YINGYONG SHUXUE

# 应用数学

（中职）

总主编　聂广林
主　编　娄　颖
主　审　李茂良

重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

# 应 用 数 学

（中职）


总主编　聂广林

主　编　娄　颖

副主编　石如意　周尚能　向波洋

参　编　田世明　张复文　李世林　周胜友

　　　　张晓红　常登群　黎　英

主　审　李茂良



重庆大学出版社

## 内容提要

本书严格遵循教育部最新颁发的《教学大纲》,并坚持以学生为本的编写思想,突出了实用性、职业性、实践性和创新性的特色。内容分为基础模块和应用模块。基础模块:集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数,数列,平面向量,平面解析几何,统计常识;应用模块:几何图形初步认识及应用,计量单位及应用。

每章分为:走进生活,创设情景;动脑动手,探索知识;知识巩固,典型例题;运用知识,练习提高,课堂练习等栏目,难易程度充分考虑中职生的学习基础、学习能力和兴趣。

本书可作为三年制中职学校的数学教材。

**图书在版编目(CIP)数据**

应用数学/娄颖主编.—重庆:重庆大学出版社,
2014.7

ISBN 978-7-5624-8217-8

Ⅰ.①应… Ⅱ.①娄… Ⅲ.①应用数学 Ⅳ.①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 102899 号

**应用数学**

(中职)

总主编 聂广林

主 编 娄 颖

副主编 石如意 周尚能 向波洋

主 审 李茂良

策划编辑:彭 宁 杨粮菊

责任编辑:谭 敏 曾春燕 版式设计:杨粮菊

责任校对:关德强 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:邓晓益

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:http://www.cqup.com.cn

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

万州日报印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:12.75 字数:318 千

2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷

印数:1—3 000

ISBN 978-7-5624-8217-8 定价:25.00 元

# 前言

本教材是根据教育部最新颁发的《教学大纲》，结合中职学生的数学基础和今后在就业岗位上数学应用的实际需要编写而成的。在编写过程中努力遵循“加强基础、勇于创新、注重适用、突出应用”的原则，力求体现中职学校多专业的特点，充分考虑数学教学服务于各专业课教学的思想，努力吸引学生主动、生动活泼地参与到数学教学过程中来。本教材坚持以学生为主体，教师为主导的编写理念，突出了以下特色：

(1)实践性　这一特性是本教材的突出特点，大部分中职学生毕业后将走向就业岗位，因此，本教材加强了教学内容与生产、生活实际相联系。从数学源于生活，数学服务于生活的视角，科学处理基础知识与数学应用的关系。在基础章节的创设情景、例题教学和学生练习中，努力做到与生活实际相联系，尤其是“计量单位及应用”一章更充分体现了这一特点。让学生能更好地发现和掌握生活中的数学，实现理论和实践的有机结合，从而增强学生的社会适应能力。

(2)适用性　从中职学校的特点出发，坚持文化课为专业课服务的这一出发点，在基础章节的例题和练习以及“几何图形认识及应用”一章中，我们尽量做到与专业课知识相联系，使学生学起来更轻松、有趣。

(3)创新性　教材打破了传统的编排模式，设计了走进生活，创设情景；动脑动手，探索知识；知识巩固，典型例题；运用知识，练习提高，课堂练习；等等小栏目。每节配有习题，每章配有复习题，便于学生理解、运用和掌握知识，使教材更贴近时代、贴近生活、贴近工作。

(4)层次性　本套教材有基础知识也有应用知识，在练习中有难易度之分，因此能使大部分学生通过巩固练习，达到掌握和应用数学知识的目的。教材同时兼顾到了中职生参加高考和就业的两大群体，根据需要的不同选择教学的内容。

(5)基础性　根据中职生的特殊情况，教材力求突出可读性，用浅显易懂的语言和例子阐述概念，并在新知识的讲授中

穿插相关初中知识点的复习，使学生能更好地学习掌握。

本套教材分为“集合及应用”“不等式及应用”“函数及应用”“指数函数与对数函数及应用”“三角函数及应用”“数列及应用”“平面向量及应用”“平面解析几何及应用”“统计常识及应用”9章基础模块，《几何图形认识及应用》《计量单位及应用》两章应用模块，供三年制中职学生使用。

本教材由重庆市渝北区教师进修校聂广林研究员担任总主编，重庆市九龙坡教师进修学校李茂良高级讲师担任本书的主审，重庆市渝北职业教育中心娄颖担任主编，并负责全书统稿。参与本书编写的老师还有重庆市渝北职业教育中心的田世明、常登群、张复文、李世林、张晓红、周胜友、黎英；重庆市九龙坡职业教育中心的周尚能；重庆外国语学校的向波洋。

在本教材的编写过程中，特别感谢重庆市九龙坡职业教育中心的彭贞蓉主任，重庆市渝北职业教育中心的石如意主任，重庆市渝北区教师进修校的范文敏老师。同时，感谢重庆市教科院、重庆市渝北职业教育中心、重庆市九龙坡职业教育中心领导对本教材的编写给予的大力支持。

由于本教材的编者水平所限，教材中难免有不足之处，恳请读者批评指正。意见和建议可传至电子邮箱：1046939097@qq.com

编　者

2013年12月

# 目录

# 第 1 章 集合及应用

## 1.1 集合的概念

### 1.1.1 集合与元素

**●走进生活 创设情境**

某商店购进一批商品,包括:面包、饼干、汉堡、彩笔、水笔、橡皮、果冻、薯片、裁纸刀、尺子.那么如何将这些商品放在指定的篮筐里?

显然,面包、饼干、汉堡、果冻、薯片放在食品篮筐,彩笔、水笔、橡皮、裁纸刀、尺子放在文具篮筐.

面包、饼干、汉堡、果冻、薯片组成了食品集合,彩笔、水笔、橡皮、裁纸刀、尺子组成了文具集合.

而面包、饼干、汉堡、果冻、薯片、彩笔、水笔、橡皮、裁纸刀、尺子就是其对应集合的元素.

**●动手动脑 探索知识**

(1)集合及有关基本概念

由某些确定的对象组成的整体称为**集合**,简称**集**.组成集合的对象称为这个集合的元素.

如大于 2 并且小于 5 的自然数组成的集合是由哪些元素组成?

一般采用大写英文字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合,小写英文字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素.

(2)集合中元素的性质:

①互异性:一个给定集合中的元素都是互不相同的;

②无序性:一个给定集合中的元素排列无顺序;

③确定性:一个给定集合中的元素必须是确定的.

不能确定的对象,不能组成集合.例如,某班跑得快的同学,就不能组成集合.

**●知识巩固 典型例题**

**例 1** 下列对象能否组成集合:

(1)所有小于 10 的自然数; (2)某班个子高的同学;

(3)方程 $x^2-1=0$ 的所有解；　　(4)不等式 $x-2>0$ 的所有解.

**解**:(1) 由于小于 10 的自然数包括 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 十个数,它们是确定的对象,所以它们可以组成集合；

(2)由于个子高没有具体的标准,对象是不确定的,因此不能组成集合；

(3)方程 $x^2-1=0$ 的解是 $-1$ 和 1,它们是确定的对象,所以可以组成集合；

(4) 解不等式 $x-2>0$ 得 $x>2$,它们是确定的对象,所以可以组成集合.

(3)常见的几种集合

由方程的所有解组成的集合称为这个**方程的解集**.

由不等式的所有解组成的集合称为这个**不等式的解集**.

像平面上与点 $O$ 的距离为 2 cm 的所有点组成的集合那样,由平面内的点组成的集合称为**平面点集**.

由数组成的集合称为**数集**. 方程的解集与不等式的解集都是数集.

所有自然数组成的集合称为**自然数集**,记作 $\mathbf{N}$.

所有正整数组成的集合称为**正整数集**,记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{Z}^+$.

所有整数组成的集合称为**整数集**,记作 $\mathbf{Z}$.

所有有理数组成的集合称为**有理数集**,记作 $\mathbf{Q}$.

所有实数组成的集合称为**实数集**,记作 $\mathbf{R}$.

(4)集合的分类(按元素的个数)

像方程 $x^2-1=0$ 的解组成的集合那样,由有限个元素组成的集合称为**有限集**. 像不等式 $x-2>0$的解组成的集合那样,由无限个元素组成的集合称为**无限集**.

不含任何元素的集合称为**空集**,记作$\varnothing$. 例如,方程 $x^2+1=0$ 的实数解的集合里不含有任何元素,所以这个解集就是空集.

(5)元素与集合的关系

元素 $a$ 是集合 $A$ 的元素,记作 $a\in A$(读作"$a$ 属于 $A$"), $a$ 不是集合 $A$ 的元素,记作 $a\notin A$(读作"$a$ 不属于 $A$").

集合中的对象(元素)必须是确定的. 对于任何的一个对象,或者属于这个集合,或者不属于这个集合,二者必居其一.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

1. 用符号"$\in$"或"$\notin$"填空：

(1) $-3$ ______ $\mathbf{N}$,0.5 ______ $\mathbf{N}$,3 ______ $\mathbf{N}$;

(2)1.5 ______ $\mathbf{Z}$, $-5$ ______ $\mathbf{Z}$,3 ______ $\mathbf{Z}$;

(3) $-0.2$ ______ $\mathbf{Q}$,$\pi$ ______ $\mathbf{Q}$,7.21 ______ $\mathbf{Q}$;

(4)1.5 ______ $\mathbf{R}$, $-1.2$ ______ $\mathbf{R}$,$\pi$ ______ $\mathbf{R}$.

2. 指出下列各集合中,哪个集合是空集？

(1)方程 $x^2+1=0$ 的解集;(2)方程 $x+2=2$ 的解集.

### 1.1.2　集合的表示法

**●走进生活　创设情境**

不大于8的自然数所组成的集合中有哪些元素？

小于8的实数所组成的集合中有哪些元素？

不大于8的自然数所组成的集合中只有0,1,2,3,4,5,6,7,8九个元素，这些元素是可以一一列举的. 而小于8的实数有无穷多个，而且无法一一列举出来，但元素的特征是明显的：①集合的元素都是实数；②集合的元素都小于8.

当集合中元素可以一一列举时，可以用列举的方法表示集合；当集合中元素无法一一列举但元素特征是明显时，可以分析出集合的所有元素都具有的特征性质，通过对元素特征性质的描述来表示集合.

**●动手动脑　探索知识**

集合的表示方法有3种：

(1)列举法

把集合的元素一一列举出来，写在花括号内，元素之间用逗号隔开. 如不大于5的自然数所组成的集合可以表示为$\{0,1,2,3,4,5\}$.

当集合为无限集或为元素很多的有限集时，在不发生误解的情况下可以采用省略的写法. 例如，小于100的自然数集可以表示为$\{0,1,2,3,\cdots,99\}$，正偶数集可以表示为$\{2,4,6,\cdots\}$.

(2)描述法

在花括号$\{\ \}$内画一条竖线，竖线的左侧写出集合的代表元素，竖线的右侧写出元素所具有的特征性质. 如小于5的实数所组成的集合可表示为$\{x \mid x<5, x\in\mathbf{R}\}$.

如果从上下文能明显看出集合的元素为实数，那么可以将$x\in\mathbf{R}$省略不写. 如不等式$3x-6>0$的解集可以表示为$\{x \mid x>2\}$.

为了简便起见，有些集合在使用描述法表示时，可以省略竖线及其左边的代表元素，直接用中文来表示集合的特征性质. 例如所有正奇数组成的集合可以表示为{正奇数}.

(3)区间

一般地，由数轴上两点间的一切实数所组成的集合称为**区间**. 其中，这两个点称为**区间端点**.

不含两端点的区间称为**开区间**. 如集合$\{x \mid 2<x<4\}$表示的区间是开区间，用记号$(2,4)$表示. 其中2称为区间的左端点，4称为区间的右端点.

含有两个端点的区间称为**闭区间**. 如集合$\{x \mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$表示的区间是闭区间，用记号$[2,4]$表示.

只含左端点的区间称为**右半开区间**，如集合$\{x \mid 2\leqslant x<4\}$表示的区间是右半开区间，用记号$[2,4)$表示.

只含右端点的区间称为**左半开区间**，如集合$\{x \mid 2<x\leqslant 4\}$表示的区间是左半开区间，用记号$(2,4]$表示.

**●巩固知识　典型例题**

**例2**　用列举法表示下列集合：

(1)由大于$-4$且小于12的所有偶数组成的集合；

(2)方程 $x^2-5x-6=0$ 的解集.

**分析**:这两个集合都是有限集.

(1)题的元素可以直接列举出来;

(2)题的元素需要解方程 $x^2-5x-6=0$ 才能得到.

**解**:(1)集合表示为$\{-2,0,2,4,6,8,10\}$;

(2)解方程 $x^2-5x-6=0$ 得 $x_1=-1,x_2=6$. 故方程解集为$\{-1,6\}$.

**例 3** 用描述法表示下列各集合:

(1)不等式 $2x+1\geqslant 0$ 的解集;

(2)所有奇数组成的集合;

(3)由第一象限所有的点组成的集合.

**分析**:用描述法表示集合,关键是找出元素的特征性质.

(1)题,解不等式就可以得到不等式解集元素的特征性质;

(2)题,奇数的特征性质是"元素都能写成 $2k+1(k\in \mathbf{Z})$ 的形式";

(3)题,元素的特征性质是"为第一象限的点",即横坐标与纵坐标都为正数.

**解**:(1)解不等式 $2x+1\geqslant 0$ 得,$x\geqslant \frac{1}{2}$,所以解集为$\left\{x\mid x\geqslant \frac{1}{2}\right\}$;

(2)奇数集合$\{x\mid x=2k+1,k\in \mathbf{Z}\}$;

(3)第一象限所有的点组成的集合为$\{(x,y)\mid x>0,y>0\}$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

1. 用列举法表示下列各集合:

(1)方程 $x^2-3x-4=0$ 的解集;　(2)方程 $4x+3=0$ 的解集;

(3)由数 1,4,9,16,25 组成的集合;　(4)所有正奇数组成的集合.

2. 用描述法表示下列各集合:

(1)大于 3 的实数所组成的集合;　(2)方程 $x^2-4=0$ 的解集;

(3)大于 5 的所有偶数所组成的集合;　(4)不等式 $2x-5>3$ 的解集.

本节学习了集合的表示法:列举法、描述法,用列举法表示集合,元素清晰明了;用描述法或区间表示集合,元素特征性质直观明确.

因此,表示集合时,要针对实际情况,选用合适的方法. 例如,不等式(组)的解集,一般采用描述法或区间来表示,方程(组)的解集,一般采用列举法来表示.

**●知识巩固　典型例题**

**例 4** 用适当的方法表示下列集合:

(1)方程 $x+5=0$ 的解集;

(2)不等式 $3x-7>5$ 的解集;

(3)大于 3 且小于 11 的偶数组成的集合;

(4)不大于 5 的所有实数组成的集合.

**解**:(1)$\{-5\}$;　(2)$\{x\mid x>4\}$或$(4,+\infty)$;

(3)$\{4,6,8,10\}$;　(4)$\{x\mid x\leqslant 5\}$或$(-\infty,5]$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

选用适当的方法表示出下列各集合:

(1)由大于10的所有自然数组成的集合;

(2)方程 $x^2-9=0$ 的解集;

(3)不等式 $4x+6<5$ 的解集;

(4)平面直角坐标系中第二象限所有的点组成的集合;

(5)方程 $x^2+4=3$ 的解集;

(6)不等式组 $\begin{cases}x+2\geqslant1\\2x-2\leqslant6\end{cases}$ 的解集.

附加题　实践调查:探究生活中集合知识的应用.

## 习题 1.1

1. 指出下列集合中,哪些是空集?哪些是有限集?哪些是无限集?

(1) $\{x\mid x+3=0\}$;(2) $\{x\mid x^2+2=0\}$;(3) $\{x\mid -2\leqslant x<1\}$;(4) $\{(x,y)\mid x=y\}$.

2. 用列举法表示下列集合.

(1)小于5的自然数组成的集合;

(2)绝对值不大于3的所有整数组成的集合;

(3)方程 $2x-1=3$ 的解集;

(4)方程 $x^2-x-2=0$ 的解集.

3. 用描述法或区间表示下列集合.

(1)绝对值小于2的所有数组成的集合;

(2) $X$ 轴上的所有点组成的集合;

(3)不等式 $-3\leqslant x-1<2$ 的解集.

4. 用适当的方法表示下列集合.

(1)由大于 $-3$ 且小于2的整数组成的集合;

(2)不等式 $-\dfrac{2}{3}<x<5$ 的整数解组成的集合;

(3)在 $\mathbf{Z}$ 中3的倍数组成的集合;

(4)被3整除后余数为1的所有整数组成的集合.

# 1.2　集合之间的关系

### 1.2.1　子集

**●走进生活　创设情境**

①设 $A$ 表示我班全体学生的集合, $B$ 表示我班全体男学生的集合,那么,集合 $A$ 与集合 $B$

之间存在什么关系呢?

②设 $M=\{$数学,语文,英语,计算机应用基础,体育与健康,德育,普通话$\}$,$N=\{$数学,语文,英语,计算机应用基础,体育与健康$\}$,那么集合 $M$ 与集合 $N$ 之间存在什么关系呢?

③自然数集 $\mathbf{N}$ 与整数集 $\mathbf{Z}$ 之间存在什么关系呢?

显然,问题 1 中集合 $B$ 的所有元素(我班的男学生)肯定是集合 $A$ 的元素(我班的学生);问题 2 中集合 $N$ 的所有元素肯定是集合 $M$ 的元素;问题 3 中集合 $\mathbf{N}$ 的所有元素(自然数)肯定是集合 $\mathbf{Z}$ 的元素(整数).

当集合 $B$ 的所有元素肯定是集合 $A$ 的元素时,称集合 $A$ 包含集合 $B$. 两个集合之间的这种关系叫做包含关系.

**●动手动脑　探索知识**

(1)概念

一般地,如果集合 $B$ 的所有元素都是集合 $A$ 的元素,那么称集合 $A$ 包含集合 $B$,并把集合 $B$ 称为集合 $A$ 的**子集**.

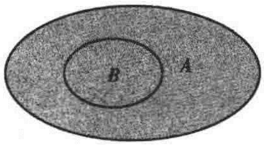


**图** 1.1

将集合 $A$ 包含集合 $B$ 记作 $A\supseteq B$ 或 $B\subseteq A$(读作"$A$ 包含 $B$"或"$B$ 包含于 $A$").

可以用图 1.1 表示出这两个集合之间的包含关系.

(2)性质

由子集的定义可知,任何一个集合 $A$ 都是它自身的子集,即 $A\subseteq A$.

规定:空集是任何集合的子集,即 $\varnothing\subseteq A$.

**●知识巩固　典型例题**

**例 1**　用符号"$\subseteq$""$\supseteq$""$\in$"或"$\notin$"填空:

(1) $\{a,b,c,d\}$ ____ $\{a,b\}$;　　(2) $\varnothing$ ____ $\{1,2,3\}$;

(3) $\mathbf{N}$ ____ $\mathbf{Q}$;　　(4) $0$ ____ $\mathbf{R}$;

(5) $d$ ____ $\{a,b,c\}$;　　(6) $\{x|3<x<5\}$ ____ $\{x\mid 0<x<6\}$.

**分析**:"$\subseteq$"与"$\supseteq$"是用来表示集合与集合之间关系的符号;而"$\in$"与"$\notin$"是用来表示元素与集合之间关系的符号. 首先要分清楚对象,然后再根据关系,正确选用符号.

**解**:(1)集合 $\{a,b\}$ 的元素都是集合 $\{a,b,c,d\}$ 的元素,因此 $\{a,b,c,d\}\supseteq\{a,b\}$;

(2)空集是任何集合的子集,因此 $\varnothing\subseteq\{1,2,3\}$;

(3)自然数都是有理数,因此 $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Q}$;

(4)0 是实数,因此 $0\in\mathbf{R}$;

(5) $d$ 不是集合 $\{a,b,c\}$ 的元素,因此 $d\notin\{a,b,c\}$;

(6)集合 $\{x|3<x<5\}$ 的元素都是集合 $\{x\mid 0<x<6\}$ 的元素,因此 $\{x|3<x<5\}\subseteq\{x\mid 0<x<6\}$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

用符号"$\subseteq$""$\supseteq$""$\in$"或"$\notin$"填空:

(1) $\mathbf{N}^*$ ______ $\mathbf{Q}$;　　(2) $\{0\}$ ______ $\varnothing$;

(3) $a$ ______ $\{a,b,c\}$;　　(4) $\{2,3\}$ ______ $\{2\}$;

(5)0 ______ $\varnothing$;　　　　(6) $\{x \mid 1<x\leqslant 2\}$ ______ $\{x \mid -1<x<4\}$.

## 1.2.2　真子集

●**动手动脑　探索知识**

(1)概念

如果集合 $B$ 是集合 $A$ 的子集,并且集合 $A$ 中至少有一个元素不属于集合 $B$,那么把集合 $B$ 称为集合 $A$ 的**真子集**.

记为 $A\supsetneqq B$(或 $B\subsetneqq A$),读作"$A$ 真包含 $B$"(或"$B$ 真包含于 $A$").

(2)性质

空集是任何非空集合的真子集.

对于集合 $A$、$B$、$C$,如果 $A\supsetneqq B$,$B\supsetneqq C$,则 $A\supsetneqq C$.

●**知识巩固　典型例题**

**例 2**　选用适当的符号"$\supsetneqq$"或"$\subsetneqq$"填空:

(1) $\{1,3,5\}$ ______ $\{1,2,3,4,5\}$;

(2) $\{2\}$ ______ $\{x \mid |x|=2\}$;

(3) $\{1\}$ ______ $\varnothing$.

**解**:(1) $\{1,3,5\}\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$;

(2) $\{2\}\subsetneqq\{x \mid |x|=2\}$;

(3) $\{1\}\supsetneqq\varnothing$.

**例 3**　设集合 $M=\{0,1,2\}$,试写出 $M$ 的所有子集,并指出其中的真子集.

**分析**:集合 $M$ 中有 3 个元素,可以分别列出空集、含 1 个元素的集合、含两个元素的集合、含 3 个元素的集合.

**解**:$M$ 的所有子集为

$$\varnothing,\{0\},\{1\},\{2\},\{0,1\},\{0,2\},\{1,2\}\{0,1,2\}$$

除集合 $\{0,1,2\}$ 外,所有集合都是集合 $M$ 的真子集.

●**运用知识　练习提高**

课堂练习

1. 设集合 $A=\{c,d\}$,试写出 $A$ 的所有子集,并指出其中的真子集.
2. 设集合 $A=\{x \mid x<6\}$,集合 $B=\{x \mid x<0\}$,指出集合 $A$ 与集合 $B$ 之间的关系.

## 1.2.3　集合的相等

●**走进生活　创设情境**

设集合 $A=\{x \mid x^2-1=0\}$,$B=\{-1,1\}$,那么这两个集合会有什么关系呢?

由于方程 $x^2-1=0$ 的解是 $x_1=-1$,$x_2=1$,所以集合 $A$ 中的元素就是 1,$-1$,可以看出集合 $A$ 与集合 $B$ 中的元素完全相同,集合 $A$ 与集合 $B$ 相等.

集合 $A$ 与集合 $B$ 中的元素完全相同,无论顺序和表示法,则集合 $A$ 与集合 $B$ 相等,即 $A=B$.

●**动手动脑　探索知识**

(1)概念

一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么就说这两个集合相等.

将集合 $A$ 与集合 $B$ 相等记作 $A=B$.

(2)性质

如果 $A\supseteq B$,同时 $B\supseteq A$,那么集合 $B$ 的元素都属于集合 $A$,同时集合 $A$ 的元素都属于集合 $B$,因此集合 $A$ 与集合 $B$ 的元素完全相同,由集合相等的定义知 $A=B$.

**●知识巩固　典型例题**

**例 4**　判断集合 $A=\{x \mid |x|=2\}$ 与集合 $B=\{x \mid x^2-4=0\}$ 的关系.

**分析**:要通过研究两个集合的元素之间的关系来判断这两个集合之间的关系.

**解**:由 $|x|=2$ 得 $x=-2$ 或 $x=2$,所以集合 $A$ 用列举法表示为 $\{-2,2\}$;由 $x^2-4=0$ 得 $x=-2$或 $x=2$,所以集合 $B$ 用列举法表示为 $\{-2,2\}$;可以看出,这两个集合的元素完全相同,因此它们相等,即 $A=B$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

判断集合 $A$ 与 $B$ 是否相等?

(1)$A=\{0\}$,$B=\varnothing$;

(2)$A=\{\cdots,-5,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$,$B=\{x \mid x=2m+1,m\in\mathbf{Z}\}$;

(3)$A=\{x \mid x=2m-1,m\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{x \mid x=2m+1,m\in\mathbf{Z}\}$.

注意:元素与集合关系:属于与不属于($\in$、$\notin$);

集合与集合关系:子集、真子集、相等($\subseteq$、$\subsetneqq$、$=$);

首先要分清楚对象,然后再根据关系,正确选用符号.

**●知识巩固　典型例题**

**例 5**　用适当的符号填空:($\in$,$\notin$,$=$,$\subsetneqq$,$\supsetneqq$)

(1)$\{1,3,5\}$____$\{1,2,3,4,5,6\}$;

(2)$\{x \mid x^2=9\}$____$\{3,-3\}$;

(3)$\{2\}$____$\{x \mid |x|=2\}$;　　(4)$2$____$\mathbf{N}$;

(5)$a$____$\{a\}$;　　(6) $\{0\}$____$\varnothing$;

(7) $\{-1,1\}$____$\{x \mid x^2+1=0\}$.

**解**:(1)$\{1,3,5\}\subsetneqq\{1,2,3,4,5,6\}$;

(2)$\{x \mid x^2=9\}=\{3,-3\}$;

(3)因为$\{x \mid |x|=2\}=\{-2,2\}$,所以;$\{2\}\subsetneqq\{x \mid |x|=2\}$;

(4)$2\in\mathbf{N}$;

(5) $a\in\{a\}$;

(6) $\{0\}\supsetneqq\varnothing$;

(7)因为$\{x \mid x^2+1=0\}=\varnothing$,所以$\{-1,1\}\supsetneqq\{x \mid x^2+1=0\}$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

用适当的符号填空($\in$,$\notin$,$=$,$\subsetneqq$,$\supsetneqq$):

(1) $-2.5$____$\mathbf{Z}$;　　(2)$1$____$\{x \mid x^3=1\}$;

(3)$\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$____$\{x \mid x^2=2\}$;　　(4)$\{a\}$\_\_\_\_$\{a,b,c\}$;

(5)$\mathbf{Z}$____$\mathbf{N}$;　　(6)$\varnothing$____$\{x \mid x+4<0\}$;

(7) $\varnothing$____ $\mathbf{Q}$;　　　　　　　　(8) $\{1,3,5\}$____$\{3,5\}$.

实践:寻找集合与集合关系的生活实例.

## 习题 1.2

1. 用适当的符号填空( $\in$ , $\notin$ , $=$ , $\subsetneqq$ , $\supsetneqq$ ).

(1) $\{3,4,5\}$______$\{1,2,3,4,5,6\}$;

(2) $\{x \mid x-6=0\}$______$\{6\}$;

(3) $\{x \mid x^2=36\}$______$\{6\}$;

(4) {矩形}______{平行四边形}.

2. 指出下列各题中集合之间的关系.

(1)集合 $\{2,3,4,5\}$ 与集合 $\{x \mid x^2-5x+6=0\}$;

(2)集合 $\{x \mid 1\leqslant x\leqslant 5\}$ 与集合 $\{1,2,3,4,5\}$;

(3)集合 $\{x \mid x^2+2x-15=0\}$ 与集合 $\{-5,3\}$.

3. 设集合 $A=\{a,b\}$,写出 $A$ 的所有子集,并指出哪些是真子集? 哪些是非空真子集?

4. 设 $A=\{n \mid n\in \mathbf{Z}$,且 $n$ 是 3 的倍数$\}$, $B=\{n \mid n\in \mathbf{Z}$,且是 6 的倍数$\}$.

指出 $A$ 与 $B$ 的关系.

## 1.3　集合的运算

### 1.3.1　交集

**●走进生活　创设情境**

问题1　在运动会上,某班有4名同学参加百米赛跑,有6名同学参加跳高比赛,有两名同学既参加百米赛跑又参加跳高比赛,那么这些同学之间有什么关系?

问题2　某班第一学期的三好学生有李佳、王燕、张洁、王勇;第二学期的三好学生有王燕、李炎、王勇、孙颖,那么该班哪些同学连续两个学期都是三好学生?

用学过的集合来表示: $A=$ {李佳,王燕,张洁,王勇}; $B=$ {王燕,李炎,王勇,孙颖}; $C=$ {王燕,王勇}. 那么这三个集合之间有什么关系?

问题3　集合 $A=$ {直角三角形}; $B=$ {等腰三角形}; $C=$ {等腰直角三角形}. 那么这3个集合之间有什么关系?

通过上面的3个问题的思考,可以看出集合 $C$ 中的元素是由既属于集合 $A$ 又属于集合 $B$ 中的所有元素构成的,也就是由集合 $A$、$B$ 的所有相同元素所组成的,这时,将 $C$ 称为 $A$ 与 $B$ 的交集.

**●动手动脑　探索知识**

(1)概念

一般地,对于两个给定的集合 $A$、$B$,由集合 $A$、$B$ 的所有相同元素所组成的集合称为 $A$ 与 $B$

的**交集**,记作 $A\cap B$,读作"$A$ 交 $B$".

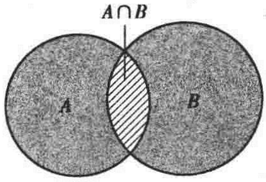


图 1.2

即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

集合 $A$ 与集合 $B$ 的交集可用图 1.2 表示:

求两个集合交集的运算称为**交运算**.

**●知识巩固　典型例题**

**例 1**　已知集合 $A,B$,求 $A\cap B$.

(1)$A=\{1,2\},B=\{2,3\}$;

(2)$A=\{a,b\},B=\{c,d,e,f\}$;

(3)$A=\{1,3,5\},B=\varnothing$;

(4)$A=\{2,4\},B=\{1,2,3,4\}$.

**分析**:集合都是由列举法表示的,因为 $A\cap B$ 是由集合 $A$ 和集合 $B$ 中相同的元素组成的集合,所以可以通过列举出集合 $A$、$B$ 中所有相同的元素得到它们的交集.

**解**:(1)相同元素是 2,$A\cap B=\{1,2\}\cap\{2,3\}=\{2\}$;

(2)没有相同元素 $A\cap B=\{a,b\}\cap\{c,d,e,f\}=\varnothing$;

(3)因为 $A$ 是含有 3 个元素的集合, $\varnothing$是不含任何元素的空集,所以它们的交集是不含任何元素的空集,即 $A\cap B=\varnothing$;

(4) 因为 $A$ 中的每一个元素的都是集合 $B$ 中的元素,所以 $A\cap B=A$.

**例 2**　设 $A=\{(x,y)\mid x+y=0\},B=\{(x,y)\mid x-y=4\}$,求 $A\cap B$.

分析:集合 $A$ 表示方程 $x+y=0$ 的解集;集合 $B$ 表示方程 $x-y=4$ 的解集. 两个解集的交集就是二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=0,\\x-y=4\end{cases}$ 的解集.

**解**:解方程组 $\begin{cases}x+y=0,\\x-y=4.\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2,\\y=-2.\end{cases}$ 所以 $A\cap B=\{(2,-2)\}$.

**例 3**　设 $A=\{x\mid -1<x\leqslant 2\},B=\{x\mid 0<x\leqslant 3\}$,求 $A\cap B$.

**分析**:这两个集合都是用描述法表示的集合,并且无法列举出集合的元素. 我们知道,这两个集合都可以在数轴上表示出来,如图 1.3 所示. 观察图形可以得到这两个集合的交集.

**解**:$A\cap B=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}\cap\{x\mid 0<x\leqslant 3\}=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$.

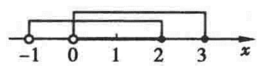


图 1.3

由交集定义和上面的例题,可以得到:

(2)性质

对于任意两个集合 $A,B$,都有

①$A\cap B=B\cap A$;

②$A\cap A=A,A\cap\varnothing=\varnothing$;

③$A\cap B\subseteq A$, $A\cap B\subseteq B$;

④如果 $A\subseteq B$,那么 $A\cap B=A$.

**●运用知识　练习提高**

课堂练习

1. 设 $A=\{-1,0,1,2\},B=\{0,2,4,6\}$,求 $A\cap B$.
2. 设 $A=\{(x,y)\mid x-2y=1\},B=\{(x,y)\mid x+2y=3\}$,求 $A\cap B$.
3. 设 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 2\},B=\{x\mid 0\leqslant x<4\}$,求 $A\cap B$.