形横截面的直杆试样弯曲应变的表示.

当上述的直杆试样为圆形横截面试样情况, 见图 2-2. 若试样横截面半径为 r , 横截面圆周上测量点至弯曲中性线的距离为 t , 试样弯曲中性线的弯曲半径为 R , 应用式 (2-1), 测量点的弯曲应变可以表示为

$$b = \frac{t}{R} = \frac{r}{R} \cos \eta \quad (2-2)$$

式中, η 为考虑点的偏置角.

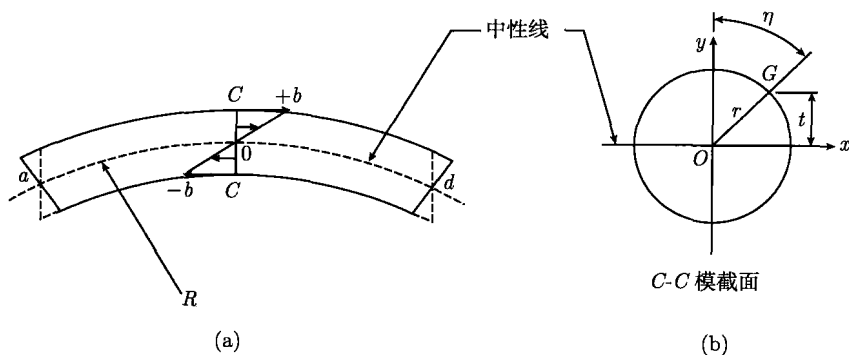


图 2-2 圆形横截面直杆试样弯曲时表面的弯曲应变

当弯曲状态不变时, R 保持不变, 则 r 与 R 的比值为定值, 并令它为 B , 于是式 (2-2) 表示为

$$b = B \cos \eta \quad (2-3)$$

式 (2-3) 即为圆形横截面圆周上的弯曲应变一般方程. 显然, 弯曲应变 b 的最大取值为 B , 即 B 为最大弯曲应变.

为了建立最大弯曲应变及其方位角的表示方法, 可以采用 n 点 (多点) 测量方式, n 测量点沿试样横截面圆周等间隔分布, 弯曲应变顺序编号可以与测量点编号不相同或相同. 前种方式有助于对弯曲应变方程的直观理解, 后种方式便于实用, 下面分别进行分析.

2.2 测量点的弯曲应变方程

(1) 测量方式 1

图 2-3 为采用弯曲应变顺序编号与测量点编号不相同的测量方式. 沿试样横

截面圆周等间隔布置 n 测量点 (例如布置 n 应变计), 测量点 G_1 置于参考方向上, 按顺时针方向分别命名为 $G_1, G_2, G_3, \dots, G_i, \dots, G_n$; 将最接近或处在最大弯曲应变 $+B$ 方向的测量点 G_i 的弯曲应变命名为 b_1 (其值为 n 测量点中最高), 沿顺时针方向的下一个测量点的为 b_2 , 再下一个测量点的为 b_3 , 等等. 从 $+B$ 方向至 b_1 点 (即测量点 G_i 点) 的夹角为 A , 指定沿顺时针方向为正, 逆时针为负.

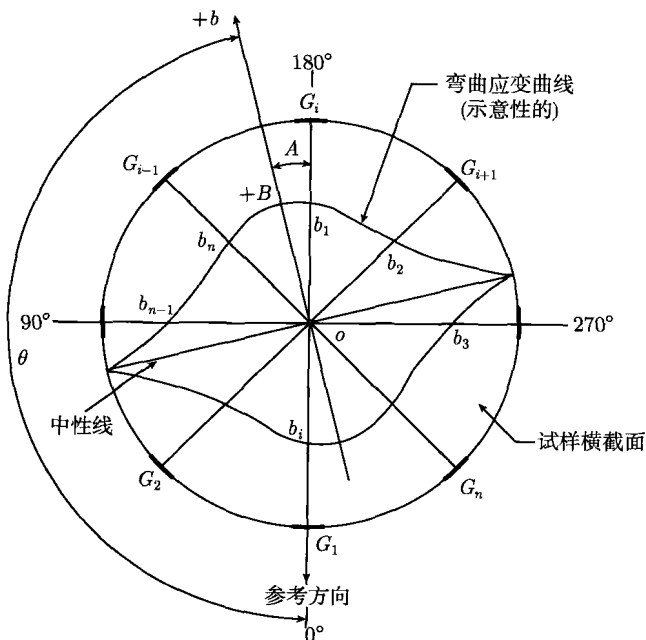


图 2-3 弯曲应变序号与测量点不相同的测量方式

因为测量点是等间隔的, 相邻两测量点间的夹角应为

$$\beta_n = \frac{2\pi}{n} \quad (2-4)$$

沿横截面圆周的顺时针方向, 从 $+B$ 方向 (即图 2-2(b) 中 y 轴方向) 至任一弯曲应变 b_i 点的角度 η_i 可以表示为

$$\eta_i = A + (n - i) \beta_n \quad (2-5)$$

利用式 (2-3), 可以写出各测量点的弯曲应变, 表示为

$$b_i = B \cos [A + (n - i) \beta_n] \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (2-6)$$

式 (2-6) 便是多点测量方式的测量点弯曲应变方程.