



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

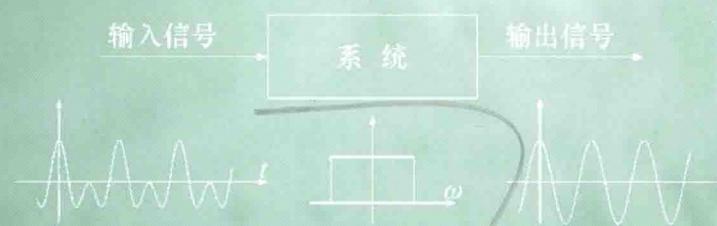
# 信号与系统

## Signals and Systems

(第2版)

陈后金 主编

陈后金 胡健 薛健 编著



高等教育出版社



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

外二四

# 信号与系统

# Signals and Systems

(第2版)

陈后金 主编

陈后金 胡健 薛健 编著

高等教育出版社·北京

## 内容简介

本教材主要阐述确定性信号的时域分析和变换域分析，线性非时变系统的描述与特性，以及信号通过线性非时变系统的时域分析与变换域分析。本书采用连续和离散并行、先时域后变换域的结构体系，以信号分析为基础，从信号表示的角度引入信号的变换，并基于信号表示实现相应的系统描述。强调基本理论、基本概念和基本方法，淡化计算技巧，引入 MATLAB 作为信号与系统分析的工具。同时，本书注重难点和重点的诠释与分析，还配有大量例题和习题，并简要介绍了信号与系统的基本理论在通信系统和生物神经网络等方面的应用。

本教材于 2006 年被列入“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”，于 2012 年被列入“普通高等教育‘十二五’国家级规划教材”。本教材可作为电子信息工程、通信工程、信息工程、自动化、生物医学工程、计算机等专业的本科生教材，也可供有关科技工作者参考。

## 图书在版编目（CIP）数据

信号与系统 / 陈后金主编；陈后金，胡健，薛健编著。--2 版。--北京：高等教育出版社，2015.12  
ISBN 978-7-04-038306-5

I . ①信… II . ①陈… ②胡… ③薛… III . ①信号系统 - 高等学校 - 教材 IV . ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 287647 号

策划编辑 王楠 责任编辑 杨希 封面设计 张志奇 版式设计 马敬茹  
插图绘制 杜晓丹 责任校对 窦丽娜 责任印制 田甜

---

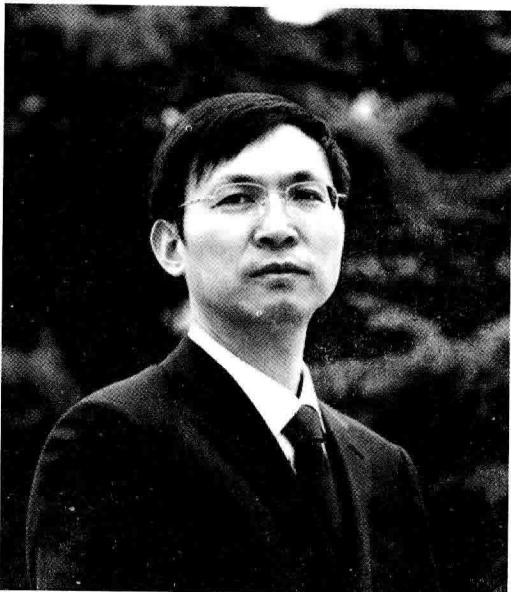
出版发行	高等教育出版社	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
社址	北京市西城区德外大街 4 号		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
邮政编码	100120	网上订购	<a href="http://www.landraco.com">http://www.landraco.com</a>
印 刷	北京铭传印刷有限公司		<a href="http://www.landraco.com.cn">http://www.landraco.com.cn</a>
开 本	787mm×960mm 1/16		
印 张	29.5	版 次	2007 年 12 月第 1 版
字 数	530 千字		2015 年 12 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2015 年 12 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	42.60 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 38306-00



**陈后金**博士,教授,博士生导师,北京交通大学电子信息工程学院院长。国家级教学名师,国家级轨道交通虚拟仿真实验中心主任,国家级电子信息实验中心主任,教育部高等学校电工电子基础课程教学指导委员会副主任,高等学校电路和信号系统教学与教材研究会副理事长。主要研究方向为数字信号与图像处理等,主持建设了国家级视频公开课、国家级精品资源共享课、国家级精品课程、国家级双语教学示范课程以及国家级教学团队,主编了普通高等教育“十五”“十一五”和“十二五”国家级规划教材以及北京市高等教育精品教材。近年来,主持30多项国家和省部级研究项目,发表100多篇研究论文。先后获得了国家级教学成果奖、宝钢优秀教师特等奖、高等学校霍英东青年教师奖以及多项省部级科技进步奖,被评为教育部新世纪优秀人才、铁道部青年科技拔尖人才、全国优秀教师,享受国务院特殊津贴,入选首批中组部“万人计划”教学名师。

## 第 2 版前言

信号与系统课程自 20 世纪 80 年代在我国开设以来,教学内涵也随着时代的发展而逐渐深化。在以分立元件为主的电路系统时期,信号与系统课程被认为是电路分析课程的延伸,侧重系统响应的求解和三大变换的计算。随着信息技术和集成电路的发展,信号与系统课程的教学内涵应是“信号表示”和“系统描述”。学生通过该课程的学习,可逐步建立信号表示的概念,并能深刻理解信号作用于系统的机理,掌握系统描述与分析的方法。信号表示之目的就是更加有利于信号的分析与处理,系统描述之目的就是更加有利于系统的分析与设计。信号表示的本质是信号域的映射,基信号为虚指数信号时对应的域为频域,基信号为复指数信号时对应的域为复频域,而信号的三大变换实现了时域与频域以及复频域之间的相互转换。基于信号表示的系统响应求解揭示了不同域中输入、输出、系统之间的相互关系,进而引入时域、频域和复频域的系统描述。

本教材第二版进一步凸显信号表示和系统描述的教学内涵。围绕“为什么、是什么、做什么”展开各知识模块,通过简洁清晰的表述和面向实际的案例贯穿教学内容,突出基本概念和基本方法,并充分利用 MATLAB 等信息技术,淡化计算技巧,强化学而善用。

本教材由陈后金主编,陈后金、胡健、薛健编著。课程组黄琳琳、李居朋、陶丹、周航等老师提供了许多素材,作者在此表示衷心的感谢。

限于水平,书中错误及不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2015 年 7 月

# 第 1 版前言

本教材于 2006 年被列入“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”，是北京交通大学国家电工电子教学基地和实验教学中心的系列教材，也是首批国家精品课程“信号与系统”的主教材。教材的特点体现在如下几个方面：

1. 在教材的观念上，体现教材不仅是人类知识的载体，也是人类思维方法和认知过程的载体。教材不应只是人类知识的简单再现，应展现科学的思维方法和认知过程。学生在学习教材时，不仅能够获得知识，更能够提高认知能力。因此，在教材编写过程中，对教材的体系和内容进行了科学组织，体系结构条理清晰，内容叙述深入浅出，更加符合学习的认知过程。

2. 在教材体系上，形成了信号与系统、数字信号处理的新体系。先时域分析再变换域分析，侧重时域分析与变换域分析的相互关系以及各自的适用范畴。先信号分析再系统分析，突出信号分析是系统分析的基础，因为只有通过信号分析确定其特征，才能正确选择和设计相应的系统，对信号进行有效的处理。

3. 在教材内容上，体现经典与现代、连续与离散、信号与系统的辩证关系，适当反映 IT 的新理论和新技术。在信号分析中，突出基本信号的描述及信号的表示，强调 Fourier 变换、Laplace 变换和  $z$  变换的数学概念、物理概念和工程概念，淡化其数学技巧和运算。从信号表示的角度引入四种（连续周期、连续非周期、离散周期、离散非周期）信号的频谱，以全新的方式阐述了信号的抽样定理。在系统分析中，侧重系统的描述与特性分析，凸现系统函数的概念及作用。为了锻炼提高学生理论联系实际的能力，积极将教研与科研成果引入教材，简要介绍了信号与系统的理论在生物神经网络和通信系统中的应用，并利用 MATLAB 仿真工具进行了信号与系统的分析。

本教材由北京交通大学陈后金主编，陈后金、胡健、薛健编著。郝晓莉和钱满义等提供了许多素材。全书由吴湘淇教授负责审阅，并提出了许多宝贵意见，编者在此表示衷心的感谢。

限于水平，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编 者

2007 年 7 月

# 目 录

<b>第1章 信号与系统分析导论</b> .....	1
<b>1.1 信号的描述及分类</b> .....	1
1.1.1 信号的定义与描述 .....	1
1.1.2 信号的分类和特性 .....	2
<b>1.2 系统的描述及分类</b> .....	5
1.2.1 系统的数学模型 .....	5
1.2.2 系统的分类 .....	7
1.2.3 系统连接 .....	16
<b>1.3 信号与系统分析概述</b> .....	17
1.3.1 信号与系统分析的基本内容与方法 .....	17
1.3.2 信号与系统理论的应用 .....	18
<b>习题</b> .....	20
<b>第2章 信号的时域分析</b> .....	23
<b>2.1 连续时间基本信号</b> .....	23
2.1.1 典型普通信号 .....	24
2.1.2 奇异信号 .....	28
<b>2.2 连续时间信号的基本运算</b> .....	37
2.2.1 信号的尺度变换、翻转与时移 .....	37
2.2.2 信号的相加、相乘、微分与积分 .....	41
<b>2.3 离散时间基本信号</b> .....	46
2.3.1 离散时间信号的表示 .....	46
2.3.2 基本离散序列 .....	46
<b>2.4 离散时间信号的基本运算</b> .....	53
2.4.1 序列的翻转、位移与尺度变换 .....	53
2.4.2 序列的相加、相乘、差分与求和 .....	55
<b>2.5 确定信号的时域分解</b> .....	56
2.5.1 信号分解为直流分量与交流分量 .....	57
2.5.2 信号分解为实部分量与虚部分量 .....	59
2.5.3 信号分解为奇分量与偶分量 .....	59
<b>2.6 确定信号的时域表示</b> .....	60

## II 目录

---

2.6.1 连续信号表示为冲激信号的加权叠加 .....	61
2.6.2 离散序列表示为脉冲序列的加权叠加 .....	62
2.7 利用 MATLAB 进行信号的时域分析 .....	62
2.7.1 连续信号的 MATLAB 表示 .....	62
2.7.2 离散信号的 MATLAB 表示 .....	66
2.7.3 信号基本运算的 MATLAB 实现 .....	68
习题 .....	71
MATLAB 习题 .....	75
<b>第 3 章 系统的时域分析 .....</b>	<b>78</b>
3.1 线性非时变系统的数学描述 .....	78
3.1.1 连续时间系统的数学描述 .....	78
3.1.2 离散时间系统的数学描述 .....	80
3.1.3 线性非时变系统 .....	82
3.2 连续时间 LTI 系统的响应 .....	86
3.2.1 零输入响应 .....	86
3.2.2 零状态响应 .....	89
3.2.3 单位冲激响应 .....	90
3.2.4 卷积积分 .....	92
3.2.5 连续时间 LTI 系统分析举例 .....	100
3.3 离散时间 LTI 系统的响应 .....	104
3.3.1 零输入响应 .....	105
3.3.2 零状态响应 .....	106
3.3.3 单位脉冲响应 .....	108
3.3.4 序列卷积和 .....	109
3.3.5 离散时间 LTI 系统分析举例 .....	114
3.4 冲激响应表示的系统特性 .....	118
3.4.1 级联系统的冲激响应(脉冲响应) .....	118
3.4.2 并联系统的冲激响应(脉冲响应) .....	119
3.4.3 因果系统 .....	122
3.4.4 稳定系统 .....	123
3.5 利用 MATLAB 进行系统的时域分析 .....	125
习题 .....	133
MATLAB 习题 .....	139
<b>第 4 章 信号的频域分析 .....</b>	<b>141</b>
4.1 连续时间周期信号的频域分析 .....	142
4.1.1 周期信号 Fourier 级数表示 .....	142

---

4.1.2 周期信号的频谱 .....	153
4.1.3 连续 Fourier 级数的基本性质 .....	160
4.1.4 连续周期信号的功率谱 .....	162
4.2 连续时间非周期信号的频域分析 .....	164
4.2.1 连续时间信号的 Fourier 变换及其频谱 .....	164
4.2.2 常见连续时间信号的频谱 .....	168
4.2.3 连续时间 Fourier 变换的性质 .....	175
4.3 离散周期信号的频域分析 .....	189
4.3.1 离散周期信号的离散 Fourier 级数及其频谱 .....	189
4.3.2 离散 Fourier 级数的基本性质 .....	192
4.4 离散非周期信号的频域分析 .....	195
4.4.1 离散信号的离散时间 Fourier 变换及其频谱 .....	195
4.4.2 离散时间 Fourier 变换的基本性质 .....	199
4.5 信号的时域抽样和频域抽样 .....	203
4.5.1 信号的时域抽样 .....	203
4.5.2 信号的频域抽样 .....	209
4.6 利用 MATLAB 进行信号的频域分析 .....	213
习题 .....	223
MATLAB 习题 .....	231
<b>第 5 章 系统的频域分析 .....</b>	<b>234</b>
5.1 连续时间 LTI 系统的频域分析 .....	235
5.1.1 连续时间 LTI 系统的频率响应 .....	235
5.1.2 连续非周期信号通过系统的响应 .....	237
5.1.3 连续周期信号通过系统的响应 .....	244
5.1.4 无失真传输系统 .....	246
5.1.5 理想模拟滤波器 .....	248
5.2 离散时间 LTI 系统的频域分析 .....	252
5.2.1 离散时间 LTI 系统的频率响应 .....	252
5.2.2 离散非周期序列通过系统的响应 .....	253
5.2.3 离散周期序列通过系统的响应 .....	254
5.2.4 正弦型序列通过系统的响应 .....	255
5.2.5 线性相位的离散时间 LTI 系统 .....	256
5.2.6 理想数字滤波器 .....	256
5.3 信号的幅度调制与解调 .....	258
5.3.1 连续信号的幅度调制 .....	258
5.3.2 同步解调 .....	259

---

5.3.3 单边带幅度调制 .....	262
5.3.4 频分复用 .....	266
5.3.5 离散信号的幅度调制 .....	269
5.4 利用 MATLAB 进行系统的频域分析 .....	272
习题 .....	278
MATLAB 习题 .....	284
<b>第 6 章 连续信号与系统的复频域分析 .....</b>	<b>287</b>
6.1 连续时间信号的复频域分析 .....	287
6.1.1 从 Fourier 变换到 Laplace 变换 .....	287
6.1.2 单边 Laplace 变换的收敛域 .....	289
6.1.3 常用信号的 Laplace 变换 .....	289
6.1.4 单边 Laplace 变换的性质 .....	292
6.1.5 单边 Laplace 反变换 .....	302
6.1.6 双边 Laplace 变换的定义及收敛域 .....	308
6.1.7 双边 Laplace 变换的性质 .....	310
6.1.8 双边 Laplace 反变换 .....	311
6.2 连续时间 LTI 系统的复频域分析 .....	312
6.2.1 连续时间 LTI 系统的系统函数 .....	312
6.2.2 连续因果 LTI 系统响应的复频域求解 .....	314
6.3 连续时间 LTI 系统的系统函数与系统特性 .....	318
6.3.1 系统函数的零极点分布 .....	318
6.3.2 系统函数与系统的时域特性 .....	320
6.3.3 系统函数与系统的稳定性 .....	321
6.3.4 系统函数与系统的频域特性 .....	322
6.4 连续时间系统的模拟 .....	325
6.4.1 连续系统的连接 .....	325
6.4.2 连续系统的模拟 .....	327
6.5 连续信号与系统复频域分析的 MATLAB 实现 .....	332
6.5.1 部分分式展开的 MATLAB 实现 .....	332
6.5.2 系统函数零极点与系统特性的 MATLAB 计算 .....	333
习题 .....	335
MATLAB 习题 .....	341
<b>第 7 章 离散信号与系统的复频域分析 .....</b>	<b>344</b>
7.1 离散时间信号的复频域分析 .....	344
7.1.1 单边 $z$ 变换的定义及收敛域 .....	345
7.1.2 常用序列的 $z$ 变换 .....	346

---

7.1.3 单边 $z$ 变换的主要性质 .....	348
7.1.4 单边 $z$ 反变换 .....	355
7.1.5 双边 $z$ 变换的定义及收敛域 .....	359
7.1.6 双边 $z$ 变换的主要性质 .....	360
7.1.7 双边 $z$ 反变换 .....	361
<b>7.2 离散时间 LTI 系统的复频域分析 .....</b>	<b>362</b>
7.2.1 离散时间 LTI 系统的系统函数 .....	362
7.2.2 离散因果 LTI 系统响应的复频域求解 .....	363
<b>7.3 离散时间 LTI 系统函数与系统特性 .....</b>	<b>365</b>
7.3.1 系统函数的零极点分布 .....	365
7.3.2 系统函数与系统的时域特性 .....	366
7.3.3 系统函数与系统的稳定性 .....	367
7.3.4 系统函数与系统的频域特性 .....	368
<b>7.4 离散时间系统的模拟 .....</b>	<b>371</b>
7.4.1 离散系统的连接 .....	371
7.4.2 离散系统的模拟 .....	372
<b>7.5 离散信号与系统复频域分析的 MATLAB 实现 .....</b>	<b>376</b>
7.5.1 部分分式展开的 MATLAB 实现 .....	376
7.5.2 系统函数零极点与系统特性的 MATLAB 计算 .....	377
<b>习题 .....</b>	<b>379</b>
<b>MATLAB 习题 .....</b>	<b>383</b>
<b>第 8 章 系统的状态变量分析 .....</b>	<b>386</b>
<b>8.1 引言 .....</b>	<b>386</b>
<b>8.2 连续时间系统状态方程的建立 .....</b>	<b>388</b>
8.2.1 连续时间系统状态方程的普遍形式 .....	388
8.2.2 由电路图建立状态方程 .....	390
8.2.3 由微分方程建立状态方程 .....	391
8.2.4 由系统模拟框图建立状态方程 .....	392
<b>8.3 连续时间系统状态方程的求解 .....</b>	<b>398</b>
8.3.1 连续时间系统状态方程的时域求解 .....	398
8.3.2 连续时间系统状态方程的 $s$ 域求解 .....	400
<b>8.4 离散时间系统状态方程的建立 .....</b>	<b>403</b>
8.4.1 离散时间系统状态方程的一般形式 .....	403
8.4.2 由差分方程建立状态方程 .....	403
8.4.3 由系统框图或系统函数建立状态方程 .....	404
<b>8.5 离散时间系统状态方程的求解 .....</b>	<b>407</b>

---

8.5.1 离散时间系统状态方程的时域求解 .....	407
8.5.2 离散时间系统状态方程的z域求解 .....	408
8.6 利用 MATLAB 进行系统的状态变量分析 .....	411
8.6.1 微分方程到状态方程的转换 .....	411
8.6.2 系统函数矩阵的计算 .....	411
8.6.3 利用 MATLAB 求解连续时间系统状态方程 .....	412
8.6.4 利用 MATLAB 求解离散时间系统状态方程 .....	413
习题 .....	415
<b>第 9 章 信号处理在生物神经网络中的应用 .....</b>	<b>420</b>
9.1 神经元的生理结构和生化组成 .....	420
9.2 静息状态下的神经元等效电路 .....	423
9.3 激励状态下的神经元等效电路 .....	423
9.4 神经网络中神经元等效电路 .....	424
9.5 Hodgkin 和 Huxley 神经元数学模型 .....	426
9.6 神经网络中神经元数学模型 .....	430
9.6.1 离子电流 .....	430
9.6.2 化学突触电流 .....	431
9.6.3 电突触电流 .....	431
9.7 数值计算方法 .....	431
9.7.1 等间隔步长数值计算方法 .....	432
9.7.2 自适应步长数值计算方法 .....	434
9.7.3 混合数值计算方法 .....	434
习题 .....	437
<b>部分习题参考答案 .....</b>	<b>440</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>457</b>

# 第1章

## 信号与系统分析导论

本章介绍信号与系统的基本概念以及信号与系统的分类和特性,重点讨论线性系统和非时变系统的特性,并以此为基础介绍信号与系统分析的基本内容和方法。

### 1.1 信号的描述及分类

#### 1.1.1 信号的定义与描述

“信号”一词在人们的日常生活与社会活动中有着广泛的含义。严格地说,信号是指消息的表现形式与传送载体,而消息则是信号的具体内容。但是,消息的传送一般都不是直接的,需借助某种物理量作为载体。例如,通过声、光、电等方面的物理量的变化形式来表示和传送消息。因此,信号可以广义地定义为随一些参数变化的某种物理量。在数学上,信号可以表示为一个或多个变量的函数。例如:语音信号是空气压力随时间变化的函数,图 1-1 所示为语音信号“信号与系统”的波形。



图 1-1 语音信号

在可以作为信号的诸多物理量中,电学量是应用最广的物理量。电学量易于产生与控制,传送速率快,也容易实现与非电学量的相互转换。电信号通常随时间变化的电压或电流(电荷或磁通)。由于是随时间而变化,在数学上常用时间  $t$  的函数来表示信号,故本书中“信号”和“函数”这两个名词常交替地使用。

### 1.1.2 信号的分类和特性

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。根据信号和自变量的特点,信号可以分解为确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号等。

#### 1. 确定信号与随机信号

按照信号的确定性来划分,信号可分为确定信号与随机信号。

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号,其在定义域内的任意时刻都对应有确定的函数值。图 1-2(a)所示的双边指数信号就是确定信号的一个例子。随机信号也称为不确定信号,它不是时间的确定函数,其在定义域内的任意时刻没有确定的函数值。图 1-2(b)所示的噪声信号就是随机信号的一个例子,它无法以确定的时间函数来描述,一般用统计规律来描述。

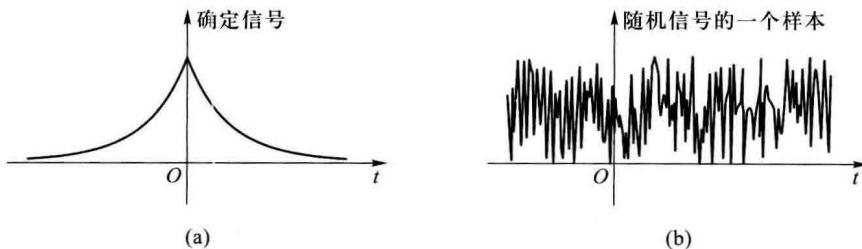


图 1-2 确定信号与随机信号的波形

#### 2. 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的连续性划分,信号可分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号是指在信号的定义域内,除有限个间断点外,任意时刻都有确定的函数值的信号,如图 1-3(a)所示。通常以  $x(t)$  表示连续时间信号,连续时间信号的定义域为连续的区间。离散时间信号是指信号的定义域为一些离散时刻,通常以  $x[k]$  表示。离散时间信号最明显的特点是其定义域为离散的时刻点,而在这些离散的时刻点之外无定义,如图 1-3(b)所示。比如人口统计中的一些数据,股票市场指数等。

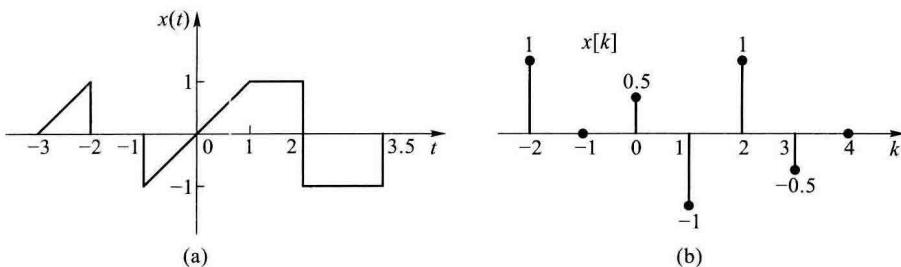


图 1-3 连续时间信号与离散时间信号波形

连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。时间和幅值均连续的信号称为模拟信号。离散时间信号的幅值也可以是连续的或离散的。时间和幅值均离散的信号称为数字信号。

### 3. 周期信号与非周期信号

按照信号的周期性划分,信号可以分为周期信号与非周期信号。

周期信号都是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上,且每隔一个固定的时间间隔波形重复变化。连续周期信号与离散周期信号分别定义为

$$x(t) = x(t+T_0), -\infty < t < \infty \quad (1-1)$$

$$x[k] = x[k+N], -\infty < k < \infty, k \text{ 取整数} \quad (1-2)$$

满足上式中的最小正数 $T_0$ 和 $N$ 分别称为周期信号的基本(基波)周期,简称周期。

非周期信号就是不具有重复性的信号。

**【例 1-1】** 判断连续时间正弦信号 $x(t) = \sin(\omega_0 t)$ 是否为周期信号。

解: 由周期信号的定义,如果 $\sin[\omega_0(t+T_0)] = \sin(\omega_0 t)$ ,则 $x(t)$ 是周期信号。

因为  $\sin[\omega_0(t+T_0)] = \sin(\omega_0 t + \omega_0 T_0)$

根据正弦信号的特性,必须有

$$\omega_0 T_0 = m2\pi, m \text{ 为整数}$$

即  $T_0 = m \frac{2\pi}{\omega_0}, m \text{ 为整数}$

因此, $\sin(\omega_0 t)$ 是周期为 $\frac{2\pi}{|\omega_0|}$ 的周期信号。

### 4. 能量信号与功率信号

按照信号的可积性划分,信号可以分为能量信号与功率信号。

如果将连续时间信号 $x(t)$ 看做是随时间变化的电压或电流,则当信号 $x(t)$ 通过 $1 \Omega$ 的电阻时,其在时间间隔 $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ 内所消耗的能量称为归一化能量,

即为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1-3)$$

而在上述时间间隔  $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$  内的平均功率称为归一化功率, 即为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

对于离散时间信号  $x[k]$ , 其归一化能量  $E$  与归一化功率  $P$  的定义分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 \quad (1-5)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |x[k]|^2 \quad (1-6)$$

若信号的归一化能量为非零的有限值, 且其归一化功率为零, 即  $0 < E < \infty$ ,  $P = 0$ , 则该信号为能量信号; 若信号的归一化能量为无限值, 且其归一化功率为非零的有限值, 即  $E \rightarrow \infty$ ,  $0 < P < \infty$ , 则该信号为功率信号。

**【例 1-2】** 判断下列信号是否为能量信号或功率信号。

$$(1) x_1(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta); \quad (2) x_2(t) = e^{-t}, t \geq 0;$$

$$(3) x_3[k] = \left( \frac{1}{2} \right)^k; \quad (4) x_4[k] = C, C \text{ 为常数}.$$

解: (1)  $x_1(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$  是基本周期  $T_0 = \frac{2\pi}{|\omega_0|}$  的周期余弦信号。其在一个基本周期内的能量为

$$\begin{aligned} E_0 &= \int_0^{T_0} |x_1(t)|^2 dt = \int_0^{T_0} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \theta) dt \\ &= A^2 \int_0^{T_0} \frac{1}{2} [1 + \cos(2\omega_0 t + 2\theta)] dt = \frac{A^2 T_0}{2} \end{aligned}$$

由于周期信号有无限个周期, 所以  $x_1(t)$  的归一化能量为无限值, 即

$$E = \lim_{n \rightarrow \infty} n E_0 = \infty$$

但其归一化功率

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x_1(t)|^2 dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n T_0} n E_0 = \frac{A^2}{2}$$

是非零的有限值, 因此  $x_1(t)$  是功率信号。正弦信号  $A \sin(\omega_0 t + \theta)$  和余弦信号  $A \cos(\omega_0 t + \theta)$  的归一化功率都是  $\frac{A^2}{2}$ , 其只与幅值  $A$  有关, 而与角频率  $\omega_0$  和初相位

$\theta$  无关。

(2) 由式(1-3)可计算出信号  $x_2(t)$  的归一化能量为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T e^{-2t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{1}{2}(e^{-2T} - 1) = \frac{1}{2}$$

是有限值,因此  $x_2(t)$  是能量信号。

(3) 由式(1-5)和式(1-6)可计算出  $x_3[k]$  的归一化能量和归一化功率分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |x_3[k]|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N \left(\frac{1}{2}\right)^{2k} = \infty$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N \left(\frac{1}{2}\right)^{2k} = \infty$$

$x_3[k]$  的归一化能量是无限值,归一化功率也是无限值,因此既不是能量信号也不是功率信号。

(4) 由式(1-5)和式(1-6)可计算出直流信号  $x_4[k]$  的归一化能量和归一化功率分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |x_4[k]|^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N C^2 = \infty$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N C^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C^2(2N+1)}{2N+1} = C^2$$

$x_4[k]$  的归一化能量是无限值,而归一化功率是有限值,因此  $x_4[k]$  是功率信号。

由此可见,直流信号与周期信号都是功率信号。

一个信号不可能既是能量信号又是功率信号,但却有少数信号既不是能量信号也不是功率信号,其归一化能量和归一化功率都为无限值,即  $E \rightarrow \infty$  且  $P \rightarrow \infty$ 。

## 1.2 系统的描述及分类

系统是指由相互作用和关联的若干单元组合而成的、具有对信号进行加工和处理功能的有机整体。如通信系统、计算机系统、机器人、软件等都称之为系统。在各种系统中,电系统具有特殊的重要作用,这是因为大多数的非电系统可以用电系统来模拟或仿真。

### 1.2.1 系统的数学模型

既然系统的功能是对信号进行加工和处理,那么信号与系统就是相互依存