

第 五 届

岩石、混凝土断裂和强度 学术会议论文集

涂传林 主编

国防科技大学出版社

第 五 届
岩石、混凝土断裂和强度学术会议
FIFTH SYMPOSIUM ON FRACTURE AND STRENGTH
OF ROCK AND CONCRETE

论 文 集

主 编 涂传林

〔湘〕新登字 009 号

第五届

岩石、混凝土断裂和强度学术会议论文集

主 编 涂传林

责任编辑 戴东宁 唐羽章

*

国防科技大学出版社出版发行

(长沙市砚瓦池正街 47 号)

邮编:410073 电话:(0731)4436564

国防科技大学印刷厂印装

*

开本:787×1092 1/16 印张:22.625 字数:521 千

1993 年 11 月第 1 版第 1 次印刷 印数:1—350 册

ISBN 7-81024-274-1

TU·2 定价:25.00 元

第五届

岩石、混凝土断裂和强度学术会议学术委员会

主 任:于骁中

副主任:周群力 譙常忻

委 员(按姓氏笔划为序)

于骁中	尹双增	刘光廷
孙宗颀	吴科如	余天庆
张淳源	张镜剑	陈 颢
周群力	郑雨天	郑顺炜
袁龙蔚	徐世烺	徐积善
徐道远	涂传林	陶振宇
譙常忻	黎保琨	

第五届

岩石、混凝土断裂和强度学术会议组织委员会

主 任:周群力

委 员:涂传林 王良之 赵 红

序 言

近十多年来,岩石与混凝土断裂力学在我国获得了迅速的发展。大量发表的理论研究和工程应用方面的论文,显示了这一新兴学科的强大生命力。

为了推动这一学科的发展,我国曾召开了四次岩石、混凝土断裂与强度学术会议。第一次会议于1981年11月在湖南省柘溪水电站召开,同时成立了岩石、混凝土断裂力学情报网;第二次会议于1983年8月在湖北省武汉市武汉水利电力大学召开;第三次会议于1985年12月在安徽省黄山市召开;第四次会议于1989年12月在湖南省长沙市召开。在这期间,还召开了两次小型的学术讨论会。这些讨论会的论文一部分刊登在《水利学报》等期刊上,主要地则刊登在岩石、混凝土断裂力学情报网的网刊《岩石、混凝土断裂与强度》上。1991年又组织了《岩石和混凝土断裂力学》专著的出版。这些论文和专著集中地反映了我国在这一学术领域内的研究水平和现状,可以说与国际上的研究相比并不逊色。

为了进一步开展这一领域内的学术交流,经研究决定于1993年第4季度在海南省三亚市召开第五届岩石、混凝土断裂和强度学术会议并出版论文集。本届会议的议题包括:理论分析(断裂与损伤的数学模型、数值分析等)、混凝土断裂力学、岩石断裂力学、断裂力学的工程应用等四部分,共收集论文53篇。它展示了近年来我国广大科技工作者在这一领域内所取得的可喜成果。我们相信,通过这次学术交流活动,将有助于这一领域内科技工作者的相互了解、相互交流和团结,为推动这一学科在我国的发展作出新的贡献。

在这里,我们要感谢中国水利学会水工结构专业委员会和中国水力发电学会水工及水电站建筑物专业委员会对我们开展学术活动的积极支持;感谢广大科技工作者为开展学术交流所付出的辛勤劳动。最后,我们还要感谢国防科技大学出版社为论文集的出版给予的巨大支持和帮助。

主编 涂传林

1993年9月6日

PREFACE

Rock and concrete fracture mechanics has made rapid development in China in recent ten years numerous published theses on theoretical analysis and engineering application show the powerful life of this new subject.

To push on the development of this science, four academic symposia on fracture and strength of rock and concrete had been convened in China. The first conference was held in the Zhexi Hydropower station, Hunan Province in Nov, 1981, and information network on rock and concrete fracture mechanics was then set up. The second one was held in Wuhan University of Water Resources and Electric Power, Hubei Province in Aug, 1983. The third one was held in Huangshan City, Anhui Province in Dec. 1985. The fourth one was held in Changsha City, Hunan Province in Dec 1989. and two small-sized symposia were also held within these periods. The theses for these symposia, a portion being published on the periodicals such as the Journal of Water Resources, were mainly published on the Fracture and Strength of Rock and Concrete, the publication of above information network on rock and concrete fracture mechanics. The treatise publication on rock and concrete fracture mechanics was also organized in 1991. These theses and treatise would embody a concentrated reflection of the research level and present conditions on this academic field in China, and could compare favourably with the international research.

To develop further technical exchange in this field, it is studied and determined that the fifth academic symposium on fracture and strength of rock and concrete is going to be held in Sanya City, in the fourth season of 1993 and the theses collection published. The topics for discussion are in four parts: technical analysis (mathematic model, numeric analysis, etc of fracture and damage); fracture mechanics of concrete; fracture mechanics of rock; engineering application of fracture mechanics, and the 53 collected theses reveal good results obtained in this respect by numerous scientific and technical workers in recent years. We believe good results obtained in this respect by numerous technical and workers in recent years, We believe these technical exchange activities will help the scientific and technical workers to mutual understanding, mutual exchange and unity, and make new contribution to China's development in this subject.

We would like to express our sincere gratitude to Technical Committee of Hydraulic structures of Chinese Society of Water-Resources Engineering and Technical Committee of Hydraulic structures and Hydro-power Stations of Chinese Society of Hydro-Electric Engineering, for the positive support to develop our academic activities; thanks would be given to numerous scientific and technical workers for their hard works or technical exchange. Finally, thanks would also be given to the Science and Technical University for National Defense Press for the great support and helps of the theses publication.

Tu Chuanlin, editor-in-chief

September 6, 1993.

FIFTH SYMPOSIUM ON FRACTURE AND STRENGTH OF ROCK AND CONCRETE CONTENTS

Theoretical Analysis

Damage Principle and Its Calculation of Rock and Concrete	Yu Tianqing(1)
Reliability Method for Analyzing Crack Propagation of Concrete Structure	
.....	Fu Xiaoling, Xu Daoyuan(15)
Using Boundary Element to Simulate Load-displacement($P-\delta$) Curve of Concrete	
.....	Wu Yimin, Shen Jiandong(19)
Non-Linear Finite Element Analysis of Concrete Fracture	Song Li, Huang Songmei(24)
Calculation of Stress Intensity Factor of Interfacial Cracks With Different Young's Modulus ...	
.....	Huang Songmei, Ma Sujing, Sun Jing(30)
Error Problem of Calculating J-integral using Finite Element Method	
.....	Zheng Hengxiang, Zhang Shuiwen, Gu Hao, Niu Yanzhou(36)
Numerical Analysis of I and II -mode Fracture of Concrete	Wu Keru, Qian Jueshi(40)
Notch Singularity and Cracking Direction of Two Contrasting Materials	Luo Yinmiao(47)
Numerical Analyzing Method of Cracking Problem in Concrete Dam	
.....	Xu Zhaoguang, Wang Kaizhi, Wang Shuilin(53)
Application of Fictitious Cracking Model for Analyzing Propagation Problem of Plane Crack	
.....	Yin Shuangzhen, Zhuo Qiyu(59)
COD and J-integral of Elasto-plastic Fracture Mechanics	
.....	Zheng Hengxiang, Zhang Jingjian, Gu Hao, Niu Yanzhou(70)

Fracture Mechanics of Concrete

FCM and G_I of Three-dimensional Multiple Fracture of Concrete	
.....	Xu Daoyuan, Fu Xiaoling, Shou Chaohui(73)
Testing Study of Critical Parameter of Concrete Fracture	
.....	Zhang Linbing, Zhu Weixuan, He Ming, Xu Daoyuan(78)
Softening Curve and Ultimate Tensional Value of Tensile Strain	Yu Yaozhong(85)
Study and Testing Verification of Heterogeneous Fracture of Interfacial Crack Propagation of Two-phase Material	Zhou Ruizhong, Liu Guangting(92)
Study of Stress-strain Full Process Curve of Roller Compacted Concrete	
.....	Fang Kunhe, Zhang Shiyu(101)
Testing Study of I -Mode Fracture Characteristics of Steel Fibre Concrete	
.....	Hu Beilei, Zhao Guofan, Song Yupu(109)

Damage Fracture Analysis of I -Mode Concrete Crack	Li Qingbin, Zhang Chuhan, Wang Guanglun(116)
Failure Criteria of Concrete under Multi-axial Stress	Song Yupu, Zhao Guofan, Peng, Fang, Hu Beilei(121)
Preliminary Study of Crack Control of Concrete With Binding Net	Gao Zuoping, Qu Daliang, Zhang Zhang Jingquan(130)
Theoretical Study of Multi-axial Strength of Concrete	Yu Maohong, Ma Guowei, Zhang Haoming, Zhang Xiaobing(135)
Testing Study of Fully-graded Concrete for Ertan Hydroplant	Yang Chengqiu, Wu Zheng(141)
Crack Model of Concrete Damage Zone	Qian Jiaoshi, Wu Keru(147)
Fracture and Strength Characteristics of Large-size Aggregate Hydraulic Concrete	Tu Chuanlin, Jin Tingjie, Lu Zhongming, Niu Yanzhou, Li Zhongyi, Tangchuanmo(155)
Study of MAXSD Three-parameter Multiple Fracture Criteria of Concrete Material	Duan Yahui(161)
Theoretical Study of Accumulating Damage of Concrete under Fatigue Load of Bending Ranges	Li Jinghua, Yang Xiupu, Han Jingliang(168)
Study of Stress-strain Softening Curve of Concrete in Tension	Yao Wu, Wang Xinyou, Wu Keru(173)
A Visco-plastic Model Combined Damage and Smeared Crack for Softening of Concrete	Li Zhaoxia Z. Mroz(179)
Lab Specimen Testing Study Multiple Fracture on Lift Surface for Jiangya Roller Compacted Concrete	Zhou Cuiyun, Wang Liangzhi(186)

Fracture Mechanics of Rock

Testing Study Subcritical Propagation Rate of Rock using Double Torsion Method	Chao Ping, Wang Hainu, Sun Zongqi(190)
Real Tri-axial Strength Criteria and Dilatancy after Failure for Marble	Liu Zhenhong Luong Xianggui, Zhou Cuiyun(195)
Observational Analysis of Dynamic Microscopic Damage Mechanism of Rock Material Layer	Song Shouzhi, Xing Jun, Xu Xiaohe(200)
Dynamic Nature and Fatigue of Rock-like Material and Its Engineering Application	Yie Jinhan(206)
Testing Study of Full-process Creep of Rock Fracture	Tao Zhenyu, Zhang Zhongting(212)
Effect Study of Non-linear Modification and Clinch of Rock Fracture	Liu Daan, Sun Zongqi, Pan Cangliang(222)
Study of Rheologic Fracture Process of Jointed Rock Damage and its Engineering Application	Yang Yanyi(227)

Model Study of Bolting to Increase Toughness and Check Crack due to Damage for Rock Slope of Unloading Fissure	Yang Yanyi(236)
Four-parameter Strength Criteria of Rock and Soil Material	Yu Maohong, Li Xiaoling, Zhang Yijun(244)
Testing Study of Dynamic Comminuting Process of Rock Material Layer	Song Shouzhi Xing Jun, Xu Xiaohe Tang Chunan(256)
Study of Testing Methods of Fracture Toughness	Sun Zongqi, Liu Daan(256)
Damage Model and Numerical Simulation of Compression and Shear Fracture for Marble	Guo Ping, Liu Guisheng, Tan Bangben(262)
Preliminary Study of Effect of Intermittent Joint with Low-dip Angle on Stability of Dam Foundation	Ding Xiuli, Xia Xilun(268)

Engineering Application of Fracture Mechanics

Fracture Mechanics Analysis of Microtectonics in Rock Mass	Zhu Weixuan, Shou Chaohui, Zhang Linbing, Xu Daoyuan(273)
Crack Stability Analysis of Chencun Gravity-arch Dam at Elevation 105m	Zhang Wugong, Yu Yanzhong, Zhou Jiacong, Guo Guilan, Sun Jiping(278)
Study of Developing anaha Natural Alkali Mine using In-Situ Stress	Zhang Jinghe, Qi Tiexin, Xu Homei(284)
Application of Damage Mechanics in Earthquake Prediction	Yin Xiangcu, Chen Xuezhong, Yincan(298)
Crack Control and Disposition of Induced Crack for Rolle Compacted Concrete Arch Dam	An Xuehui, Zeng Zhaoyang(302)
Exploring of Crack Mechanism of Concrete Buttress at No. 3 Unit for Huanren Hydroplant	Li Zhongzhen(311)
Crack Cause and Stability Analysis of Upstream Face for Hunanzhen Dam	Cao Zesheng, Xiao Jianbao, Chen Chongxi(314)
Crack Cause Analysis during Operation Period for Jinkeng Arch Dam	Zhang Hainan, Zhang Kefeng, Wang Shuyu(321)
Fracture Toughness Statistics and Its Reliability Analysis of Crack for Reinforce Concrete Structure	Qiao changxin, Xie En(327)
Calculating Study of Peripheral Joint of Arch Dam Structure	Wang Junxing, Wang Kaizhi(332)
Crack Stability Analysis during Operation Period for Dongjiang Arch Dam	Lu Zhongming(343)

目次

理论分析

岩石、混凝土的损伤原理及计算	余天庆(1)
分析混凝土结构裂缝扩展的可靠度方法	符晓陵 徐道远(15)
用边界元模拟混凝土的载荷-位移($p-\delta$)曲线	吴益敏 沈建东(19)
混凝土断裂的非线性有限元分析	宋 莉 黄松梅(24)
异弹模界面裂缝应力强度因子的计算	黄松梅 马素菁 孙 静(30)
用有限元计算 J 积分时的误差问题	郑恒祥 张水文 顾 浩 牛焱州(36)
Ⅰ、Ⅱ类断裂的数值分析	吴科如 钱觉时(40)
双质材料的缺口奇异性及开裂方向	罗银森(47)
混凝土大坝中裂缝问题的数值分析方法	徐昭光 王开治 王水林(53)
虚裂纹模型在分析平面裂缝扩展问题中的应用	尹双增 翟奇愚(59)
弹塑性断裂力学中的 COD 和 J 积分	郑恒祥 张镜剑 顾浩 牛焱州(70)

混凝土断裂力学

Ⅲ三维复合型断裂的 FCM 和 GF	徐道远 符晓陵 寿朝晖(73)
混凝土断裂临界参数的测试研究	张林兵 朱为玄 何 明 徐道远(78)
拉应变软化曲线和极限拉伸值	于晓中(85)
两相材料界面裂缝扩展的非均质断裂研究与实验验证	周瑞忠 刘光廷(92)
碾压混凝土应力-应变全过程曲线的研究	方坤河 张世有(101)
钢纤维混凝土Ⅰ型断裂特性的试验研究	胡倍雷 赵国藩 宋玉普(109)
Ⅰ型混凝土裂缝的损伤断裂分析	李庆斌 张楚汉 王光纶(116)
多轴应力下混凝土的破坏准则	宋玉普 赵国藩 彭 放 胡倍雷(121)
粘钢对混凝土裂缝控制的初步研究	高作平 屈大梁 张金泉(130)
混凝土的多轴强度理论研究	俞茂宏 马国伟 张浩明 张晓冰(135)
二滩水电站全级配Ⅲ试验研究	杨成球 吴 政(141)
Ⅲ损伤带裂缝模型	钱觉时 吴科如(147)
大骨料水工混凝土断裂与强度特性的试验研究	涂传林 金庭节 陆忠明 牛焱州 李仲宜 唐传模(155)
混凝土材料 MAXSD 三参数复合断裂准则的研究	段亚辉(161)
混凝土在变幅弯曲疲劳荷载下的累积损伤理论研究	李靖华 杨秀甫 韩景良(168)
混凝土拉伸应力-应变软化曲线的研究	姚 武 王新友 吴科如(173)
应变率相关的粘塑性损伤本构模型	李兆霞 Z. Mroz(179)
江垭碾压混凝土层面室内试件复合断裂试验研究	周翠云 王良之(186)

岩石断裂力学

岩石亚临界扩展速率的双扭测试方法研究·····	曹 平	王海怒	孙宗顺(190)
大理岩真三轴强度判据与破坏后的扩容·····	刘振洪	龙湘桂	周翠云(195)
对岩石料层动态微观损伤机制的观察与分析·····	宋守志	邢 军	徐小荷(200)
岩石类材料的动力学性质与疲劳强度及其工程应用·····			叶金汉(206)
岩石断裂蠕变全过程试验研究·····	陶振宇		张忠亭(212)
岩石断裂的非线性修正与啮合作用·····	刘大安	孙宗顺	潘长良(222)
节理岩体损伤流变断裂过程分析及工程应用·····			杨延毅(227)
岩质边坡卸荷裂隙加固锚杆的损伤增韧止裂模型·····			杨延毅(236)
岩土材料四参数强度准则·····	俞茂宏	李晓玲	张义军(244)
岩石料层动态粉碎过程的试验研究·····	宋守志	邢 军	唐春安(249)
断裂韧度测试方法研究·····		孙宗顺	刘大安(256)
大理岩压剪断裂的损伤模型和数值模拟·····	郭 平	刘桂生	谭邦本(262)
缓倾角断续节理对坝基稳定性影响的初步研究·····	丁秀丽		夏熙纶(268)

断裂力学的工程应用

岩体小构造断裂力学分析.....	朱为玄	寿朝晖	张林兵	徐道远(273)	
陈村重力拱坝 105m 高程裂缝稳定性分析	张武功	于晓中	周家骥	郭桂兰	孙计平(278)
利用地应力开发安棚天然碱矿的研究.....	张景和	齐铁新	徐厚枚(284)		
损伤力学在地震预报中的应用.....	尹祥础	陈学忠	尹 灿(298)		
碾压混凝土拱坝裂缝控制及诱导缝的设置.....	安雪晖	曾昭扬(302)			
桓仁电站 3 [#] 机混凝土支墩裂缝机理探讨					李中镇(311)
湖南镇大坝上游面裂缝成因及稳定分析.....	曹泽生	肖建宝	陈重喜(314)		
金坑拱坝运行期裂缝成因分析.....	张海南	张科锋	汪树玉(321)		
钢筋混凝土结构裂缝的断裂韧度统计及可靠度分析	譙常忻	谢 恩(327)			
周边缝拱坝结构计算方法研究.....	王均星	王开治(332)			
东江拱坝运行期裂缝稳定性分析.....					陆忠明(343)

岩石、混凝土的损伤原理及计算

余天庆

(湖北工学院 武汉 430068)

提 要 岩石、混凝土的力学性能有不少相似之处。本文旨在综述岩石、混凝土损伤模型的建立及计算方法,全文共分三部分:首先叙述了损伤的基本原理,然后介绍了三个较典型的损伤模型及其建模的推演过程。最后,引用 S. Valliappan 等一文,说明耦合各向异性损伤的有限元计算方法。

1. 引言

60年代初,Kaplan 首先将断裂力学的理论与方法应用于混凝土的开裂研究,此后各国许多学者相继进行了大量的研究,在确定岩石和混凝土材料的断裂参数(如断裂韧度等)、建立断裂数据、用理论和数值计算方法分析裂纹尖端附近的物理力学状况和模拟裂纹扩展等方面,均取得了大量的成果。但是,断裂力学难以描述裂纹尖端附近微裂纹区的损伤状况,且只能分析宏观裂纹的扩展,无法分析宏观裂纹的形成。

1976年,Hillerborg 等人提出用虚裂纹模型分析混凝土裂纹的形成和扩展,受到了广泛的重视,在岩石裂纹分析方面也取得了很大的进展。然而,近十几年来,随着损伤力学的兴起和发展,对于岩石、混凝土裂纹的形成、断裂机制与判据、损伤度的预估以及耦合损伤的各种计算方法都在不断地完善和应用于工程实际,并已形成了较完整的体系。在这一体系中,最有代表意义的 Lemaitre 创立的能量损伤理论和村上澄男等人建立的几何损伤理论。当前用于分析岩石、混凝土的损伤模型日益增多,有的是用理论推导的,有的是用数学公式去拟合实验曲线的办法,还有的是半理论半拟合的方法。研究的内容不断深入,如弹性损伤、塑性损伤,各向同性损伤,正交异性损伤,各向异性损伤;蠕变损伤,疲劳损伤和冲击损伤等。

本文只介绍了岩石、混凝土的基本原理,其中对能量损伤理论和几何损伤理论较详细的介绍,文中只介绍了三个损伤模型,目的是说明各种建模方法。文中的算例是从 Villiappan 等人的一文摘录的,删去了三维部分,目的在于说明在建立受损材料的本构关系和应力场的计算过程中怎样耦合弹性损伤、塑性损伤、各向同性损伤和各向异性损伤。

2. 损伤力学的基本原理

由于材料内部和表面的微空隙和微裂纹等缺陷的形成和发展导致材料宏观力学性能的劣化过程称为损伤过程。如何描述它们的影响并计算其影响程序,有种种不同的论述。由于外载的作用、温度的变化或其他环境条件的作用,导致损伤形成和发展,这一过程实

质上是一种功能的转化过程,而且是不可逆的转化过程。基于能量转化的损伤理论称为能量损伤理论。用微裂纹的数量、形状、大小和分布描述材料的损伤程度称为几何损伤理论。

2.1 能量损伤理论

2.1.1 有效应力张量

取材料中一体元为研究对象,设体元沿法线为 n 的截面面积在材料无损时为 A_0 ,受损后为 A ,定义损伤变量为:

$$D_n = \frac{A_0 - A}{A_0} \quad (1.1)$$

从物理学观点来说,损伤变量 D_n 是沿法线 n 的法平面切割的微裂纹和微空隙(缺陷)的相对面积;从数学观点来说, D_n 是当 A_0 趋近于零时材料在该截面内间断的表面密度。于是, $D_n = 0$ 表示无损状态; $D_n = 1$ 表示体元断裂。在一般的受损情况下, $0 \leq D_n \leq 1$ 。

在单轴拉伸或压缩时,受损材料的有效应力可定义为:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0(1-D)} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1.2)$$

它表示有效面积 $A_0(1-D)$ 承受的应力。

在三维情况下,为描述微缺陷的数量、大小、形状及其分布对材料力学性能劣化的影响,损伤一般用张量表示。柯西应力张量 σ 与有效应力张量 $\tilde{\sigma}$ 之间有如下关系:

$$\tilde{\sigma} = M(D) : \sigma \quad (1.3)$$

式中,转换张量 $M(D)$ 是以损伤张量 D 为变量的四阶张量。如果应力主轴、损伤主轴和材料主轴重合,则 $M(D)$ 可简化为二阶张量。(1.3)式可简化为:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_i &= M_{ij} \sigma_j \\ M_{ij} &= \begin{cases} \frac{1}{1-D_i} & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \end{aligned} \quad (1.4)$$

即

$$\tilde{\sigma} = \sigma \cdot (1-D)^{-1} \quad (1.5)$$

2.1.2 应变等价假设

在无损材料的弹性本构关系中,用有效应力张量 $\tilde{\sigma}$ 代替柯西应力张量 σ ,得到的是受损材料的弹性本构关系,这是 Lemaitre 提出的应变等价假设。

据此假设,无损材料的线弹性关系为:

$$\epsilon^e = \epsilon^e(\sigma, 0) = E^{-1} : \sigma \quad (1.6)$$

式中, ϵ^e 为弹性应变张量, E 为无损材料的弹性张量。对于受损材料则有:

$$\epsilon^e = \epsilon^e(\sigma, D) = \epsilon^e(\tilde{\sigma}, 0) \quad (1.7)$$

$$\text{从而得} \quad \epsilon^e = E^{-1} : \tilde{\sigma} = \tilde{E} : \sigma \quad (1.8)$$

式中,

$$\tilde{E}^{-1} = E^{-1} : M(D) \quad (1.9)$$

由(1.5)、(1.8)和(1.9)式可以看出,按应变等价假设推得的有效柔度张量 $\tilde{E}^{-1}$,在各向异性情况下是非对称张量。

为计算方便起见,对于非对称的有效应力张量 $\tilde{\sigma}$,常用的对称化方法用以下两式作对

称化变换:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}[\sigma \cdot (1 - D)^{-1} + (1 - D)^{-1} \cdot \sigma] \quad (1.10)$$

或 $\bar{\sigma} = (1 - D)^{-1} \cdot \sigma \cdot (1 - D)^{-1} \quad (1.11)$

2.1.3 能量等价假设

用有效应力张量 $\bar{\sigma}$ 替代柯西应力张量 σ , 受损材料与无损材料的弹性余能密度的表达式类同。这是 Cordebois—Sidoroff 共同提出的能量等价假设。设无损材料的弹性余能密度表为:

$$\Psi_e = \Psi_e(\sigma, 0) \quad (1.12)$$

受损材料的弹性余能密度表为:

$$\Psi_e = \Psi_e(\sigma, D) = \Psi_e(\bar{\sigma}, 0) \quad (1.13)$$

根据假设, 无损材料和受损材料的弹性余能分别为:

$$P\Psi_e = \frac{1}{2}\sigma : E^{-1} : \sigma \quad (1.14)$$

$$P\Psi_e = \frac{1}{2}\bar{\sigma} : E^{-1} : \bar{\sigma} \quad (1.15)$$

将(1.3)式代入上式得:

$$\begin{aligned} P\Psi_e(\sigma, D) &= \frac{1}{2}\sigma : M(D)^T : E^{-1} : M(D) : \sigma \\ &= \frac{1}{2}\sigma : \tilde{E}(D)^{-1} : \sigma \end{aligned} \quad (1.16)$$

式中 $\tilde{E}^{-1}(D) = M(D)^T : E^{-1} : M(D) \quad (1.17)$

即 $\tilde{E}(D) = M(D)^{-1} : E : M(D)^{T^{-1}} \quad (1.18)$

可见受损材料的有效弹性模量 $\tilde{E}(D)$ 具有对称性。受损材料的弹性本构方程为:

$$\varepsilon^e = \tilde{E}(D)^{-1} : \sigma \quad (1.19)$$

即 $\varepsilon^e = M(D)^T : E^{-1} : M(D) : \sigma \quad (1.20)$

定义有效应变 $\bar{\varepsilon}^e = M(D)^{T^{-1}} : \varepsilon^e \quad (1.21)$

于是, 受损材料的弹性本构方程为:

$$\bar{\varepsilon}^e = E^{-1} : \bar{\sigma} \quad (1.22)$$

可见, 只要有效应变和有效应力分别替代无损状态下弹性本构方程中的应变和应力, 由能量等价假设导得的受损材料弹性本构方程与无损材料的类同。此上结果为耦合损伤的计算建立了理论基础。

2.2 几何损伤理论

几何损伤理论同样也认为材料的损伤是由材料内部和表面的微裂纹和微空隙所构成。损伤的演变和损伤量的大小与材料中的微裂纹和微空隙的发展及其大小、形状、密度和分布有关, 这种理论是村上澄男(Sumio Murakami)和大野信忠等人创立的。

2.2.1 有效应力张量

几何损伤理论假设材料承载面积的减小主要是由于材料内部平面裂纹所导致。似设材料内一组平面裂纹如图 1(a)所示, 即裂纹都垂直于单位矢量 $\mathbf{n}$, 它的密度为 D 。下面我

们讨论四面体 $OABC$, 如图 1(b) 所示。四面体 $OABC$ 的单位外法线为 ν , ABC 的面积为 S , 于是定义面积矢量为:

$$S = S\nu = S_i e_i \quad (1.23)$$

式中 $e_i (i = 1, 2, 3)$ 为单位基矢量。

由于裂纹的存在, 减小了的有效面积矢量为:

$$S^* = S\nu = S_1 \nu_1 + S_2 \nu_2 + (1 - D)S_3 \nu_3 \quad (1.24)$$

式中 D 是 S_3 方向的面积缩减率, 现以下式表示损伤张量:

$$D = D(n \otimes n) \quad (1.25)$$

式中 n 是损伤群的单位法矢量, 符号 $\otimes$ 表示矢量的并积。众所周知, 两个矢量的并积是一个二阶张量。对于图 1-1(a) 的情况有。

$$S^* = S - S(e_3 \otimes e_3) = (I - D) \cdot S \quad (1.26)$$

由上式可以看出, 损伤张量表达了裂纹的密度和裂纹群的方向。作用在 ABC 上的面力为:

$$S_i = \sigma \cdot (S\nu) \quad (1.27)$$

式中 σ 为柯西应力, 实际上面力是由有效面积承受, 于是:

$$St = \sigma^* \cdot (S^* \nu^*) \quad (1.28)$$

比较以上两式得:

$$\sigma^* = \sigma \cdot (I - D)^{-1} \quad (1.30)$$

得到了与(1.5)式相同的表达式, 它表征了损伤的力学效应, 并给出了将柯西应力转换为净应力的计算方法。

2.2.2 岩石的损伤张量

设岩石的体积为 V , 单元体积为 v , 如图 2 所示。

定义岩石 V 的总表面面积为:

$$A = 3V^{2/3} \frac{V^{1/3}}{v^{1/3}} = 3 \frac{V}{l} \quad (1.31)$$

式中 l 是单元体的边长。设体积 V 中有 N 条裂纹, 其中第 k 条裂纹的面积为 a^k , 其法矢量为 n^k , 对于第 k 条裂纹而言, 裂纹的面积密度可写成:

$$D^k = \frac{a^k}{V/3}$$

于是, 对于这条裂纹的损伤张量可表为:

$$D^k = \frac{l}{V} a^k (n^k \otimes n^k) \quad (1.33)$$

就岩石中存在 N 条裂纹而言, 体积为 V 的损伤张量为:

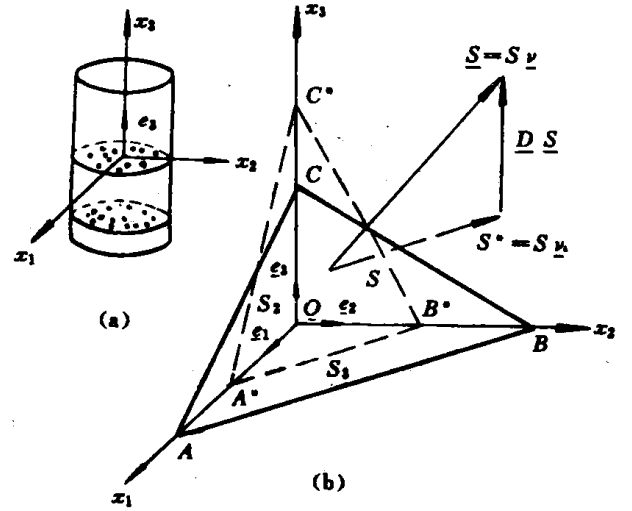


图 1

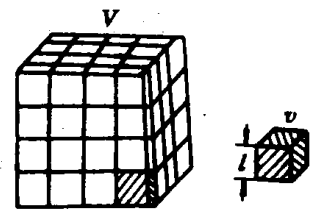


图 2 基本单元体

$$D = \frac{l}{V} \sum_{i=1}^N a^i (n^i \otimes n^i) \quad (1.34)$$

2.2.3 岩石的有效应力张量

应当指出, (1.30)式定义的净应力张量,无论是对拉应力或对压应力都一样有效。但对岩石而言,一部分裂纹是闭合的,裂纹表面只能部分地传递压应力,拉应力不可能通过裂纹表面传递。所以对岩石来说,损伤效应与应力状态有关。

设 T 是使 D 正交对角化的变换矩阵,作如下变换可使损伤张量成为对角张量:

$$D' = T \cdot D \cdot T^t \quad (1.35)$$

t 是矩阵的转置符号。利用矩阵 T 按下式运算,使柯西应力 σ 变换到 D 的主轴方向。

$$\sigma' = T \cdot \sigma \cdot T^t \quad (1.36)$$

将应力 σ' 分解成正应力部分 σ'_n 和剪应力部分 σ'_t , 即

$$\sigma' = \sigma'_n + \sigma'_t \quad (1.37)$$

写成矩阵形成:

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{11} & \sigma'_{12} & \sigma'_{13} \\ \sigma'_{21} & \sigma'_{22} & \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} & \sigma'_{32} & \sigma'_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \sigma'_{12} & \sigma'_{13} \\ \sigma'_{21} & 0 & \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} & \sigma'_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

如果裂纹表面是完全光滑的,则裂纹不能传递剪应力。实际上,岩石的裂纹表面常常是粗糙的或填充了一些其他材料,所以有效应力的修正因子为 $(I - C_t D')$, 其中 C_t 是 0 至 1 之间的变化系数。另一方面,对于垂直于裂纹的压应力,也只是部分地传递,其修正因子为 $(I - C_n D')$, 其中 $0 \leq C_n \leq 1$, 于是定义沿 D 的主轴岩石的有效应力为:

$$\tilde{\sigma}' = \sigma'_t (I - C_t D')^{-1} + \sigma'_n \cdot [H\langle \sigma'_n \rangle \cdot (I - D')^{-1}] H\langle -\sigma'_n \rangle \cdot (I - C_n D')^{-1}] \quad (1.39)$$

式中 $H\langle \cdot \rangle$ 是开关算子,即

$$H_{ij}\langle X_{ij} \rangle = \begin{cases} 1 & \text{差 } X_{ij} > 0 \\ 0 & \text{差 } X_{ij} \leq 0 \end{cases} (i, j \text{ 不求和}) \quad (1.40)$$

通过下式换算,应力 $\tilde{\sigma}'$ 又可转回到原坐标系:

$$\tilde{\sigma} = T^t \cdot \tilde{\sigma}' \cdot T \quad (1.41)$$

3. 损伤模型

从 80 年代初开始,十多年来各国学者用损伤理论分析混凝土和岩石的力学性能,提出了各种损伤模型,并已逐步用于解决工程实际问题。建立损伤模型可以用能量的方法,也可以用几何的方法,还可以用实验与理论分析结合的方法。下面介绍损伤模型,旨在为建立损伤模型提供思路。

3.1 Mazars 损伤模型

根据图 3 所示的混凝土单轴拉伸应力-应变曲线,该模型认为在峰值应力前,应力应变为线性关系,材料无损伤,或初始损伤不扩展;应力大于峰值应力后,图 3 所示的包络曲线可用图 4(a)近似描述,即

$$\sigma = \varepsilon E_0 \quad \varepsilon \leq \varepsilon_f \quad (2.1, a)$$

$$\sigma = \varepsilon E_0 (1 - D_T) \quad \varepsilon > \varepsilon_f \quad (2.1, b)$$

式中 E_0 表示材料无损时的弹性模量, ε_f 表示应力达峰值时的应变, D_T 表示材料受拉时的损伤. 这里假定材料无初始损伤, 即 $D_0 = 0$.

选择下式描述图 4(a) 中峰值应力之后的材料软化曲线:

$$\sigma = E_0 \left[\varepsilon_f (1 - A_T) + \frac{A_T \varepsilon}{\exp[B_T (\varepsilon - \varepsilon_f)]} \right] \quad (2.2)$$

式中 A_T 、 B_T 是拉伸时的材料系数. 将 (2.2) 式代入 (2.1) 式得到 Mazars 损伤方程:

$$D_T = \begin{cases} 0 & \varepsilon \leq \varepsilon_f \\ 1 - \frac{\varepsilon_f (1 - A_T)}{\varepsilon} - \frac{A_T}{\exp[B_T (\varepsilon - \varepsilon_f)]} & \varepsilon > \varepsilon_f \end{cases} \quad (2.3)$$

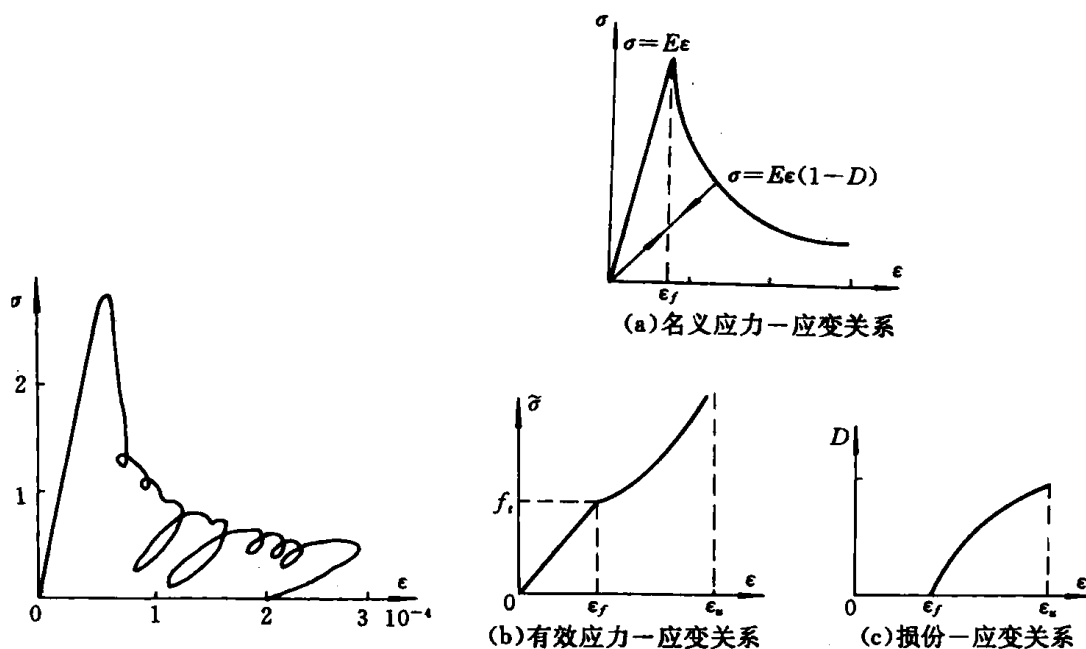


图 3 混凝土单轴拉伸
应力-应变曲线

图 4 Mazars 模型的名义应力、有效
应力、损伤与应变的关系

由 (2.2) 式还可求得损伤演变方程:

$$\dot{D}_T = \frac{dD_T}{d\varepsilon} = \left[\frac{\varepsilon_f (1 - A_T)}{\varepsilon^2} + \frac{A_T B_T}{\exp[B_T (\varepsilon - \varepsilon_f)]} \right] \varepsilon \quad (2.4)$$

对于一般的混凝土材料, 取 $0.7 < A_T < 1$, $10^4 < B_T < 10^5$, 以及 $0.5 \times 10^{-4} < \varepsilon_f < 1.5 \times 10^{-4}$, 图 2-2 描绘了 Mazars 模型的名义应力、有效应力、损伤和应变的关系。

用 (2.3) 式描述的 Mazars 损伤模型既没有考虑材料的初始损伤, 而且数学表达式还要分成应变小于 (等于) 和大于 ε_f 两式. 为方便起见, 笔者建议改写成下式:

$$D_T = 1 - (1 - D_0) \left\{ \frac{\varepsilon - (\varepsilon - \varepsilon_f)}{\varepsilon} (1 - A_T) + \frac{A_T}{\exp[B_T (\varepsilon - \varepsilon_f)]} \right\} \quad (2.5)$$

式中 D_0 表示初始损伤, 当 $x = 0$, $(x) = x$; 当 $x \leq 0$, $(x) = 0$.