



半导体激光器设计理论 I

半导体激光器 速率方程理论 (下册)

郭长志 编著



科学出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

半导体激光器设计理论 I

半导体激光器 速率方程理论

(下 册)

郭长志 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

速率方程理论是从微观唯象观点,以唯象参数为工具,以粒子数守恒为依据的速率方程为分析手段的半导体激光器件物理理论,从全局上揭示半导体激光器的激射阈值相变、模式的竞争、谱系结构等静态行为和激射延迟、过冲、振荡过渡等瞬态行为,大小信号调制的方式方法及其速率、动态频谱结构、动态单模化、光模注入锁定、激光的双稳态、自脉动、分叉、混沌、量子噪声和谱线展宽,载流子在量子阱、量子线、量子点等量子低维结构中的捕获和逃逸等动力学行为及其物理机制。其任务是挖掘激光器件的潜能,发现和提出可能的器件或新性能新应用,提出优化器件现有性能等的器件设计方案。

全书论述既重基础又涉前沿,既重物理概念又重推导编程演算,适合有关专业的大学高年级学生、研究生、研究人员和教师作为教材、参考书或自修读物。

图书在版编目(CIP)数据

半导体激光器速率方程理论. 下册/郭长志编著. —北京:科学出版社, 2016.3
(半导体激光器设计理论. 第1辑)

ISBN 978-7-03-047902-0

I. ①半… II. ①郭… III. ①半导体激光器—速率—方程 IV. ①TN248.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第058348号

责任编辑:钱俊周涵/责任校对:包志虹
责任印制:肖兴/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京通州皇家印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年6月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2016年6月第一次印刷 印张:22 1/2

字数:444 000

定价:138.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

总 序

任何激光器都由三个主要部分组成：一是增益材料，二是波导光腔，三是激发机制。半导体激光器的增益材料主要是直接带隙半导体，包括高折射率的体半导体和低维半导体（量子阱、量子线、量子点），或低折射率的掺铒（Er） SiO_2 、掺铒 Si_3N_4 等；其波导光腔可由介电波导或等离子体波导构成，其激发机制可为光注入、pn 结注入或量子隧穿注入等。

1948 年提出半导体激光器的设想，1961 年在理论上肯定了在半导体中实现粒子数反转的可能性，并于 1962 年在发光二极管中偶然观测到激光发射现象之后，制成同质结激光器。从此不断为其提高工作寿命、降低阈值（首先是为了实现室温连续工作）、控制激光模式、提高出光功率、提高调制速率、提高工作温度、拓宽激光波长范围、微型化和集成化以及某些特殊用途等的目标而迅速发展。

在半导体激光器的发展过程中，理论和实验之间，或先或后、互相促进、共同得到重大发展。其中富有活力的设计理论，往往因其开创性和前瞻性，在思想上起着开路先锋的作用。半导体激光器的设计理论大体可分为：工艺理论、速率方程理论、模式理论和量子理论四个方面。

(1) 工艺理论在继承传统半导体工艺理论，例如，熔体拉晶、杂质扩散、离子注入、掩膜刻蚀、熔焊烧结等的基础上，着重发展了液相外延、分子束外延、金属有机气相沉积外延生长和自组织生长等化学热力学和晶体生长动力学的设计理论。其任务是根据半导体激光器件的结构和性能要求，设计出合理可行的制作工艺方法、条件和流程。

(2) 速率方程理论是从微观唯象观点，以唯象参数为工具，以粒子数守恒为依据的速率方程为分析手段的半导体激光器件物理理论，从全局上揭示了半导体激光器的激射阈值相变、多模之间的模式竞争、模式谱系结构等静态行为，延迟、过冲、振荡过渡等瞬态行为，调制方式方法及其速率、动态频谱结构、动态单模化、光模注入锁定、激光的双稳态、自脉动、分叉、混沌、量子噪声和谱线展宽，载流子在量子阱、量子线、量子点等低维结构中的捕获和逃逸等动力学行为及其物理机制。所涉及的有关唯象参数的数值大小则由实验估测，而其物理机制、内涵、导出和理论估算等，则由下述宏观和微观理论分别解决和提供。其任务是挖掘器件的潜能，发现和提出可能的器件或新性能、提出优化器件现有性能等的器件设计方案。

(3) 模式理论是研究激光在波导光腔中的传播规律，各种波导结构中可能存在的各种光模类型和模式结构特点，揭示激光模式结构与波导结构的内在联系，从而

发现控制波导结构和模式结构的途径。由于光在传播过程中主要突出其波动性,因而量子场论和经典场论导出基本上相同的结果,因此完全可以从麦克斯韦方程组出发进行分析。其任务是找出器件性能所需的最佳激光模式结构和设计出其合理的波导光腔结构方案。

(4) 量子理论是研究半导体激光器中体半导体、量子阱、量子线、量子点等增益介质的电子能谱结构及其电子与辐射光场的相互作用,包括光的产生、吸收、放大和散射等涉及不同能带之间、能带以内不同子带或各种晶格缺陷和杂质能级之间的光跃迁和非光跃迁、带内散射和弛豫等决定半导体激光器涉及光电性能的重要量子行为。其处理所涉及的电子系统与光子系统相互作用的理论基础或出发点,有经典理论、半经典理论、全量子理论三个层次。经典理论是将电子的运动服从牛顿力学,光波及其与电子的相互作用服从经典场论,即麦克斯韦方程组。这对众多的电子与光波之间弱相互作用的折射率现象和自发发射因子现象都可得出相当成功的理论结果。半经典理论是将电子的运动服从量子力学,但对光波采用经典场论近似,即近似服从麦克斯韦方程组。这在受激辐射和散射问题都获得非常成功,但无法直接处理自发辐射问题。全量子理论是将电子和光子的运动皆统一服从量子力学,即将电磁辐射场量子化,这样的量子场论与量子电动力学或量子电子学或光子学的差别只在一般可忽略相对论效应。至于光和非光跃迁所涉的增益介质中的电子能级则由半导体能带的量子理论得出。因此,现行的半导体激光器发光过程的理论大多是以半导体能带结构理论和半经典光跃迁的量子理论为基础。其任务是研究半导体激光材料的光增益和激光的量子效率及其光增益谱结构,如增益谱的峰值增益及其相应的峰值能量和增益谱宽与半导体能带结构的关系,以及影响增益的可能因素,提出拓宽激光波段和提高激光增益的新材料及其受到增益介质的尺寸和维数的影响。这对半导体激光器的激射阈值、激光功率、调制速率、器件结构和激光波段等都有根本性的意义。

这套《半导体激光器设计理论》丛书或系列书是作者 20 世纪六七十年代迄今的几十年间,在北京大学物理系、国内有关院校和研究所以及加拿大多伦多大学和美国亚利桑那州立大学的研究生和研究人員、部分教师 and 大学高年级本科生讲授这方面由《半导体激光器工艺理论》《半导体激光器速率方程理论》《半导体激光器激光波导模式理论》和《半导体激光器能带结构和光增益的量子理论》的四个学期研究生系列课程的自编讲义,并在教学和科研实践过程中不断修改、更新、补充的后三部分整理成相对独立但密切联系的三卷集组成。第 I 卷 (LT1)《半导体激光器速率方程理论》分三章,先在第 1 章中详细讨论半导体异质结构的注入(激发)及其电流的机制、能带图表述及其绘制,并着重探讨与新近垂直腔面发射激光器 (VCSEL) 的发展密切相关的多层同型异质结理论。同时也为速率方程理论的建立提供坚实的物理和理论背景,并打好编程计算的基础。第 2 章中建立光子和电子相

互作用所应服从的微观唯象粒子数速率方程组, 并讨论其静态解, 即电子和光子相互作用动平衡时的静态现象。第 3 章则深入探讨半导体激光器的瞬态行为、小信号和大信号简谐波调制和脉码调制的行为、自脉动忽然分岔等不稳定现象和双稳态现象、随机过程等动力学行为及其设计应用。

第 II 卷 (LT2)《半导体激光器激光波导模式理论》分上下册各分两章。上册在开始的引言中总结了光波导腔在激光形成中的作用之后, 第 1 章从经典场论和经典电子论的观点系统分析光与半导体和金属介质相互作用产生的介质光学性质及其形成的各种光波导和相应的各种模式。第 2 章深入探讨作为波导理论“基元”的突变三层平板波导腔内外模式的空间结构和频谱结构。在此基础上进而推广讨论多层平板、圆柱、圆盘和矩形直柱等突变波导及其模式结构, 并建立三层平板波导和微盘自发发射因子的经典场论。下册在第 3 章中详细分析由于注入非平衡载流子和非平面外延晶体层形成的非自建和自建缓变波导及其腔内外的模式结构。至此主要讨论的都是各种横截面直柱波导的横模 (x 方向) 和侧模 (y 方向) 的形成和控制问题。第 4 章集中系统分析光波近平行光腔层面的端面发射激光器和光波近垂直光腔层面的表面发射直柱激光器纵模 (z 方向) 的形成和控制问题。

第 III 卷 (LT3)《半导体激光器能带结构和光增益的量子理论》系统论述激光产生和控制过程的量子性质及其量子理论, 共分三章。第 1 章系统论述半导体由单电子近似算出的电子能带结构及其图谱, 即电子能量随电子波矢 k 的变化, 特别是比较成功和比较精确计算 k 空间极值点附近能带结构的 $k \cdot p$ 微扰论、处理应变对能带结构的影响的皮库斯-毕耳哈密顿量、估算异质结界面能带阶量的模型固体理论、计算量子阱中电子态和子带结构的包络函数理论和有效质量方程。第 2 章深入论述半导体中光跃迁过程的半经典理论及其费米黄金定则, 并在此基础上建立半导体及其量子阱光增益的半经典理论。第 3 章系统论述半导体带内的子带间光跃迁的半经典理论和量子光学即辐射场的全量子理论一些基本概念的概述作为本分卷的结束。

本系列课程的开设是在半导体激光器的诞生和发展的初期, 为了助力我国迎头赶上, 争取与世界同步开拓这新领域而努力开展研究和培养提高这方面的人才, 因而教学对象不只是本校学生, 而是面对各个院校开始从事这新领域的学习和研究的朝气蓬勃负有重任的人员, 他们和她们多么渴望高效迅速获得这新领域的核心知识、技能和设备。

郭长志

2014 年 11 月 16 日于北京

目 录

第 3 章 半导体激光器的动力学行为	385
概述	385
3.5 小信号振幅电调制和光调制 —— 单模情况	386
3.5.1 普遍表述	386
3.5.2 小信号调制的微分方程及其瞬态解和稳态解	400
3.5.3 小信号调制的灵敏度和多模调制行为	420
3.5.4 调幅与调频和调相的关系	452
3.6 增益抑制与量子限制对调制过程的影响	470
3.6.1 非线性光增益对调制速率的影响	473
3.6.2 量子阱激光器中载流子输运过程对调制特性的影响	497
3.7 一种超高速的新调制方式 —— 微波场加热电子小信号变温调制	528
3.7.1 半导体激光器在微波场加热电子变温调制中的增益开关效应	530
3.7.2 半导体激光器在微波场加热电子变温调制下的小信号行为	542
3.8 大信号调制	554
3.8.1 大信号调制基频共振双稳态的全面分析	556
3.8.2 大信号调制分波共振的全面分析	596
3.9 半导体激光器中的不稳定过程 —— 光腔之间的耦合及其后果	651
3.9.1 不稳定性的双区共腔模型	651
3.9.2 单腔半导体激光器的自脉动条件	660
3.9.3 双异质结构双区共腔半导体激光器的双稳态和自脉动	668
3.10 随机过程	688
3.10.1 模式光子相位的描述	688
3.10.2 噪声特性	698
索引	734

第3章 半导体激光器的动力学行为

第二部分 小信号调制的理论及其应用

概 述

本章第一部分的分析表明, 半导体激光器作为一个光电子学系统或光子学系统, 在外加电流、光流或热流等的作用下, 都会作出相应的响应 (response)。例如, 加上一定的恒定电流 (偏流), 经过一定的转变 (过渡) 时间之后, 系统就会处于相应的稳定偏置状态 (静态), 发射稳定的作为载波的激光。如果这时再加上某一波形的适当调制电流 (信号电流), 系统就会发射相应的带有信号的激光, 这激光总是由瞬态过渡波形和稳态信号波形两部分的叠加组成。经过短暂的瞬态过渡时间之后, 瞬态过渡波形部分将消逝, 而留下稳态信号波形部分继续传播 (3.5.2 节)。傅里叶分析表明, 在模拟调制中的信号是由一定振幅分布的谐频谐波或分频分量叠加而成的波形, 在脉冲调制中的信号是由一定排列顺序的 0/1 脉码, 或有一定高低分布的一系列脉冲接续组成的波形。影响信号传播质量的除了传播介质的损耗之外是其波形畸变。在模拟信号中波形畸变将造成图像变形, 在脉码信号中波形畸变将造成误码。产生波形畸变的机制可大致分为瞬态畸变机制和稳态畸变机制两大类。瞬态畸变机制如各种响应在瞬态过程中的延迟、过冲、张弛振荡造成的图形效应, 自脉动、分岔和双稳态等不稳定性, 随机抖动、噪声, 响应带宽等。稳态畸变机制如输出光功率随电流变化关系 (特性曲线) 的非线性、峰值增益随载流子浓度变化关系的非线性等。低速大信号主要涉及稳态畸变机制, 高速小信号主要涉及瞬态畸变机制, 高速大信号则两者都将涉及。

半导体激光器调制过程的理论分析主要是求解在一定输入波形的电流、光流等作用下, 半导体激光器速率方程组的解。速率方程组虽然在延迟、过冲等分析中获得解析解 (3.1-3.2 节), 一般是难以获得解析解, 但总可获得数值解的。例如, 脉码大脉冲信号调制几乎只能获得数值解 (3.1.3 节)。低速大模拟信号调制虽然很复杂, 仍能够获得解析解 (3.8 节), 而由于对一定偏置的光电子学或光子学系统在外加小信号调制的微扰下, 在理论上总可化为一个比较容易作解析处理的线性系统。而且从中还能够获得光电子学系统或光子学系统的一系列本征动态特性和本征动态参数 (3.5-3.7 节)。光电子学系统和光子学系统在调制过程中还有一些比纯电子学系统更为复杂的特性, 例如, 半导体激光器的调幅、调频和调相, 这三种调制方

式不是互相独立而是互相联系的。例如, 半导体激光器的直接调制常用电流或光流中粒子数的调制, 即强度调制或振幅调制 (调幅), 这将同时使激光介质的折射率受到调制, 从而使激光的频率和相角都受到调制 (调频和调相), 产生激光啁啾 (laser chirp) 等不利的副作用 (3.5.4 节)。

远程控制通信往往涉及噪声量级的高速微弱信号的处理, 从而推动了小信号调制理论的迅速发展和在半导体激光器中的成功应用^[12,1], 并在极限带宽的研究上有新的进展。例如, 不对电流中的电子数, 而是保持电子数不变, 调制其动能, 使电子的温度受到调制, 则其激光调制信号的极限带宽可能拓宽到几百 GHz, 远高于目前能够达到的任何最高水平 (3.7 节)。

3.5 小信号振幅电调制和光调制 —— 单模情况

3.5.1 普遍表述

对于单模情况, 电子和光子的速率方程组, 峰值增益以及辐射和非辐射复合寿命分别为

$$\frac{dn}{dt} = C_j - \frac{n}{\tau_{sp}} - v_g g(n) s, C_j = \frac{\eta_i j}{q_e d_a} = \frac{\eta_i I}{q_e V_a}, C_{j,th} = \frac{\eta_i j_{th}}{q_e d_a} = \frac{\eta_i I_{th}}{q_e V_a}, J = \frac{C_j}{C_{th}} = \frac{j}{j_{th}} \quad (3.5-1a)$$

$$\frac{ds}{dt} = \left(\Gamma v_g g(n) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) s + \Gamma \gamma' \frac{n}{\tau_{sp}} + F, F = \frac{f_p}{L_a} = \frac{W_a d_a f_p}{W_a d_a L_a} = \frac{F_p}{V_a}, \gamma' = \gamma \frac{\tau_{sp}}{\tau_{spr}} \quad (3.5-1b)$$

$$g(n) = a(n - n_e), \quad \frac{1}{\tau_{sp}} = \frac{1}{\tau_{spr}} + \frac{1}{\tau_{spn}} \quad (3.5-1c)$$

在小信号调幅中, 注入电流密度和光流可以分为偏流 j_0, F_0 和小信号 $j_1(t), F_1(t)$ 两个部分:

$$j = j_0 + j_1(t), \quad J = J_0 + J_1(t), \quad C_j = C_{j0} + C_{j1}(t)$$

$$F = F_0 + F_1(t), \quad n = n_0 + n_1(t), \quad s = s_0 + s_1(t) \quad (3.5-1d)$$

$$j_1(t) \ll j_0, J_1(t) \ll J_0, C_{j1}(t) \ll C_{j0}, F_1(t) \ll F_0, n_1(t) \ll n_0, s_1(t) \ll s_0 \quad (3.5-1e)$$

在这种情况下, 同时有电流注入和光模注入的静态和动态单模速率方程组 (3.5-1a,b) 化为

$$0 = C_{j0} - \frac{n_0}{\tau_{sp}} - v_g a(n_0 - n_e) s_0, \quad 0 = \left(\Gamma v_g a(n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) s_0 + \Gamma \gamma' \frac{n_0}{\tau_{sp}} + F_0 \quad (3.5-1f)$$

$$\frac{dn}{dt} = \dot{n}_1 = C_{j0} + C_{j1} - \frac{n_0 + n_1}{\tau_{sp}} - v_g a[(n_0 + n_1) - n_e](s_0 + s_1)$$

$$\begin{aligned}
& \approx C_{j1} - \frac{n_1}{\tau_{sp}} - v_g a (n_0 - n_e) s_1 - v_g a s_0 n_1 \\
& = C_{j1} - \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) n_1 - v_g a (n_0 - n_e) s_1 \quad (3.5-1g) \\
\frac{ds}{dt} = \dot{s} & = F_0 + F_1 + \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) (s_0 + s_1) \\
& \quad + \Gamma \gamma' \frac{n_0 + n_1}{\tau_{sp}} + \Gamma v_g a n_1 (s_0 + s_1) \\
& \approx F_1 + \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] s_1 + \Gamma \gamma' \frac{n_1}{\tau_{sp}} + \Gamma v_g a s_0 n_1 \\
& = F_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) n_1 + \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] s_1 \quad (3.5-1h)
\end{aligned}$$

将式 (3.5-1h) 对 t 微分并消去 $\dot{n}_1, n_1$:

$$\begin{aligned}
\ddot{s}_1 & = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) \dot{n}_1 + \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \dot{s}_1 \\
& = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) \left[C_{j1} - \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) n_1 - v_g a (n_0 - n_e) s_1 \right] \\
& \quad + \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \dot{s}_1 = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) C_{j1} \\
& \quad - \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) n_1 - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) s_1 \\
& \quad + \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \dot{s}_1 \\
& = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) C_{j1} - \left\{ \dot{s}_1 - F_1 - \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] s_1 \right\} \\
& \quad \times \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) s_1 \\
& \quad + \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \dot{s}_1 \\
& = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) C_{j1} + \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) F_1 \\
& \quad - \left[\left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \right] \dot{s}_1 \\
& \quad - \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) \right. \\
& \quad \left. + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \right] s_1 \quad (3.5-1i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{s}_1 + \left[\left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \right] \dot{s}_1 \\
& + \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \right] s_1 \\
& \equiv \ddot{s}_1 + R_s \dot{s}_1 + \omega_s^2 s_1 = \dot{F}_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) C_{j1} \\
& + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{F_1}{\Gamma} \equiv \dot{F}_1 + A_s C_{j1} + B_s \frac{F_1}{\Gamma} \quad (3.5-1j)
\end{aligned}$$

同样, 由式 (3.5-1g):

$$\begin{aligned}
\ddot{n}_1 &= \dot{C}_{j1} - \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \dot{n}_1 - v_g a (n_0 - n_e) \dot{s}_1 \\
&= \dot{C}_{j1} - \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \dot{n}_1 \\
&\quad - v_g a (n_0 - n_e) \left\{ F_1 + \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) n_1 + \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] s_1 \right\} \\
&= \dot{C}_{j1} - \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \dot{n}_1 - v_g a (n_0 - n_e) F_1 - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) n_1 \\
&\quad + \left[\dot{n}_1 - C_{j1} + \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) n_1 \right] \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] \\
&= \dot{C}_{j1} - \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] C_{j1} - v_g a (n_0 - n_e) F_1 \\
&\quad - \left[\left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) - \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \right] \dot{n}_1 \\
&\quad - \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) - \left(\Gamma v_g a (n_0 - n_e) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \right] n_1 \quad (3.5-1k)
\end{aligned}$$

整理成

$$\begin{aligned}
& \ddot{n}_1 + \left[\left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \right] \dot{n}_1 \\
& + \left[\Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \right] n_1 \\
& \equiv \ddot{n}_1 + R_n \dot{n}_1 + \omega_n^2 n_1 \\
& = \dot{C}_{j1} + \left[\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right] C_{j1} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \frac{F_1}{\Gamma} \\
& \equiv \dot{C}_{j1} + A_n C_{j1} + B_n \frac{F_1}{\Gamma} \quad (3.5-1l)
\end{aligned}$$

得半导体激光器在小信号调制下的基本微分方程(3.5-11,j) 为

$$\ddot{n}_1 + R_n \dot{n}_1 + \omega_n^2 n_1 = \dot{C}_{j1} + A_n C_{j1} + B_n \frac{F_1}{\Gamma}, \quad \ddot{s}_1 + R_s \dot{s}_1 + \omega_s^2 s_1 = \dot{F}_1 + A_s C_{j1} + B_s \frac{F_1}{\Gamma} \quad (3.5-1m,n)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_n^2 = \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \\ \quad \times \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) = \omega_s^2 \equiv \omega_o^2 \\ R_n = \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) = R_s \equiv R_o \\ A_n = \frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \\ B_n = -\Gamma v_g a (n_0 - n_e), \quad A_s = \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{sp}} \right), \quad B_s = \Gamma \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \\ C_{j1} = \frac{\eta_i j_1}{q_e d_a}, \quad F_1 = \frac{F_{p1}}{V_a} \end{array} \right. \quad (3.5-1o)$$

用 $n_c, C'_{th} = j'_{th}/q_e d_a = n_c/\tau_{sp}$ 和 $s'_{2th} = \Gamma n_c \tau_{ph}/\tau_{sp} = \Gamma \tau_{ph} C'_{th}$ 进行归一化:

$$\begin{aligned} N_{1,e} &\equiv \frac{n_{1,e}}{n_c}, S_1 \equiv \frac{s_1}{s'_{2th}}, \bar{C}_1 \equiv \frac{C_1}{C'_{th}} = \frac{j_0}{j'_{th}}, \bar{F}_1 \equiv \frac{F_1}{C'_{th}}, \bar{C}'_1 \equiv \bar{C}_1 + \frac{\bar{F}_1}{\Gamma}, \\ \bar{A}_n &\equiv \frac{A_n}{\tau_{sp}}, \bar{B}_n \equiv \frac{B_n}{\tau_{sp}}, \bar{A}_s \equiv \frac{A_s}{\Gamma \tau_{ph}}, \bar{B}_s \equiv \frac{B_s}{\Gamma \tau_{ph}} \end{aligned} \quad (3.5-1p)$$

则自发发射因子较小时, 式 (3.5-1m,n) 可化为如下形式的归一化的基本微分方程:

$$\begin{aligned} \ddot{N}_1 + R_o \dot{N}_1 + \omega_o^2 N_1 &= \frac{\dot{\bar{C}}_1}{\tau_{sp}} + \bar{A}_n \bar{C}_1 + \bar{B}_n \frac{\bar{F}_1}{\Gamma}, \\ \ddot{S}_1 + R_o \dot{S}_1 + \omega_o^2 S_1 &= \frac{1}{\tau_{ph}} \frac{\dot{\bar{F}}_1}{\Gamma} + \bar{A}_s \bar{C}_1 + \bar{B}_s \frac{\bar{F}_1}{\Gamma} \end{aligned} \quad (3.5-1q,r)$$

这些常系数二阶微分方程表明:

(1) 电子和光子的归一化微分方程在形式上相似, 其齐次方程的系数完全相同;

(2) 根据常系数二阶微分方程解的性质, 半导体激光器在电流或单模光流调制下的行为是短时间的瞬态过程和长时间的稳态过程的叠加;

(3) 调制过程及其特性是由调制变量 C_1, F_1 , 系统的瞬态参数 ω_o, R_o 和稳态调制参数 $A_{n,s}, B_{n,s}$ 确定的;

(4) 不同的调制变量反映不同的调制方式和不同的调制机制, 通过对这些基本参数的分析可以得出其不同的调制效果或调制特性及其物理本质。

1. 本征频率 $f_o = \omega_o/2\pi[\text{s}^{-1}]$

在小信号的电流和光流调制下, 电子和光子的本征频率完全相同, 皆为

$$\omega_n^2 = \omega_s^2 = \omega_o^2 \equiv \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \left(v_g a s_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{\text{sp}}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{\text{ph}}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} \right), [\text{s}^{-2}] \quad (3.5-2a)$$

$$\begin{aligned} &= \Gamma v_g n_c a (N_0 - N_e) \left(\frac{\Gamma v_g n_c a \tau_{\text{ph}}}{\tau_{\text{sp}}} S_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{\text{sp}}} \right) \\ &\quad + (\Gamma v_g n_c a (1 - N_e) - \Gamma v_g n_c a (N_0 - N_e)) \left(\frac{\Gamma v_g n_c a \tau_{\text{ph}}}{\tau_{\text{sp}}} S_0 + \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} \right) \\ &= \frac{(N_0 - N_e)}{\tau'_{\text{ph}}} \left(\frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} S_0 + \frac{\gamma'}{\tau_{\text{sp}}} \right) + \frac{1}{\tau'_{\text{ph}}} [(1 - N_e) - (N_0 - N_e)] \left(\frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} S_0 + \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} \right) \\ &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} \left[(N_0 - N_e) \left(\frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau'_{\text{ph}}} S_0 + \gamma' \right) + (1 - N_0) \left(\frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau'_{\text{ph}}} S_0 + 1 \right) \right] \\ &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} \left[(N_0 - N_e + 1 - N_0) \frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau'_{\text{ph}}} S_0 + (N_0 - N_e) \gamma' + (1 - N_0) \right] \\ &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} \left[(1 - N_e) \frac{\tau_{\text{ph}}}{\tau'_{\text{ph}}} S_0 - (1 - \gamma') N_0 + 1 - \gamma' N_e \right] \\ &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} [S_0 - (1 - \gamma') N_0 + 1 - \gamma' N_e] \quad (3.5-2b) \\ &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} \left\{ \frac{1}{2} \left[(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left[(\bar{C}'_0 + 1 - \gamma' N_e) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right] + 1 - \gamma' N_e \right\} \\ \omega_o^2 &= \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} \left[\sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right], \bar{C}'_1 \equiv \bar{C}_1 + \frac{\bar{F}_1}{\Gamma} \end{aligned} \quad (3.5-2c)$$

当

$$j_0 = F_0 = n_0 = s_0 = 0 \rightarrow \omega_{o,0}^2 = (1 - \gamma') \frac{\Gamma v_g a n_e}{\tau_{\text{sp}}} + \frac{1}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} = \frac{1 - \gamma' N_e}{\tau_{\text{sp}} \tau'_{\text{ph}}} > 0 \quad (3.5-2c')$$

表明本征频率是系统的一个本征参数,即使无任何注入时仍存在,注入只对其有一定影响。

1) 纯电流调制

$$\bar{F}_0 = 0, \bar{C}'_0 = \bar{C}_0 = J_0, \omega_o^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} \left[\sqrt{(J_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e)\gamma' J_0} \right] \quad (3.5-2d)$$

其不归一化的表述为

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}(1 - n_e/n_c)} \left[\sqrt{\left(\frac{j_0\tau_{sp}}{n_c q_e d_a} - 1 + \gamma' \frac{n_e}{n_c} \right)^2 + 4 \left(1 - \frac{n_e}{n_c} \right) \gamma' \frac{j_0\tau_{sp}}{n_c q_e d_a}} \right] \quad (3.5-2e)$$

其普遍归一化表述为

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}(1 - n_e/n_c)} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{(1 - \gamma') j_0\tau_{sp}}{(1 - \gamma') n_c q_e d_a} - 1 + \gamma' \frac{n_e}{n_c} \right)^2 + 4 \left(1 - \frac{n_e}{n_c} \right) \gamma' \frac{(1 - \gamma') j_0\tau_{sp}}{(1 - \gamma') n_c q_e d_a}} \right] \rightarrow$$

即适于任何 γ' 的归一化为

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}(1 - N_e)} \left[\sqrt{[(1 - \gamma') J_0 - 1 + \gamma' N_e]^2 + 4(1 - N_e)(1 - \gamma')\gamma' J_0} \right], J_0 = \frac{j_0}{j_{th}} \quad (3.5-2f)$$

当注入电流超过阈值时, $J_0 \geq 1$, 如忽略 γ' , 则式 (3.5-2d) 将近似为

$$\begin{aligned} \omega_o^2 &\approx \frac{J_0 - 1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}(1 - N_e)} \left(\frac{j_0}{j'_{th}} - 1 \right) = \frac{\Gamma v_g g(n_c)}{\tau_{sp}(1 - N_e)} \left(\frac{j_0}{j'_{th}} - 1 \right) \\ &= \frac{\Gamma v_g a}{q_e d_a} (j_0 - j'_{th}) = v_g a \Gamma v_g g(n_0) s_0 \approx \frac{v_g a s_0}{\tau_{ph}} \end{aligned} \quad (3.5-2g)$$

表明纯电流调制的本征频率平方 ω_o^2 约与超阈值电流成正比, 与载流子寿命和光子寿命成反比。或者说也可以说约与微分增益和光子密度成正比, 与光子寿命成反比。同时也表明增大自发发射因子 γ' 和透明载流子浓度 N_e 都有提高本征频率的作用。本征频率 ω_o 是决定调制速率或调制频带宽度的一个重要参数。

图 3.5-1A(a) 是半导体激光器在 $\Gamma = 0.6$ 和不同的 γ' 时, 在电流注入下, 光子和载流子的本征频率平方 ω_o^2 , 可见: 其行为和自发发射因子的影响在阈值以下和以上有明显的不同。在阈值以下, 电流很小时, ω_o^2 随注入电流的增加而减小, 也随 γ' 增加而减小, 但电流较大时则相反, ω_o^2 随 γ' 增加而增加, 也随注入电流的增

加而从减小逐渐变为增加,直到在阈值以上就更明显,这时 ω_o^2 随注入电流的增加作线性增加。

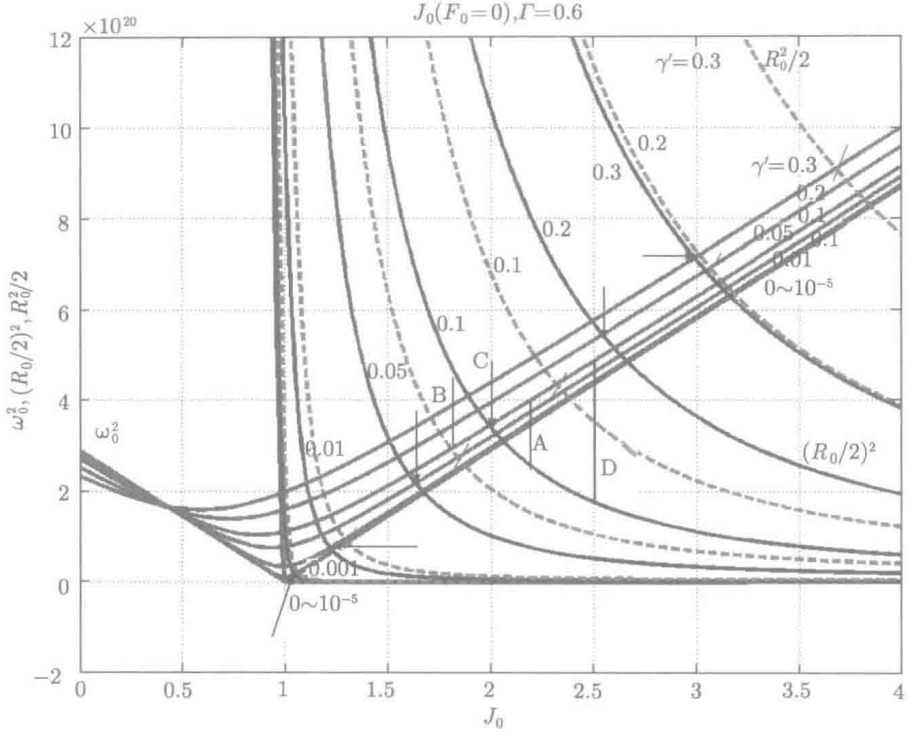


图 3.5-1A(a) γ' 不同的半导体激光器中光子和载流子的本征频率随电流的变化

2) 纯光流调制

$$\bar{C}_0 = J_0 = 0, \bar{C}'_0 = \bar{F}_0 / \Gamma :$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} \left[\sqrt{\left(\frac{\bar{F}_0}{\Gamma} - 1 + \gamma' N_e \right)^2 + 4(1 - N_e) \frac{\bar{F}_0}{\Gamma}} \right] \quad (3.5-2h)$$

如忽略 γ' , 将近似为 $\omega_o^2 \approx \frac{1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} \left[\sqrt{\left(\frac{\bar{F}_0}{\Gamma} + 1 \right)^2 - N_e \frac{\bar{F}_0}{\Gamma}} \right]$, 当 $\frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \geq 1$ 时, 将进一步近似为

$$\omega_o^2 \approx \frac{1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} \left(\frac{\bar{F}_0}{\Gamma} + 1 \right) = \frac{1}{\tau_{sp}\tau_{ph}(1 - N_e)} \left(\frac{F_0}{\Gamma C'_{th}} + 1 \right) \quad (3.5-2i)$$

$$= \frac{\Gamma v_g a (n_c - n_e)}{\tau_{sp}(1 - N_e) \Gamma n_c / \tau_{sp}} (F_0 + \Gamma C'_{th}) = v_g a \left(F_0 + \frac{\Gamma n_c}{\tau_{sp}} \right) = v_g a F_0 + \frac{1}{\tau_{sp}\tau'_{ph}} \quad (3.5-2j)$$

表明纯光流调制的本征频率平方 ω_o^2 约与光流成正比, 与载流子寿命和光子寿命的乘积成反比。同时也与微分增益成正比。

图 3.5-1A(b) 是半导体激光器在 $\Gamma = 0.6$ 和不同的 γ' 时, 在光模注入下, 光子和载流子的本征频率 ω_o^2 , 可见, 注入光模较大时, ω_o^2 随注入光模的增加而增加, 而且受自发发射因子的影响比较小。

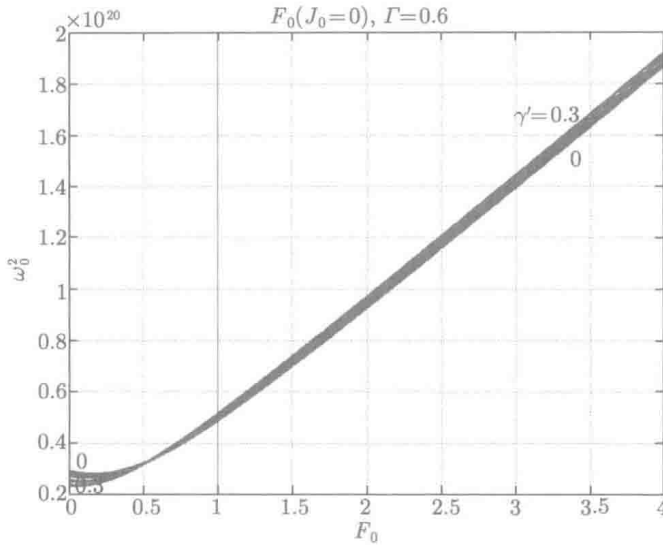


图 3.5-1A(b) γ' 不同的半导体激光器中光子和载流子本征频率随光流的变化

2. 张弛振荡的阻尼系数 $R_o \equiv 2/\tau_o$ [s⁻¹]

电子和光子小信号调制的张弛振荡阻尼系数也完全相同:

$$R_n = R_s = R_o \equiv \left(v_g a s_0 + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) + \left(\frac{1}{\tau_{ph}} - \Gamma v_g a (n_0 - n_e) \right) \quad (3.5-2k)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\tau_{sp}} \left(\frac{\tau_{ph}}{\tau'_{ph}} S_0 + 1 \right) + \left(\frac{1 - N_0}{\tau'_{ph}} \right) = \frac{1}{\tau_{sp}} \left(\frac{S_0}{1 - N_e} + 1 \right) + \left(\frac{1 - N_0}{\tau_{ph} (1 - N_e)} \right) \\ &= \frac{S_0 + (1 - N_e)}{\tau_{sp} (1 - N_e)} + \frac{1 - N_0}{\tau_{ph} (1 - N_e)} \equiv R_{o1} + R_{o2} \end{aligned} \quad (3.5-2l)$$

表明阻尼系数 R_o 也与偏置点 $(J_0, \bar{F}_0/\Gamma)$ 有关, 而且可分为 R_{o1} 和 R_{o2} 两个部分, 由式 (2.3-3b,i):

$$R_{o1} \equiv \frac{S_0 + (1 - N_e)}{\tau_{sp} (1 - N_e)} = \frac{1}{2\tau_{sp} (1 - N_e)}$$

$$\cdot \left[(\bar{C}'_0 + 1 + \gamma' N_e - 2N_e) + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right] \quad (3.5-2m)$$

$$\begin{aligned} R_{o2} &\equiv \frac{1 - N_0}{\tau_{ph}(1 - N_e)} = \frac{-1}{2(1 - \gamma') \tau_{ph}(1 - N_e)} \\ &\cdot \left\{ (\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') - \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right\} \\ &= -\frac{1}{2(1 - \gamma') \tau_{ph}(1 - N_e)} \frac{(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma')^2 - \left((\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right) \right)}{(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)}} \\ &= -\frac{(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e)^2 + 4\gamma'(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e) + 4\gamma'^2 - (\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 - 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)}{[2(1 - \gamma') \tau_{ph}(1 - N_e)] \left[(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right]} \\ &= -\frac{-4\gamma' N_e (\bar{C}'_0 - 1) + 4\gamma' (\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e) + 4\gamma'^2 - 4(1 - N_e) \gamma' \bar{C}'_0 - 4(1 - N_e) (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma}}{[2(1 - \gamma') \tau_{ph}(1 - N_e)] \left[(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right]} \\ &= \frac{4(1 - \gamma') (1 - N_e) \gamma' + 4(1 - N_e) (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma}}{[2(1 - \gamma') \tau_{ph}(1 - N_e)] \left[(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right]} \\ &= \frac{2 \left(\gamma' + \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)}{\tau_{ph} \left[(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right]} \quad (3.5-2n) \end{aligned}$$

可见, 自发发射因子 γ' 和透明载流子浓度 N_e 都有增加 R_o 的作用。结合式 (3.5-2m,n) 得

$$\begin{aligned} R_o &= \frac{1}{2\tau_{sp}(1 - N_e)} \left[(\bar{C}'_0 + 1 + \gamma' N_e - 2N_e) \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right] \\ &\quad + \frac{2 \left(\gamma' + \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)}{\tau_{ph} \left[(\bar{C}'_0 - 1 - \gamma' N_e + 2\gamma') + \sqrt{(\bar{C}'_0 - 1 + \gamma' N_e)^2 + 4(1 - N_e) \left(\gamma' \bar{C}'_0 + (1 - \gamma') \frac{\bar{F}_0}{\Gamma} \right)} \right]} \quad (3.5-2o) \end{aligned}$$