华腾教育

高等学校教材经典同步辅导丛书物理类

配高教社《物理学》(第五版)东南大学等七所工科院校 编 马文蔚 改编

Physics

物理学

（第五版） 上、下册合订本

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心

王 飞 主编

◇紧扣教材 ◇知识精讲

◇习题全解 ◇应试必备

◇联系考研 ◇网络增值

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步

物理学

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
王 飞 主编

中国矿业大学出版社

内容提要

本书是高等教育出版社出版，东南大学等七所工科院校编、马文蔚改编的《物理学》(第五版)教材的配套辅导书。全书由考试要点、知识点归纳及课后习题全解等部分组成，旨在帮助读者掌握知识要点，学会分析问题和解决问题的方法技巧，并且提高学习能力及应试能力。

本书可供高等院校物理学课程的同步辅导使用，也可作为研究生入学考试的复习资料，同时可供本专业教师及相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

物理学同步辅导及习题全解/王飞主编．
徐州：中国矿业大学出版社，2006.8
(高等学校教材经典同步辅导丛书)
ISBN 978-7-81107-593-9

Ⅰ.物…　Ⅱ.王…　Ⅲ.物理学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 086929 号

书　　名　物理学同步辅导及习题全解
主　　编　王　飞
责任编辑　罗　浩
选题策划　孙怀东
特约编辑　时虎平
出版发行　中国矿业大学出版社
印　　刷　北京市昌平百善印刷厂
经　　销　新华书店
开　　本　720×960　1/16　**本册印张** 20.25　**本册字数** 534 千字
印　　次　2008 年 7 月第 1 版第 4 次印刷
总 定 价　81.30 元

高等学校教材
经典同步辅导丛书编委会

主　任： 王　飞

副主任： 夏应龙　倪铭辰　李瑞华

编　委（按姓氏笔画排序）：

于志慧	王海军	王　焯	韦爱荣
甘　露	丛　维	师文玉	吕现杰
朱凤琴	朵庆春	刘胜志	刘淑红
严奇荣	李　丰	李凤军	李　冰
李　波	李炳颖	李　娜	李晓光
李晓炜	李雅平	李燕平	何联毅
邹绍荣	宋　波	张旭东	张守臣
张鹏林	张　慧	陈晓东	陈瑞琴
范亮宇	孟庆芬	高　锐	

前 言

PREFACE

物理学是高等院校各理工科专业的一门重要基础理论课。东南大学等七所工科院校编写马文蔚改编的《物理学》(第五版)(上、下册)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点,成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。

大学物理学是为提高学生的现代科学素质服务的。它在开阔学生的解题思路、培养学生的科学思维方法、激发学生的探索创新精神及增强学生的适应能力方面起着重要的作用。学好物理学,运用物理学的基本定律和基本原理求解具体问题有助于加深对基本概念和物理定律的理解,这对学生在校学习起着十分重要的作用,并且对学生在以后的工作中进一步学习新理论、新技术都将产生深远影响。

为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本《物理学同步辅导及习题全解》(第五版)。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本的解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。

考虑到本课程的特点,我们在内容上做了以下安排:

1. 考试要点 根据大学物理学教学的要求,总结各章的重点、难点及考点。

2. 知识点归纳 串讲概念,总结性质和定理,使知识全面系统,便于掌握。

3. 课后习题全解 本书给出了东南大学等七所工科院校编写的《物理学》(第五版)(上、下册)各章习题的答案。我们不仅给出了详细的解题过程,而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结,从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此，谨向有关作者及对本书的出版给予帮助和指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢！

由于编者的水平有限，本书难免出现不妥之处，恳请广大读者批评指正。

联系我们

华腾教育网：

http://www.huatengedu.com.cn

电子邮件：

huateng@huatengedu.com

华腾教育教学与研究中心

目　录

CONTENTS

第一章

质点运动学

考试要点

1. 质点、参考系、坐标系、时刻和时间等物理概念.

2. 位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),借助直角坐标系计算质点作平面运动时的上述这些物理量.

3. 直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律,圆周运动中角量与线量的关系.

4. 速度合成定理,简单的相对运动问题.

知识点归纳

一、质点运动的描述

1. 参考系

为描述物体的运动而选的标准物称为参考系.

2. 质点

当描述一个物体的运动,可以忽略它的大小、内部结构等时,这个物体便可视为质点.一个物体能否看做质点,主要取决于所研究问题的性质.

3. 位置矢量

在直角坐标系中,在时刻 t,质点 P 在坐标系里的位置可用位置矢量 $\boldsymbol{r}(t)$ 来表示.位置矢量简称位矢,它是一个有向线段,其始端位于坐标系的原点 O,末端则与质点 P 在时刻 t 的位置相重合,如图 1-1 所示.

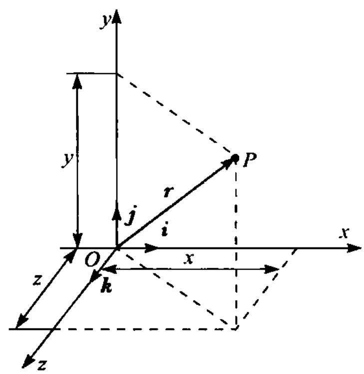

图 1-1

4. 运动方程

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

其中，$x(t)$，$y(t)$，$z(t)$是 $\boldsymbol{r}(t)$在 x 轴，y 轴，z 轴的分量如图 1-2 所示.

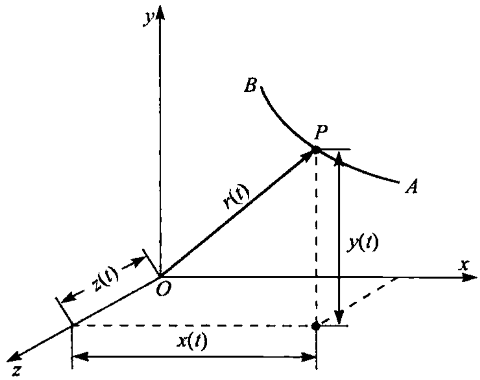

图 1-2

5. 位移

位移是描述质点位置变化的物理量，它是从质点初始时刻位置指向终点时刻位置的有向线段.

6. 速度

速度是描述质点位置变化快慢和方向的物理量，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

7. 加速度

加速度是描述质点运动速度变化快慢和方向的物理量，可用公式表示为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

位置矢量、位移、速度、加速度等都具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性.

二、圆周运动

1. 平面极坐标

设有一质点在 Oxy 平面内运动，某时刻它位于点 A. 由坐标原点 O 到点 A 的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 称为位矢，$\boldsymbol{r}$ 与 Ox 轴之间的夹角为 θ. 于是，质点在点 A 的位置可由(r,θ)来确定. 这种以(r,θ)为坐标的参考系称为平面极坐标系. 而在平面直角坐标系内，点 A 的坐标则为(x,y). 这两个坐标系的坐标之间的变换关系即为 $x=r\cos\theta$ 和 $y=r\sin\theta$.

2. 圆周运动的角速度

角坐标 $\theta(t)$ 随时间的变化率即 $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$，叫做角速度，用符号 ω 表示，有 $\omega=\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

3. 圆周运动的切向加速度、法向加速度和角加速度

质点在圆周上运动时某点的速度可以写为 $\boldsymbol{v}=v\,\boldsymbol{e}_t$，$\boldsymbol{e}_t$ 为切向单位矢量.

加速度可以写为
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n$$

切向加速度
$$\boldsymbol{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t=r\alpha\,\boldsymbol{e}_t$$

法向加速度 $\boldsymbol{a}_n=v\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n=r\omega^2\boldsymbol{e}_n=\dfrac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n$，$\boldsymbol{e}_n$ 为法向单位矢量.

角加速度定义为角速度随时间的变化率，式为
$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

4. 匀速率圆周运动和匀变速率圆周运动

(1)匀速率圆周运动　　$\boldsymbol{a}=r\omega^2\boldsymbol{e}_n$，　$\theta=\theta_0+\omega t$

(2)匀变速率圆周运动　$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=r\alpha\boldsymbol{e}_t+r\omega^2\boldsymbol{e}_n$，$\alpha=$常量

$t=0$ 时
$$\begin{cases}\omega=\omega_0+\alpha t\\ \theta=\theta_0+\omega_0 t+\dfrac{1}{2}\alpha t^2\\ \omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0)\end{cases}$$

三、相对运动

物体相对于不同参考系运动时，其间的关系可由速度合成定理表述，即
$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}'$$

式中，$\boldsymbol{v}$ 称为绝对速度，它是在基本参考系(视作“不动”)S 中观察到的物体速度；$\boldsymbol{v}'$ 是在另一个运动的参考系 S′中观察到的物体速度，称为相对速度；$\boldsymbol{u}$ 是参考系 S′相对于基本参考系 S 运动的速度，称为牵连速度.

课后习题全解

1-1　质点作曲线运动，在时刻 t 质点的位矢为 $\boldsymbol{r}$，速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，t 至 $(t+\Delta t)$ 时间内的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，路程为 Δs，位矢大小的变化量为 Δr(或称 $\Delta|\boldsymbol{r}|$)，平均速度为 $\overline{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\overline{v}$.

(1)根据上述情况，则必有(　　)

(A) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s=\Delta r$

(B) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s\neq\mathrm{d}r$

(C) $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r\neq\Delta s$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r\neq\mathrm{d}s$

(D) $|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s\neq\Delta r$，当 $\Delta t\to0$ 时有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r=\mathrm{d}s$

(2)根据上述情况，则必有(　　)

(A) $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　　(B) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

(C) $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　　(D) $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$

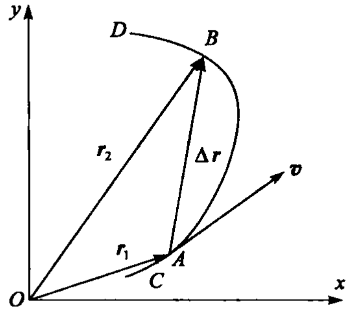

图 1-3

(1)**【分析】** 如图 1-3 所示，t 时刻，位矢为 $\boldsymbol{r}_1$，$t+\Delta t$ 时刻位矢为 $\boldsymbol{r}_2$，故 $\Delta\boldsymbol{r}$ 如图所示为 $\overrightarrow{AB}$.

设由 A 到 B 走过路程为曲线 ABD.

可知　$|\Delta\boldsymbol{r}|=AB, \Delta s=\widehat{AB}$(曲线)

$\Delta r=r_2-r_1(=OB-OA)$

$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s\neq\Delta r$

当 $\Delta t\to0$ 时，$\widehat{AB}\to AB$(AB 曲线趋近于直线 AB)

$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，指位矢切向变化

而 $\mathrm{d}r$ 是位矢法向变化，故有 $\mathrm{d}s\neq\mathrm{d}r$.

解　答案为(B).

(2)**【分析】** 由 v 定义可知速度矢量的大小 $v=|\boldsymbol{v}|$，而 $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$，所以 $|\bar{\boldsymbol{v}}|=\dfrac{\Delta r}{\Delta t}$. 而 $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\neq\dfrac{\Delta r}{\Delta t}$. 即得 $|\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$.

解　答案为(C).

1-2　一运动质点在某瞬时位于位矢 $\boldsymbol{r}(x,y)$ 的端点处，对其速度的大小有四种意见，即

(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$；　(2) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$；　(3) $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$；　(4) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$.

下述判断正确的是(　　)

(A)只有(1)(2)正确　　(B)只有(2)正确

(C)只有(2)(3)正确　　(D)只有(3)(4)正确

【分析】 $v=|\boldsymbol{v}|=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，(3)正确；

$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$，(4)正确.

而(1) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 是 r 沿 $\boldsymbol{r}$ 矢量方向的大小的变化率，是法向速度分量的大小.

(2) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v}$，是速度矢量，而非速度大小.

解　答案为(D).

1-3　质点作曲线运动，$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量，$\boldsymbol{v}$ 表示速度，$\boldsymbol{a}$ 表示加速度，s 表示路程，$\boldsymbol{a}_t$ 表示切向加速度. 对下列表达式，即

(1) $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=a$；(2) $\mathrm{d}r/\mathrm{d}t=v$；　(3) $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=v$；　(4) $|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t|=a_t$.

下述判断正确的是(　　)

(A)只有(1)、(4)是对的　　(B)只有(2)、(4)是对的

(C)只有(2)是对的　　(D)只有(3)是对的

【分析】 (1)$\frac{dv}{dt}=\frac{r\cdot d\omega}{dt}=r\cdot\alpha=a_t$. 切向加速度大小，故不正确；

(2)$\frac{dr}{dt}=v_n$，$\boldsymbol{r}$ 沿 $\boldsymbol{r}$ 矢量方向的大小变化率，故不正确；

(3)$\frac{ds}{dt}=v$，速度大小指单位时间走过的路程，故(3)正确；

(4)$\left|\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|=|\boldsymbol{a}|=a$，加速度的大小，不一定等于 a_t. 故选(D).

解 答案为(D).

1-4 一个质点在做圆周运动时，则有(　　)

(A)切向加速度一定改变，法向加速度也改变

(B)切向加速度可能不变，法向加速度一定改变

(C)切向加速度可能不变，法向加速度不变

(D)切向加速度一定改变，法向加速度不变

【分析】 做圆周运动的质点的法向加速度沿径向，切向加速度沿切向(垂直于径向)，其法向加速度的方向是时时刻刻在变化，根据质点的速率情况，切向加速度可能不变，例如当是匀速率圆周运动时，切向加速度恒为零.

解 答案为(B).

1-5 如图 1-4 所示，湖中有一小船，有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的船向岸边运动. 设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长且湖水静止，小船的速率为 v，则小船作(　　)

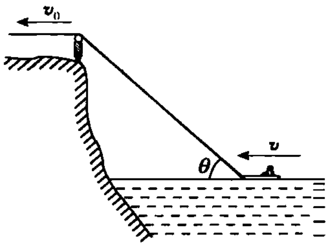

图 1-4

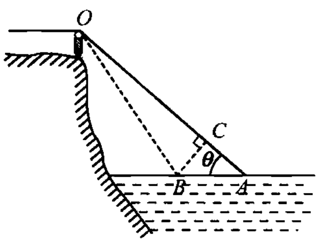

图 1-5

(A)匀加速运动，$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$　　(B)匀减速运动，$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$

(C)变加速运动，$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$　　(D)变减速运动，$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$

(E)匀速直线运动，$v=v_0$

解 如图 1-5 所示设经过无限短时间 dt 后，船由 A 到达 B 点，走过 $ds=AB$. 而绳子长度由 AO 长减小到 BO 长，绳子缩短 $ds'=AC=ds\cdot\cos\theta$.

收绳的匀速率　　$v_0=\frac{ds'}{dt}$

而船的速率 $$v=\frac{ds}{dt}=\frac{\frac{ds'}{dt}}{\cos\theta}=\frac{v_0}{\cos\theta}$$

可见船的速率随着 θ 的增大而增大，在无穷远时($\theta=0$)$v=v_0$；而在 $\theta=90°$时，$v\to\infty$.

故为变加速运动，$v=\frac{v_0}{\cos\theta}$，选 C.

1-6 已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为 $x=2+6t^2-t^3$，式中 x 的单位为 m，t 的单位为 s.

求：(1)质点在运动开始后 4.0 s 内的位移的大小；(2)质点在该时间内所通过的路程；(3)$t=4$ s 时质点的速度和加速度.

解 $$x=2+6t^2-t^3$$

(1)$t=0$ 时 $$x_0=2$$

$t=4$ 时 $$x_4=2+6\times4^2-4^3=34$$

故质点在 0～4 s 内的位移为 $$x_4-x_0=32\text{ m}$$

(2)质点速度 $$v=\frac{dx}{dt}=12t-3t^2$$

令 $v=0$，可得 $$t=0 \quad 或 \quad t=4$$

当 t 从 0～4 s 内质点的速度均大于 0，故质点做单向运动，从而可知质点在 0～4 s 内走过的路程等于 0～4 s 内位移，为 32 m.

(3)$v=\frac{dx}{dt}=12t-3t^2$，$t=4$ 时，$v=0$ m/s

$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=12-6t$，$t=4$ 时，$a=-12\text{ m}^2/\text{s}$

1-7 一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图 1-6 所示. 设 $t=0$ 时，$x=0$. 试根据已知的 v-t 图，画出 a-t 图以及 x-t 图.

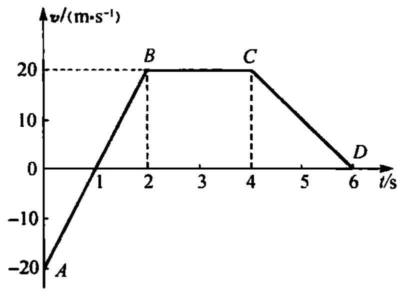

图 1-6

解 由于 v-t 图线的斜率即为加速度，则从已知的 v-t 图可得

0～2 s $$a_{0\sim2}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-(-20)}{2-0}\text{ m·s}^{-2}=20\text{ m·s}^{-2}$$

2～4 s $$a_{2\sim4}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-20}{4-2}\text{ m·s}^{-2}=0\text{ m·s}^{-2}$$

4～6 s　　$a_{4\sim6}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-20}{6-4}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

根据以上结果作图，如图 1-7(a)所示.

由上述得到的加速度结果，可知在各段中加速度均为常数，故可用匀变速直线运动公式 $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 求出各段中对应的 $x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 x-t 图.

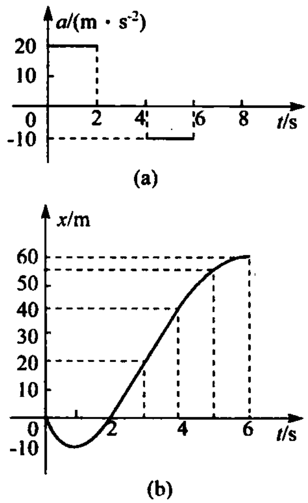

图 1-7

48-16
48-64

0～2 s

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$$x_0=0\ \mathrm{m},\quad v_0=-20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a=20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$x=-20t+10t^2\ \mathrm{m}$$

并可求得

$$x_1=-10\ \mathrm{m},\quad x_2=0\ \mathrm{m}$$

2～4 s

$$x=x'_0+v'_0t'+\frac{1}{2}a't'^2$$

$$x'_0=x_2=0\ \mathrm{m},\quad v'_0=v_2=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a'=a_{2\sim4}=0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}},\quad t'=t-2\ \mathrm{s}$$

$$x=20(t-2)\ \mathrm{m}$$

并可求得

t(12-6t)
t=2

$$x_4=40\ \mathrm{m}$$

4～6 s

$$x=x''+v''_0t''+\frac{1}{2}a''t''^2$$

$$x''_0=x_4=40\ \mathrm{m},\quad v''_0=v_4=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a''=a_{4\sim6}=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}},\quad t''=t-4\ \mathrm{s}$$

$$x=40+20(t-4)+\frac{1}{2}\times(-10)\times(t-4)^2=-5t^2+60t-120\ \mathrm{m}$$

并可求得 $x_6=60$ m. 为便于作图，用上述方法分别求出 $t=3$ s 时和 $t=5$ s 时质点的位置为 $x_3=20$ m，$x_5=55$ m.

根据以上所求，作 x-t 图如图 1-7(b)所示.

1-8　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，t 的单位为 s. 求：(1)质点的轨迹；(2)$t=0$ 及 $t=2$ s 时，质点的位矢；(3)由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内质点的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和径向增量 Δr；*(4)2 s 内质点所走过的路程 s.

解　已知运动方程 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$

(1) $\begin{cases}x=2t\\ y=(2-t^2)\end{cases}$ 联立消掉 t 得，$y=2-\frac{x^2}{4}$，为抛物线，如图 1-8 所示.

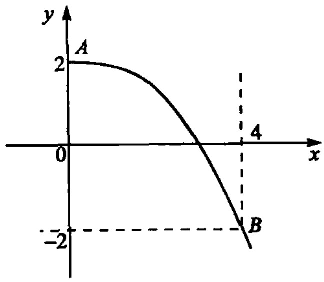

图 1-8

(2) $t=0$ 时　　　$\boldsymbol{r}_0=0\cdot\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}=(0,2)$

$t=2$ 时　　　$\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}+(-2)\boldsymbol{j}=(4,-2)$

(3) $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0=(4,-2)-(0,2)=(4,-4)=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$

$$\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|=\sqrt{4^2+(-2)^2}-2=2\sqrt{5}-2$$

(4) $t=0$ 时，质点在 $A(0,2)$ 点

$t=2$ 时，质点在 $B(4,-2)$ 点

路程
$$s=\int_0^4\sqrt{1+(y')^2}\mathrm{d}x$$
$$=\int_0^4\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x=\frac{x}{2}\sqrt{1+x^2}+\frac{1}{2}\ln(x+\sqrt{x^2+1})\Big|_0^4$$
$$=\left[2\sqrt{17}+\frac{1}{2}\ln(4+\sqrt{17})\right]\mathrm{m}\approx 9.29\ \mathrm{m}$$

1-9　质点的运动方程为 $x=-10t+30t^2$ 和 $y=15t-20t^2$，式中 x,y 的单位为 m，t 的单位为 s.

试求：(1)初速度的大小和方向；(2)加速度的大小和方向.

解　(1)由　　$x=-10t+30t^2\ \mathrm{m},\quad y=15t-20t^2\ \mathrm{m}$

可得　　$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=(-10t+30t^2)\boldsymbol{i}+(15t-20t^2)\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=(-10+60t)\boldsymbol{i}+(15-40t)\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$t=0$ 时

$$\boldsymbol{v}_0=-10\boldsymbol{i}+15\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\boldsymbol{v}_0$ 的大小为

$$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=\sqrt{(-10)^2+15^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$
$$=\sqrt{325}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=18.03\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\boldsymbol{v}_0$ 与 x 轴夹角为

$$\alpha=180^\circ+\arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)=180^\circ+\arctan\left(\frac{15}{-10}\right)=123^\circ41'$$

(2) $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=60\boldsymbol{i}-40\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{60^2+(-40)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=\sqrt{5\,200}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}=72.1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$