



普通高等教育创新型人才培养规划教材

# 简明高等光学

JIANMING GAODENG GUANGXUE

屈晓声 何云涛 编著



配有课件



北京航空航天大学出版社  
BEIHANG UNIVERSITY PRESS



普通高等教育创新型人才培养规划教材

# 简明高等光学

屈晓声 何云涛 编著

北京航空航天大学出版社

## 内 容 简 介

本书介绍了高等光学的基本内容和发展方向,以现代光学的基本概念和处理方法来讨论高等物理光学现象及规律。全书共 10 章,主要内容有光的波动现象、电磁本质、光的偏振、干涉、衍射、部分相干性、晶体光学、导波光学、傅里叶光学及其在光学仪器中的应用等。本书理论分析深入浅出,不拘泥于形式,简洁明了地阐述高等光学的本质内涵是其一大特色。

本书可作为高等院校光电类专业开设的高等光学课程的教材或参考书,也可供相关专业技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

简明高等光学 / 屈晓声, 何云涛编著. -- 北京 :  
北京航空航天大学出版社, 2016. 5  
ISBN 978 - 7 - 5124 - 2104 - 2

I. ①简… II. ①屈… ②何… III. ①光学—高等学  
校—教材 IV. ①043

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 070754 号

版权所有,侵权必究。

### 简明高等光学

屈晓声 何云涛 编著

责任编辑 孙兴芳

\*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱: [goodtextbook@126.com](mailto:goodtextbook@126.com) 邮购电话:(010)82316936

北京泽宇印刷有限公司印装 各地书店经销

开本:710×1 000 1/16<sup>\*</sup> 印张:10.25 字数:218 千字

2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷 印数:3 000 册

ISBN 978 - 7 - 5124 - 2104 - 2 定价:29.00 元

# 前 言

高等光学是高等院校光电类专业高年级本科生和研究生的必修课程,同时也是从事光学和光电子领域学科研究及产品开发的科技人员必须具备的理论基础。本书的适用对象主要是需要很快掌握物理光学理论的高年级本科生、研究生,也可供广大科技工作者参考。

2015年是联合国确立的国际光学年,用以纪念人类在光学领域的重大发现和进展,其强调推动可持续发展,以及解决能源、教育、农业和卫生等世界性问题的光技术的重要性。2015年刚好是阿拉伯学者海斯木(Ibn Al-Haytham)的五卷本光学著作诞生1000年。1815年菲涅耳提出了光波的概念;1865年麦克斯韦提出了光的电磁波概念;1905年爱因斯坦提出了光电效应的完美解释,1915年的广义相对论则把光作为宇宙学的内在要素加以阐述;1965年彭齐斯和威尔逊发现了宇宙3K背景辐射。因此,2015年是这些光学领域的里程碑的纪念年。作者谨以此书献给过去的2015国际光学年,希望更多的人能认识和了解光的本质,掌握光学技术,促进人类社会的发展。

作者长期从事高等光学的教学工作,深深体会到在有限的时间内完整地讲述一门传承悠久、发展活跃学科的不易。因此,突出物理概念,揭示数学公式背后的物理思想,对学习者是相当重要的。本书的特点:简明扼要地叙述高等光学的主要内容,使读者在尽量短的时间内完成从基础光学知识到掌握近代光学理论的升华;以电磁理论为基础,分析和讨论光波场在各种不同环境中光的传播特性;以明确物理概念为主线,辅以理论推导,力求在较短的时间内使读者清晰地把握现代光学脉络;尽量反映现代光学的较新内容,特别是以信息传输为主的光传播与处理。

本书主要内容包括:光波场,介绍无限大均匀各向同性介质中的光波场;光的电磁理论基础;光的相干性;光波的叠加,菲涅耳衍射以及夫琅禾费衍射;成像理论;空间滤波;光全息与光反射;光波导;晶体光学等。各章都配有相应的思考题,以便读者学习。总之,本书以简洁为特色,突出概念的物理特性以及逻辑关系,使读者能尽快掌握光学的精髓。



在此,作者要感谢张静等同学的全力支持,他们有益的建议和认真负责的案头工作,对本书的圆满完成起了很大的作用。

光学是一个不断进步发展的学科,由于时间有限,以及作者水平所限,本书可能有些不足之处,望广大读者赐教。

作者

2015年12月

# 目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 发展历史回顾	1
1.2 现代光学的进展	2
1.3 本书特色及内容	4
第 2 章 光的波动性	6
2.1 波动描述	6
2.1.1 波动方程的导出	6
2.1.2 波动方程解的意义	7
2.1.3 波动方程的一般表示	8
2.1.4 平面波与球面波	8
2.2 简谐波	10
2.2.1 简谐平面波	11
2.2.2 简谐球面波	12
2.2.3 球面波的二次曲面近似	12
2.3 空间频率	13
2.4 群速度	15
2.4.1 不同频率波列叠加	15
2.4.2 群速色散引起的高斯脉冲展宽	17
2.4.3 基模高斯光束	19
思考题	21
第 3 章 光的电磁理论与光的偏振	22
3.1 电磁波	22
3.1.1 麦克斯韦方程组的波动性与独立性	22
3.1.2 简谐平面电磁波	24
3.1.3 电磁波能量	26
3.2 光在无吸收介质中的反射与透射	29
3.2.1 反射与透射	29
3.2.2 入射光振动与入射面的影响	29



3.3 光的偏振性	30
3.3.1 偏振光及起偏和检偏	30
3.3.2 完全偏振光分析	32
3.3.3 偏振光的琼斯表示	33
3.3.4 斯托克斯参数和庞加莱球表示	35
思考题	38
<b>第4章 表面光学</b>	<b>39</b>
4.1 光在不同介质表面的传播	39
4.1.1 边界条件	39
4.1.2 界面上的反射与折射	40
4.2 菲涅耳公式	41
4.2.1 菲涅耳公式的导出	41
4.2.2 菲涅耳公式的应用	42
4.3 全反射	43
4.3.1 倏逝波	43
4.3.2 全反射时的能量关系与相位关系	44
4.4 薄膜的反射与透射	45
4.4.1 介质膜的膜系矩阵	45
4.4.2 单膜的反射与透射	47
4.4.3 双 $1/4$ 波长薄膜与 $1/4$ 波长玻璃	48
思考题	50
<b>第5章 导波光学</b>	<b>51</b>
5.1 波导内的光传播	51
5.1.1 波导中光场的表示	51
5.1.2 光场的纵向分量	52
5.2 平面波导	53
5.2.1 传播条件	53
5.2.2 波导中的电磁波	54
5.2.3 本征值方程	55
5.2.4 矩形波导	56
5.3 光纤波导	57
5.3.1 光纤中的传输	57
5.3.2 光纤波动方程	58
思考题	63



第 6 章 光的干涉 .....	64
6.1 一般干涉 .....	64
6.1.1 双光束的干涉 .....	64
6.1.2 干涉装置 .....	66
6.2 光的相干性讨论 .....	69
6.2.1 光的时间相干性 .....	70
6.2.2 光的空间相干性 .....	72
6.2.3 可见度 .....	74
6.3 部分相干理论 .....	75
6.3.1 互相干函数 .....	75
6.3.2 扩展光源的相干性 .....	76
6.3.3 高阶干涉 .....	80
6.4 相关数学运算 .....	82
6.4.1 相关与卷积 .....	82
6.4.2 傅里叶变换 .....	84
6.5 光学全息 .....	87
6.5.1 波前记录 .....	87
6.5.2 波前再现 .....	88
思考题 .....	90
第 7 章 光的衍射 .....	91
7.1 衍射的解释 .....	91
7.1.1 惠更斯-菲涅耳原理 .....	91
7.1.2 衍射理论 .....	94
7.2 菲涅耳衍射 .....	96
7.2.1 衍射的菲涅耳近似 .....	96
7.2.2 菲涅耳方形孔衍射 .....	97
7.3 夫琅禾费衍射 .....	99
7.3.1 夫琅禾费近似 .....	99
7.3.2 矩形孔衍射 .....	100
7.3.3 圆形孔衍射 .....	101
7.3.4 光栅衍射 .....	104
思考题 .....	106





<b>第 8 章 系统衍射成像</b> .....	107
8.1 系统成像变换及点光源成像 .....	107
8.1.1 透镜成像过程中的相位变换 .....	107
8.1.2 透镜成像中的傅里叶变换 .....	109
8.1.3 透镜对点光源成像 .....	111
8.2 系统成像及相干传递函数 .....	114
8.2.1 系统成像 .....	114
8.2.2 相干传递函数 .....	116
8.3 系统的光学传递函数 .....	118
8.3.1 非相干系统成像及光学传递函数 .....	118
8.3.2 调制度传递函数与相位传递函数 .....	119
8.3.3 调制度传递函数在摄影中的应用 .....	121
8.3.4 光学传递函数的特性及计算 .....	123
思考题.....	127
<b>第 9 章 空间滤波</b> .....	128
9.1 阿贝成像理论 .....	128
9.1.1 二次衍射成像 .....	128
9.1.2 阿贝-波特实验.....	128
9.1.3 相衬显微 .....	130
9.2 空间滤波应用 .....	132
9.2.1 空间滤波器 .....	132
9.2.2 简单滤波运算 .....	133
9.2.3 线性光栅成像分析 .....	134
9.2.4 多重像产生 .....	135
9.2.5 图像之间的相减运算 .....	135
9.2.6 图像特征识别 .....	137
思考题.....	139
<b>第 10 章 晶体光学</b> .....	140
10.1 晶体双折射.....	141
10.1.1 双折射现象.....	141
10.1.2 介电张量.....	141
10.1.3 折射率椭球.....	143
10.2 晶体中的电磁波.....	145



10.2.1	晶体中的电磁场方向	145
10.2.2	波法线菲涅耳方程	146
10.2.3	晶体中的偏振态	147
10.2.4	晶体中的电场强度	148
10.3	线性电光效应	148
10.3.1	电光效应	148
10.3.2	折射率椭球的改变	149
10.3.3	线性电光系数	150
	思考题	152
	参考文献	153

# 第 1 章 绪 论

光学是一门古老而又年轻的学科,其历史几乎和人类文明史本身一样久远,近半个世纪以来,它以令人炫目的速度发展,奇迹般层出不穷的研究成果,以及所蕴含的巨大潜力,跻身于现代科学技术的前沿。光学研究的是光的本性、光的产生与控制、光的传输与检测、光与物质的相互作用及其各种应用的科学。

## 1.1 发展历史回顾

正式开讲之前,有必要回顾一下整个光学的发展,可以粗略地将其分为 3 个比较大的历史阶段:经典光学阶段、近代光学阶段以及现代光学阶段。

经典光学的历史阶段最长,20 世纪以前都属于此阶段。在这一阶段对光本性的探索存在着光的微粒性和光的波动性两种互相排斥的不同观点,并经历了此消彼长的历史过程。在经典光学历史阶段的初期,牛顿的光微粒说比惠更斯的光波动说占优势。19 世纪初,杨氏和菲涅耳等人对干涉和衍射现象的成功解释为波动说的成功奠定了基础。19 世纪 60 年代,麦克斯韦总结出一组描述电磁场变化规律的方程组,并且预言存在着传播速度等于光速的电磁波。1888 年,赫兹用实验证实了电磁波的存在并证明了它具有与光一样的传播特性,其速度等于光速,这使人们认识到光是一种电磁波,从而光的波动理论变成电磁理论的一部分,光的波动本性可由麦克斯韦方程组完美地描述出来,它成功地解释了有关光传播的一系列现象(反射、折射、干涉、衍射、偏振、双折射等),这是光的波动说的全盛时期。但是,在这一时期,人们又发现了一些用麦克斯韦电磁理论无法解释的现象,其中最著名的是黑体辐射、光电效应以及原子的线状光谱等。为了解释这些现象,1900 年普朗克提出了量子化假设,同时爱因斯坦进一步提出了光子理论。20 世纪初,光学研究进入到第二个大的历史阶段——近代光学阶段。

近代光学以光子理论、量子电动力学理论为标志,在这一阶段人们看到,一方面,在光的传播过程中,其波动性表现得最为明显;另一方面,光与物质相互作用过程中(如光的发射、吸收、散射、色散、各种光谱学效应、光电效应、磁光效应等)又充分表现出其粒子特性。此时,人们必须承认光同时具有波动和微粒双重属性,即它具有波粒二象性。20 世纪 20 年代末到 30 年代初期创立的量子电动力学理论能够对光场的波动-粒子二象性给出严格、合理的表述,但它所采用的数学过程相当复杂,往往得不到简单的解析结果。实际上,只要限制在一定的近似条件下,由量子电动力学理论可以派生出一些非常简单适用的专门理论,如光子统计理论、激光理



论中经常采用的主方程理论等。量子电动力学将经典波动光学视为它的一个特殊情况,即光子数目很大、很密集的情况。

在近代光学发展阶段,经典的波动、粒子观点的光学绝没有因为量子电动力学的发展而被取代,它们被看作近代光学的某种近似,从而合理地纳入到近代光学领域之中。

现代光学阶段是从 1935 年荷兰光学家范·泽尼克(F. Zernike)提出相衬原理时开始的,接着是 1948 年全息术的提出,1955 年光学传递函数理论的建立,特别是 1960 年第一台红宝石激光器的成功问世则成为其标志。目前,现代光学以量子光学、激光理论与技术、非线性光学以及现代光学信息处理技术与光电子技术等为标志,是门综合性很强的交叉学科。在现代光学阶段,人们更深刻地认识到光的基本属性是波粒二象性,而且量子电动力学也全面地反映了光的这一基本属性,并经受了一系列精确实验的检验,它是现代光学的理论基础。

## 1.2 现代光学的进展

由于激光的诞生,人们终于找到了能从实验上实现伽博(Gabor)在 1948 年提出的全息术思想的方法,并在 1955 年被引入光学系统中,作为成像质量评价过程中光学傅里叶变换的较为理想的光源。在此之前,光作为信息的载体,一直是以其空间域的强度形式被加以利用的。

建立在携带信息的物光波与用于调制该信号的参考光波的衍射和相干叠加基础上的全息术,使得被记录下的不仅包含光信息的空间强度分布,而且还包含空间相位分布。光学傅里叶变换则使得在空间频率域中描述和处理光学信息成为可能。

良好的相干性是指参与叠加的光波之间,除了具有相同振动方向之外,还能够具有与时间无关的相位关系。光波间的相干性有空间和时间之分:来自光源不同点在同一时刻发出的光波间的相干性称为空间相干性(横向相干性);来自光源同一点不同时刻发出的光波间的相干性称为时间相干性(纵向相干性)。一个光源的空间相干性和时间相干性的优劣,微观上由其发光机制决定,宏观上则由其空间发光面积和单色性决定。只有通过受激辐射过程,才能获得具有高度相干性的光源。发光面积越小,光源的空间相干性越好;单色性越高,光源的时间相干性越好。激光正是这样一种由物质原子或分子通过受激辐射而产生的具有高度方向性和单色性的光源,因此,它是一种较为理想的相干光源。

需要采用相干光照明或将其作为信息载体的光学成像系统,称为相干光学成像系统。相干光学成像的理论基础是光波场的标量衍射理论,按照这一理论,衍射被认为是传播中的相干光波场的波前受到某种调制的必然结果;也就是说,无论对于在空间传播中的相干光波用何种手段作何种调制,都会引起光波场产生相应的衍射效应。由此出发,便可以将光波在空间或任何一个光学系统中的传播过程,看作是一系列不



同衍射过程的累积,其所经过的每一种光学器件,都可以看作是一种专用的光调制器或处理器。傅里叶变换的思想在光波衍射理论中的成功运用,使得我们可以从一个全新的角度来认识光波的传播与衍射规律。按照傅里叶光学思想,任何一个复杂的相干光波场,都可以看成是由一系列方向不同的基元平面波场在空间的线性相干叠加,每一个方向的基元平面波表征该复杂波场的一个空间频率成分。光学傅里叶变换的意义就是将这些不同的空间频率成分分开,以便能对其进行分析、调制和改善,其线性变换性质还保证了光学信息在变换过程中具有线性和空间不变的特性。在近轴条件下,一个薄透镜就具有把不同方向的平面波汇聚到其像方焦平面上不同点的能力。因此,近轴条件下的透镜作为一个线性傅里叶变换器便成为相干光学处理系统中最基本且最重要的一种光学处理器。

现代光学的另一个重大贡献是,以晶体光学为基础的非线性光学的诞生。按照经典的电磁场理论,构成物质的大量原子或分子可以看成是在其各自平衡位置附近随机振荡的偶极振子,宏观上仍处于电中性。外场(如电场、磁场)的施加将使得这些偶极振子受到极化,极化强度与作用场的一次方成正比,并且无须时间的累积。同样,当光波进入某种透明介质时,具有极高频率的光波电磁场将使得处于随机振荡状态的介质原子或分子极化,并产生受迫的高频振荡,同时产生相同频率的偶极辐射。光波场与物质的这种相互作用过程被称为线性光学效应,这种线性效应构成了晶体光学的理论基础。然而,激光在带给人们高相干度光源的同时,也带来了一系列在此之前所未曾遇到过的新的光学效应,如二次谐波效应、光折变效应以及相位共轭效应等。这些新的效应表明,当具有一定强度的单束或多束激光通过某些光学介质时,光波场与该介质原子或分子间的相互作用变成了一种非线性过程。介质的极化不仅包含光波场的一次方的作用(线性作用),而且还包含了二次、三次甚至更高次方的作用(非线性作用),并且与极化的历史或者说极化过程有关。最早得益于光学非线性效应的是信息光学,因为从这些非线性效应中,人们受到了启示,进而发现或发明了一系列可用于光学信息处理的非线性光学器件。

光调制器是光信息处理和光计算中光束控制与光信息记录的关键器件。非线性光调制器是根据非线性光学材料的折射率变化设计的。在二阶非线性光学材料中施加外电场或在三阶材料中施加光场即可产生折射率的变化,这种折射率的变化使得输出光信号的电场或光场相对于输入光波引起相移,相移的大小与材料的电光系数成正比,运用这一方法便可以改变光信号的强度、偏振态、频率和方向。此外,基于材料在多波混频过程中的三阶光学非线性效应或光折变效应而设计的相位共轭器件,实际上也是一种折射率调制器件,可用于畸变补偿、图像信号放大、相干与非相干转换、相关运算等。

最后,现代光学对现代社会的最大贡献是,它催生了以光纤为基础的现代光通信技术的诞生。1966年,33岁的高锟博士首次提出,直径仅几微米的透明玻璃纤维有可能作为导光与光信号传输的有效手段。1970年,美国康宁玻璃公司首次拉制出了



第一根可实用的光纤,将光波限制在一个只有几微米的狭窄范围内,使其通过在界面处的全反射而将光信号从光纤的一端传送至光纤的另一端。光纤通信技术的出现,一方面促使了一门新的学科——导波光学的诞生,另一方面又使传统的电信业焕发了青春。光纤所具有的大容量、超高速以及强抗干扰传输特性,奠定了当代互联网技术和数字化地球的基础,正在不断地缩短地球上不同地域及人群之间的距离。光纤除用作通信光缆外,还可以构成各种元件,如光纤面板、微通道板、光纤传光束和传像束以及各种光纤传感器,并且已成功地用于微光夜视仪、X射线光增强器、工业和医用内窥镜及安全监测系统和高灵敏度非接触测量。光纤制导已成为加强现代军事装备的关键技术之一。此外,光纤还可以做成各种有源微型器件,如光纤激光器、光纤放大器、光纤倍频器等。

### 1.3 本书特色及内容

现代光学是光学、光学工程等专业研究生及相关专业高年级本科生的重要专业基础课程,是现代光学和光电子学的理论基础。作者希望能在短暂的几十个学时内,在一本书中把现代光学的主要思想和内容讲述清楚。

本书的特色是以电磁理论为基础,分析和讨论光波场在各种不同环境中光的传播特性;以明确物理概念为主,辅以理论推导,力求在较短的时间内使读者清晰地把握现代光学脉络;尽量反映现代光学的较新内容,特别是以信息传输为主的光传播与处理。

本书的主要内容有:光波场,介绍了无限大均匀各向同性介质中的光波场,重点介绍了平面光波、球面光波、高斯球面光波等在无限大均匀各向同性介质中的基本传播特性以及光波场的色散特性;光的电磁理论基础,重点介绍麦克斯韦方程组以及无源和有源空间的电磁波动方程;光的相干性,主要介绍相干性理论,着重介绍光的空间相干性和时间相干性理论及实验方面的成果,并且引申出近代量子理论对相干性的解释,以及利用相干性理论制作的各类相干仪器;光波的叠加,从惠更斯原理出发阐述了光的衍射现象以及光波的叠加原理,利用光波复振幅方法推出了两类常用的衍射——菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射,采用激励与系统响应、傅里叶变换及卷积的方法从数学上对两类衍射进行了分类,最后进行了方孔圆孔的衍射讨论;成像理论,集中讨论了信息光学中的几个问题,如透镜的傅里叶变换、光学系统的成像、衍射受限系统的光传输以及光学系统的相干传递函数和光学传递函数;空间滤波,在阿贝波理论基础上,详细讲解了4F系统,提出了空间滤波的概念,并且列举了一维光栅、相位滤波、振幅滤波、多重像产生、特征识别、图像相减、消模糊以及非相干光的处理等信息光学处理内容;光全息与光反射,介绍了光全息的原理以及制作光全息的步骤,并且讨论了菲涅耳全息图。在光反射中,首先利用麦克斯韦方程讨论了光的反射、折射、半波损失、全反射以及多重膜的反射与折射及古斯-汉位移等概念;波导光学,讨



论了金属波导的产生与边界条件,介质波导中的电磁场、一维平面波导、二维矩形波导、阶跃波导;晶体光学,从晶体的对称操作出发,重点讨论了晶体的双折射、介电张量、折射率椭球、波法线,描述了光在晶体中的传播、单轴晶体及双轴晶体、光在晶体中的偏振现象,最后讨论了线性电光效应。

## 第 2 章 光的波动性

既然认为光是一种波,那么就从一般的波动现象出发,讨论各种常见的波动形式,并推导出标量波的表达式。

### 2.1 波动描述

#### 2.1.1 波动方程的导出

光之所以称为光波,是因为它与一般的波动现象一致,满足描述波动的一般数学规律形式,本小节通过机械波的描述引出波动方程,并与光波进行比较。

最典型的波是一段弦上传播的横波,即振动方向垂直于传播方向的波。如图 2.1 所示,一段长为  $\Delta x$ 、质量密度为  $\rho$  的线元,其质量是  $\rho\Delta x$ ,此段线元两端受其他部分对它的张力,分别为  $T$  和  $T'$ ,那么它的运动可用牛顿定律描述为

$$\left. \begin{aligned} x \text{ 方向: } T' \cos \alpha' - T \cos \alpha &= 0 \\ u \text{ 方向: } T' \sin \alpha' - T \sin \alpha &= \rho \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.1)$$

解此方程组,得到波动所满足的运动方程,我们称之为波动方程。

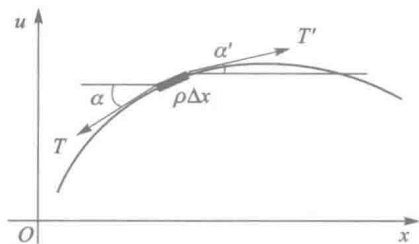


图 2.1 一段弦的波动

由于线元很微小,所以可以认为  $T' \approx T$ ,  $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ 。令  $a^2 = T/\rho$ ,由方程组(2.1.1)的第二式可以得到  $a^2 \Delta \tan \alpha = \Delta x \partial^2 u / \partial t^2$ ,经化简后有

$$\frac{\Delta \tan \alpha}{\Delta x} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.2)$$

由导数的几何意义可知:  $\tan \alpha = \partial u / \partial x$ ,因此在  $\Delta x \rightarrow 0$  时,  $\Delta \tan \alpha / \Delta x \rightarrow \partial^2 u / \partial x^2$ 。所以式(2.1.2)变为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1.3)$$

式(2.1.3)是描述弦上波动的一般表达式,即一维波动方程。它虽然是从弦上传





播的机械波得到的,但一般的波动都满足此公式。反之,当研究的对象满足以上运动方程时,我们也可以认为此研究对象是以波动的形式在运动。

### 2.1.2 波动方程解的意义

现在从一般函数出发,研究波动方程的解及方程中常数的物理意义。

#### 1. 函数 $u$ 的物理图像

由图 2.2 可知,函数  $f(x)$  与函数  $f(x-b)$  的图像完全一致,只需把  $f(x)$  的图像沿  $x$  轴移动  $b$  后,就可以得到  $f(x-b)$  的图像。因为只需做  $\xi = x-b$  的变换, $f(x)$  就与  $f(x-b)$  的表达形式完全一样。

由上述内容可知,任意函数  $u(x-vt)$  与  $u(x)$  也完全一致,仅仅把  $u(x)$  的图像沿  $x$  轴移动  $vt$  即可。如果  $t$  表示时间,则  $t_0$  时刻弦上各点偏离各自平衡位置的位移形成的振动图像就是  $u(x_0-vt_0)$ ,如图 2.3 所示。经过  $\Delta t$ ,此时时间变为  $t_0 + \Delta t$ ,若要保持图像不变,即  $u(x,t)$  内部仍是  $x_0 - vt_0$  (在波动中称为相位保持不变),则必然有  $x_0 + v\Delta t$ ,所以整个振动图像沿  $x$  轴移动了  $v\Delta t$ ,即振动  $u(x_0 - vt_0)$  沿  $x$  轴传播了  $v\Delta t$ ,即振动传播了,也就是波动。所以  $u(x-vt)$  能完整地描述波动,即它应该是波动方程的解。

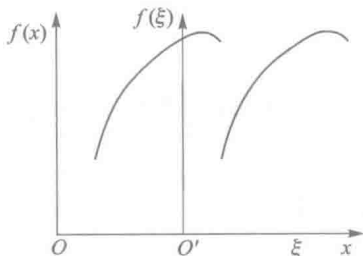


图 2.2  $f(x)$  函数

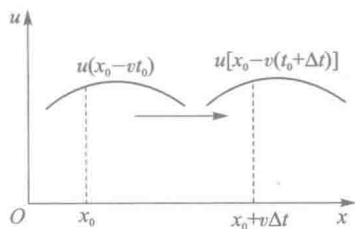


图 2.3 振动图像  $u$  沿  $x$  轴传播

按照以上波动形成的方式,当时间  $t$  发生变化时,要保持相位不变,即  $x-vt = \text{常数}$ ,就可以得到振动的传播速度,波速  $dx/dt = v$ 。因此, $v$  代表波动过程中等相位传播的速度,所以称为相速度。

#### 2. 波动速度

因为函数  $u(x-vt)$  是波动方程的解,把  $u(x-vt)$  代入波动方程(2.1.3),就可以得到  $a = v$ ,因此,波动方程中的常数  $a$  代表波动的相速度。前面讨论的弦上机械波,其相速度是

$$a = \sqrt{T/\rho} \quad (2.1.4)$$

它与弦的张力及弦的密度有关,张力和弦密度都是弦本身固有的,因此,弦上传播的机械波相速度与波赖以存在的介质有关,即离开了弦就没有波。

当麦克斯韦完成电磁场理论时,并没有意识到电磁波与机械波本质上的不同,后