

A SELECTION OF MATHEMATICS HISTORY

# 数学史选讲

钱克仁 著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

A SELECTION OF MATHEMATICS HISTORY

# 数学史选讲

钱克仁 著



 哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内容简介

在探索世间万物奥秘的漫长历程中,数学究竟是人类的发明还是宇宙的语言?对这个神奇的谜团,古往今来,中外数学家们从假说到验证,提供了人类思维最富原创力的认识途径,揭示出数学科学发生、发展的演进轨迹。作为益智的体操,数学思维为世人留下了精彩纷呈的历史。巧妙地运用这些史料,既可使数学教学变得生动有趣,也能进而激发创造性思辨的全方位展开。本书精选与中、小学数学教材关系密切的中、外数学史料,比较分析古今数学家对同一数学课题的研究,阐幽发微,不仅弥补各国数学史书籍的缺陷,同时纠正以往西方数学史著作对中国古代数学成就的误解与偏见。这对我国大、中、小学数学教师的数学史教学,对专业和业余的数学史研究,具有积极的启迪作用和重要的参考价值。

## 图书在版编目(CIP)数据

数学史选讲/钱克仁著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2016.1

ISBN 978-7-5603-5648-8

I. ①数… II. ①钱… III. ①数学史 IV. ①O11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 238459 号

策划编辑 刘培杰 张永芹  
责任编辑 张永芹 王勇钢  
封面设计 孙茵艾  
出版发行 哈尔滨工业大学出版社  
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006  
传 真 0451-86414749  
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>  
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂  
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 20 字数 474 千字  
版 次 2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-5603-5648-8  
定 价 48.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

48001050

钱克仁诞辰

一百周年纪念

近年来,越来越多的数学教育工作者已认识到在数学教育中增加数学史内容的重要性.一般的数学史料可以使数学教育内容变得更加生动有趣;中国古代数学的伟大成就可以激发和提高民族自豪感;数学发展史上的高潮及其成功的经验可以作为今后发展数学的借鉴,而低潮和失败的教训可以帮助我们今后少走一些弯路;历史上的数学思想和数学方法可以给今人以启示.一个数学工作者和数学教育工作者,如果不了解他所从事的数学工作的历史和现状,是很难在这个领域有所创造或引导他的学生走上正确的道路的.

钱克仁先生从事数学教育工作四十多年,长期受到他的父亲、著名数学史家钱宝琮教授的影响和熏陶;在教学工作中,结合实际需要,经常开展数学史的讲授与研究.近年来,他把自己多年来的讲稿整理成册,名为《数学史选讲》.这是一件很有意义的工作.

钱先生的《选讲》有下列几个特点:

(1)《选讲》是从古代到近代数学产生前、后选择一些专题来讲述它的历史,重点是介绍一些原著的内容及作者的主要成就,这对数学教师结合数学教育是十分方便的.

(2)在全部专题中,有中国的,有西方的,主要以其在数学史上的重要性及其成就的大小而言.这就克服一些西方数学史书籍中忽视中国,不提或少提中国古代数学成就的偏向,也避免在对待中国古代数学成就上盲目自大的弊病.从《选讲》中既可以看

到中国古代数学的伟大成就,又可以了解整个数学发展的大概情况.

(3)在中国古代数学的专题中,十分重视介绍西方关于这个专题的工作;同样在西方数学的专题中,也不忘记中国古代数学家的有关工作.这种比较对照的叙述,不仅有利于了解每一项工作在世界数学发展中的地位,同时也有利于了解中、西方数学的优点和缺点.

此外,从《选讲》的对比论述中,人们自然会提出,在古代,中、西方数学为什么有这样那样的差别,为什么中国古代偏重于计算,古希腊偏重于几何?为什么在几何中古希腊如此重视公理化体系与图形性质的研究,而中国却不是这样?为什么西方古代数学的繁荣时期出现在奴隶社会而中国古代数学的繁荣时期出现在封建社会?为什么近代数学产生于西方而不是产生于中国?……从这个角度来说,《选讲》对启发人们进一步进行思考和研究也是很有帮助的.

我们相信,这一著作的出版,对准备在高等学校开设数学史课的教师、所有的中学数学教师以及对数学史研究工作者和爱好者都是有一定参考价值的.

严敦杰

一九八六年十二月

江苏师范学院(今苏州大学)数学系于1981年起设置数学史课程.这本《数学史选讲》就是为这门课程编写的.所选课题的重点是与中、小学数学教材联系较多的中国、外国的数学史料.内容大致可分三类:(1)简单介绍《算经十书》,特别是《九章算术》,欧几里得的《几何原本》等数学名著的内容;(2)对于圆周率、几何三大问题、二项定理、孙子定理、素数、高次方程等专题做了综合性的叙述;(3)简单介绍三角、解析几何、微积分各科的历史发展.

所谓综合性的叙述,是将历史上中、外数学家对同一课题的研究成果同时加以阐说,并进行一些比较.这样就避免了现有中、外数学史书籍里各讲一个方面的缺陷,并且指出外国数学史著作中对我国古代数学成就的误解.

选讲,不是对数学史做全面的讲述.如果将数学发展的历史按民族来分(如中国数学史、希腊数学史等),或按科目来分(如算术史、几何史等),这都是可以的;但我认为对于多数读者来说,尤其是中、小学教师来说,不如采用专题选讲的方法更为实惠一些.我真诚希望《选讲》的出版能实现这一心愿.

数学史这门课,我讲了六次(1981~1985),每次讲若干课题,印过一些讲义,每次都适当地做了一些补充订正.江苏教育出版社多年前就要出版我这一讲稿.书稿集成以后,特请中国科学院自然科学史研究所梅荣照先生(副研究员)详细审阅全稿,梅先生提出了很宝贵的几十条意见.我非常感激并对原稿做了改

正和补充. 自然科学史研究所的著名数学史家严敦杰先生(研究员)看了拙作并为此稿写了序言. 对梅先生、严先生, 我谨表示衷心的感谢.

希望读者对本书的内容提出批评和建议.

钱克仁

一九八七年五月于苏州大学



钱克仁先生的《数学史选讲》要再版了，其子钱永红先生嘱我写一个重版说明，置于前，这相当是一个序。

序言是很难写的文章，20世纪70年代，周总理、李先念副总理指示人民文学出版社：书店陈列无书，难对外宾，命速出“四大名著”小说，社方回报说“序言难写”。李先念有点生气地说：“你们序写不出来，不是不要序也就行了吗？”所以我们早期看到人民文学出版社出版的“四大名著”中并没有序言，而是当时人民文学出版社“古典部”负责人王仰晨命孙用撰写“简介”式出版说明之类。据周汝昌回忆，孙用撰后嫌“政治性不强”，改命另位重撰。（《红学泰斗周汝昌传》梁归智著。漓江出版社，桂林，2006年P.222.）

本书好在有重量级人物严敦杰先生写的原序在，又有钱宝琮之子本书作者钱克仁先生写的一篇原版前言冠之，躲在这两篇大文之后做一点小文章仍觉诚惶诚恐。

其实重版说明也可算是一种书话，在20世纪30年代已经有作家明确使用“书话”之名，但并没有关于书话概念的界定。到了1945年，唐弢在为自己的《晦庵书话》写序言时，再次明确了他自己对书话的认知，就是所谓“一点事实”“一点掌故”“一点观点”“一点抒情”。

既然有了成型的套路，笔者不妨“八股”一下，先说一点事实：中国古代数学史在我国有优良的传统。由李俨、钱宝琮两位大师开研究之先河，后有吴文俊等大家发扬光大，在数学研究领域有一定位置，据曲安京教授讲是因为有“范式”。这是个取自科学史家科恩的名词，有了它才算“根红苗正”。

中国人对历史很重视，毛泽东最喜欢读的书包括《二十四史》。

常有人说，历史是中国人的宗教，这话的意思是：生活在我们这个缺乏宗教传统的文明中的人们，把历史提升到了一种信仰的层面。人们喜欢学习历史，谈论历史，从历史上的起伏成败中学习经验和教训，于是知兴衰；从伟大的历史人物身上学习他们的嘉言懿行，于是知荣辱。

但数学史却是个例外，不仅一般读书人不重视，就是数学圈内也重视不够。这些年写教材、搞研究，翻来覆去总是那几位。除早期的几位大家之外，只有严敦杰、梅荣照、李迪、钱克仁、沈康身、白尚恕、刘钝、梁宗巨、李兆华几位，比起微分方程等热门专业专家人数少很多。而这数位专家中写过教材的不多，所以当年钱克仁先生的这本教材甫一面世，不久便告售罄，这些年也没重版，真是出版界的一个遗憾，也可以说是对钱先生的一种忽视。

笔者曾读过一篇文章，意思是说：“中国自古以来，大凡中等资质的人都十分用功；而那些绝顶聪明的，多作逍遥游，满腹经纶，为己自娱，无名利之想，亦无刻意之求。因此，他们往往带走的多，为后人留下的少，实乃憾事。”而中西方又有所不同，“西方人将智慧高悬，当作汲汲追求的目标”，而中国人则“把智慧涵于深心把玩，难怪少一种积极求索，努力建树，泽被后世的精神”。

钱克仁先生显然属于后者，著述不多，这部《数学史选讲》是他的最后著作，1989年在江苏教育出版社出版。同年11月被中国科学技术史学会评选为首届全国科技史优秀图书二等奖，钱先生自己讲：我不是英雄，也没想过要当英雄。其实以钱先生的家学渊源与自身条件完全可以充当学术英雄的。

鲁迅曾说人与人的差异，有时比人与类人猿的差异还大，这里有资质的成分，但也有人认为，一个人的出身不能说完全决定他的眼界，但一个人的眼界相当大程度受其出身左右。

钱克仁先生被普通读者所知晓（当然也包括笔者，当年购买初版的《数学史选讲》这本书就是听说了作者之父是大名鼎鼎的钱宝琮先生），很大程度上是因为其父钱宝琮，2004年4月17日，陈省身先生写给浙江大学的信中是这样评价钱宝琮先生的：“钱宝琮先生是有名的中国数学史家，专治中国算学史，在这方面是很有创见的，钱先生又是著名的数学教育家，我大学的启蒙老师，他执教于浙江大学凡28年，桃李满天下。”

1922年，陈省身的父亲到天津法院任职，陈省身随之到天津扶轮中学，后跳级考入南开大学。

在20世纪30年代的天津，有这样一个流传的说法：“天津有三宝，永利（化学公司），南开（大学），《大公报》。”那时钱宝琮先生在南开大学任教授，陈省身回忆说：“那年姜立夫先生请假去厦门大学，数学系仅钱先生一人，我的微积分、力学都是钱先生教的。惟与跟数学有关，我就没有困难，每逢考试，我的数学是王牌，它总是把我的平均分数拉上去。”

本书适合于综合性大学数学系特别是师范类院校数学系当作教材使用。本书较之前一版增加了一编，在第二编中收录了钱克仁先生发表的若干数学史的论文、译文。其中既

有中学师生感兴趣的“关于三次方程的公式解”，也有社会上大量的数学爱好者及民科所热衷的三等分任意角的问题，还有关于九宫图的来历，即所谓河图和洛书等传说中文献的解读。“方圆内外之体象，已藏于河图，勾股开方之算术，悉具于洛书（[清]江永著，郭彧注引：《河洛精蕴注引》。华夏出版社，2006年，P. 153, 154）。”这些不仅对学习数学者是必备的常识，对于所有想了解中国传统文化的读者也都是有益的。另外还有一些文章是专门为考证一些公式或定理、名词来历的，如“秦九韶‘三斜求积’公式的来历”“牛顿是怎样发现有理数指数的二项定理的”“函数概念的沿革”。这些公式、定理、概念我们一直都在使用，认为是理所当然的，很少有人追问它们的来历。而一些非数学史专家往往由于缺少必要的素养及对史料的大量占有而望文生义。特别是青年教师在教学中只注重教是什么，很少教为什么，更不知是如何来的，一代一代沿革下来，造就了很多有知识无文化的专家，先放下数学不谈，举一个日常语言的例子。

现在有一个流行词叫“小蛮腰”，用以形容女子身材好，但很少有人知道为什么要这么形容。

专家是这样考证的：《红楼梦》的作者曹雪芹有两个好朋友，是敦敏、敦诚兄弟，他们是清太祖努尔哈赤第十二子英亲王阿济格的五世孙。其中的敦诚写了一个传奇剧本《琵琶行》内容是演绎唐代诗人白居易长诗《琵琶行》的情节。乾隆二十七年壬午（1762），曹雪芹在敦诚家的西园观看了“小部梨园”（戏班）演出这个戏曲后，曾写了一首诗，这首诗没有保存下来，但敦诚在笔记中记下了其中的两句：

“白傅诗灵应喜甚，定教蛮素鬼排场。”

白傅就是白居易，他做过太子少傅。他有两个侍妾叫樊素、小蛮，能歌善舞，白居易曾有诗句曰：“樱桃樊素口，杨柳小蛮腰”，曹雪芹这两句话，是说如果白居易的鬼魂看到了敦诚的剧本，一定会高兴得让樊素和小蛮粉墨登场，扮演剧中角色。

由此例可见专家是需要的，是不可或缺的，是不可替代的。而且数学史专家更是如此。1999年3月26日，《光明日报》的“书评周刊”登载了一篇题为“为了学术的传承”的文章，其中记者问到：“李约瑟曾经提到，有的科学史家竟认为中国从来不曾在数学中得到任何有价值的成就，他们所掌握的数学知识是从希腊传进去的，而李、钱二老所做的工作恰恰向世人证明了中国古代数学曾有的辉煌，仅仅从这一点上，他们在中国数学史的研究是否意义重大？郭书春引用华罗庚先生的话说：我们今天得以弄清中国古代数学发展的面貌，主要是依靠李俨先生与钱宝琮先生的著作。”发明创造是贡献，考证与复原也是一种贡献，后者难度不一定小，2013年9月10日腾讯文学发布会开场，来了四位文坛老男人：莫言、阿来、苏童和刘震云。

莫言的开场白是：“现在人人都是新闻联播，人人都是小说家。”调侃中颇有些落寞。的确，原来著书立说的都是鸿学大儒，现在多白丁新兵，谁都敢写质量当然不高。随着出版的“繁荣”及自媒体的泛滥，一时间谈数学史的人忽然多了起来。特别是随着所谓国学的畸形传播，中国古代数学史也开始走入寻常百姓家。而这时一定是泥沙俱下，所以权威与名著在这个时候就更显重要。今天我们重版这本钱克仁先生的旧作，其意义正在于此。

也许有年轻的读者会说，随着互联网的发展，像昔日钱老先生他们那种，旁征博引，

引经据典式的博学不重要了,想知道什么百度一下就可以了.但他们不知道除了知道有什么之外,更重要的是:什么是好的.《三联生活周刊》曾采访美国《最愚蠢的一代》的作者马克·鲍尔莱,他断言:我们正进入另一个更黑暗和无知的年代.他们有最好的机会和资源成为最聪明、最博学的一代,却没有善加利用,反而沉浸在自己的小世界里,他们需要老人们的声,告诉他们,这个世界上还有更重要的人,更重要的事.否则,他们永远是孩子,永远长不大.

当我们自以为告别了农业时代,不屑于再将老者当作引路的向导与权威;当我们庆幸工业化时代也将过去,全身心的去拥抱信息时代的时候,我们可否想到我们五千年历史与世界各族人民在漫长历史中凝炼出那些数学知识是不会以断层的形式自动供给的,它的连续性是不可割断的,数学像长河你不可能只饮现在流到你跟前的那一碗,它是有源流的.

日本漫画大师宫崎骏宣布退休,科幻作家韩松发表感慨说:“中国人为什么不能产生宫崎骏,因为什么都是被迫的,自我成功的驱使,市场的要求.像很多中国导演,拍不出来还在硬撑着,越拍越烂.”写书也是一样,要么是评职需要逼的,要么是书商用钱催的,都是要我写,极少我要写,所以越写越差.这或许可以回答读者的最后一个疑问,既然数学史如此重要,那就找位专家重写一部何苦重版旧著.原因就是现在是“要我写”,钱克仁先生那时是“我要写”,相比之下,你选哪个.

寥寥数语,聊以为序.

刘培杰

2015年10月21日

于哈工大

# 目 录

第一编 数学史选讲 .....	1
第一讲 《算经十书》 .....	3
第二讲 中国古代的筹算、记数法和整数四则运算 .....	15
第三讲 印度数码和西方算法 .....	19
第四讲 《九章算术》内容简介 .....	26
第五讲 欧几里得和他的《原本》 .....	61
第六讲 欧几里得《原本》十三卷内容简介 .....	64
第七讲 几何三大问题 .....	77
第八讲 圆周率 .....	85
第九讲 孙子定理和大衍求一术 .....	94
第十讲 高次方程 .....	101
第十一讲 二项式定理 .....	117
第十二讲 素数 .....	124
第十三讲 三角 .....	128
第十四讲 解析几何 .....	144
第十五讲 微积分 .....	155
数学年表 .....	173
第二编 数学史论文、译文 .....	183
关于三次方程的公式解 .....	185
三等分一个任意角是不可能的 .....	190
九宫图的奥妙 .....	192
盈不足术 .....	194
秦九韶“三斜求积”公式的来历 .....	196
质数研究古今谈 .....	197
猜想与验证 .....	200
$\sqrt{2}$ 不是有理数的三种证法 .....	206
牛顿是怎样发现有理数指数的二项定理的 .....	209
秦九韶大衍求一术中的求实数问题 .....	212
希腊人 .....	218

中国人 .....	253
韩信点兵 .....	258
函数概念的沿革 .....	260
公理化的抽象 .....	263
钱克仁自传 .....	267
编者后记 .....	276
人名索引 .....	279



数学史选讲





## 第一讲 《算经十书》

钱宝琮(1892—1974)在《校点算经十书序》<sup>①</sup>中说:“《算经十书》包括从汉初到唐末一千年中的数学名著,有着丰富多彩的内容,是了解中国古代数学必不可少的文献.在这一千年的时期里,我们的祖先发展了许多数学知识,创造了许多计算技能.有些光辉成就不仅当时在世界上是先进的,就是对现在的数学教学也还有一定的参考价值.”“要发扬古代数学的伟大成就,明了数学发展的规律,首先必须将《算经十书》重加校勘,尽可能消灭一切以讹传讹的情况.”

这里,把《算经十书》的内容做一些简要的介绍.

### 一、《周髀算经》

《周髀算经》原名《周髀》,不详作者名氏,成书于公元前100年左右.它是我国最古的天文学著作,主要阐明盖天说和四分历法.盖天说是西汉时期天文学家的一种宇宙构造学说,认为天的形状像车子的顶盖,地在盖下,日、月、五星都在这“盖”上移动,它们的明、暗都是由于离人的远近所致.四分历法是一种用闰月来调节四时季候的阴历,用三百六十五日又四分之一日为一个回归年,十九年有七个闰月,一个平均朔望月为二十九日又九百四十分之四百九十九日.

《周髀》中的数学成就,主要的有:

1. 相当繁复的分数乘除 例如,“内衡周”714 000里,1里=300步,周天 $365\frac{1}{4}$ 度,得到内衡周上1度的弧长是

$$\begin{aligned} 714\,000 \text{ 里} \div 365\frac{1}{4} &= 714\,000 \text{ 里} \times 4 \div 1\,461 \\ &= 1\,954\frac{1\,206}{1\,461} \text{ 里} \\ &= 1\,954 \text{ 里} 247\frac{933}{1\,461} \text{ 步} \end{aligned}$$

2. 计算太阳在正东西方向时离人远近,用到勾股定理 已知弦与勾求股.例如,已知天之中离周(地名)103 000里,夏至日道的半径是119 000里,问“周”地正东西方向太

<sup>①</sup> 钱宝琮《算经十书》(校点),中华书局,1963.