



# 代数

## 王国奇闻录

——少年代数学家

李毓佩\著

山东教育出版社





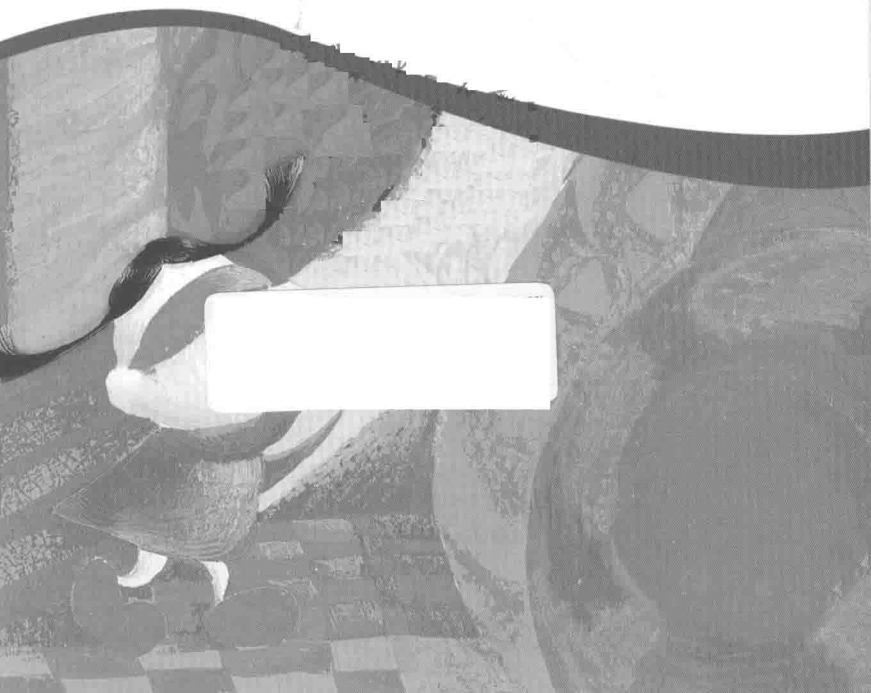
# 代数

## 王国奇闻录

——少年代数学家

李毓佩 著

山东教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

代数王国奇闻录:少年代数学家/李毓佩著. —济南:  
山东教育出版社, 2015

(少年科学家丛书)

ISBN 978-7-5328-9122-1

I. ①代... II. ①李... III. ①代数—少年读物  
IV. ①015—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 236536 号

少年科学家丛书

代数王国奇闻录——少年代数学家

李毓佩 著

---

主 管: 山东出版传媒股份有限公司  
出 版 者: 山东教育出版社  
(济南市纬一路 321 号 邮编: 250001)  
电 话: (0531)82092664 传真: (0531)82092625  
网 址: www.sjs.com.cn  
发 行 者: 山东教育出版社  
印 刷: 济南继东彩艺印刷有限公司  
版 次: 2016 年 4 月第 1 版第 1 次印刷  
规 格: 787mm×1092mm 32 开本  
印 张: 6.875 印张  
字 数: 116 千字  
书 号: ISBN 978-7-5328-9122-1  
定 价: 19.00 元

---

(如印装质量有问题, 请与印刷厂联系调换)

电话: 0531-87160055

## 目 录

- 1 波斯国王出的难题  
——从算术到代数的故事 (1) ..... 1
- 2 玩数学把戏的人  
——从算术到代数的故事 (2) ..... 9
- 3 悬崖脱险  
——正负数的故事 ..... 18
- 4 古怪的方程  
——一元一次方程的故事 (1) ..... 24
- 5 抢占山头  
——一次方程组的故事 (1) ..... 33
- 6 群起而攻之  
——一次方程组的故事 (2) ..... 39
- 7 打开武器库  
——因式分解的故事 (1) ..... 47
- 8 小八智斗大胡子  
——因式分解的故事 (2) ..... 53
- 9 智擒盗窃犯  
——因式分解和一次方程组的故事 ..... 59



- 10 陌生的亲戚  
——乘方和幂的故事 ..... 66
- 11 龙宫盗宝  
——一元一次方程的故事 (2) ..... 73
- 12 小胡子将军失踪了  
——一元一次方程系列侦破故事 (1) ..... 80
- 13 谁是“外”  
——一元一次方程系列侦破故事 (2) ..... 88
- 14 秃头抢劫犯  
——一元一次方程系列侦破故事 (3) ..... 94
- 15 四个大汉在争吵  
——一元一次不等式的故事 ..... 100
- 16 丞相买鸡  
——不定方程的故事 ..... 105
- 17 聪明的大法官  
——一次方程组的故事 (2) ..... 111
- 18 路经纠纷村  
——一次方程组和代数式的故事 ..... 119
- 19 野生动物园遇险  
——整式乘法的故事 (1) ..... 128
- 20 在河马肚子里  
——整式乘法的故事 (2) ..... 134
- 21 上了小瘦猴的当了  
——整式乘法的故事 (3) ..... 140



## 1

## 波斯国王出的难题

——从算术到代数的故事（1）

古代波斯有个国王，他认为自己是世界上最聪明的人。

有一天，波斯国王出了一个告示，宣布半个月以后他将在王宫里出一道难题，谁要能准确地回答出来，就重重地奖赏他。

出题的日子到了，王宫里聚集了文武百官，还有许多观众，十分热闹。国王命令侍从取来3只大金碗，金碗上盖有镶嵌宝石的金盖子。波斯国王向王宫里的人扫了一眼，然后说出他的难题：

“我的3只金碗里放着数目不同的珍珠。我把第1只碗里珍珠的一半给我的大儿子，第2只碗里珍珠的 $\frac{1}{3}$ 给我的二儿子，第3只碗里珍珠的 $\frac{1}{4}$ 给我的小儿子。然后，再把第1只碗里的4颗珍珠给我的大女儿，第2只碗里的6颗珍珠给我的二女儿，第3只碗里的2颗珍珠给我



的小女儿。

这样分完之后，第1只碗里剩下38颗珍珠，第2只碗里剩下12颗珍珠，第3只碗里剩下19颗珍珠。你们谁能回答，这3只金碗里原来各有多少颗珍珠？”

听完波斯国王所说的题目后，文武百官你看看我，我看看你，谁也没做声。



突然，从人群中走出3个外国人。其中一个矮个子、留着小胡子的人向波斯国王深深鞠了一个躬，说道：“尊敬的国王，请让我第一个回答您的问题吧！您的第1只碗里最后剩下38颗珍珠，加上您给大女儿的4颗，一共是42颗，而这42颗只是这只碗里原来珍珠的一半，因为您把另一半给了您的大儿子。这样第1只碗中应该有84颗珍珠。”听到这里，波斯国王点了点头。



这个外国人接着说：“您的第2只碗里最后剩下12颗珍珠，加上给您二女儿的6颗，共计18颗。这18颗珍珠只是这只碗里原来珍珠的 $\frac{2}{3}$ ，因为有 $\frac{1}{3}$ 您给了二儿子。所以，第2只碗里原来有27颗珍珠。”

“第3只碗里最后剩19颗珍珠，加上您小女儿拿去的2颗，就是21颗。这21颗只是这只碗里原来珍珠的 $\frac{3}{4}$ ，这样第3只金碗里原有28颗珍珠。”

波斯国王听了满意地说：“聪明人，你说对了。”

这位矮个子外国人说：“尊敬的波斯国王，算术帮助我回答了您的问题，算术是一门有关数的特征和计算法则的科学。”

这时，第2个外国人往前站了两步。此人中等身材，留着山羊胡，他说：“高贵的国王，我用方程来算您出的题，要简单得多。

“我用 $x$ 来代表您第1只金碗里珍珠的数目。

“您给大儿子一半，就是 $\frac{x}{2}$ ，又给大女儿4颗，最后剩下38颗，则列出以下方程：

$$x - \frac{x}{2} - 4 = 38,$$

移项，得

$$x - \frac{x}{2} = 38 + 4,$$





$$\frac{x}{2}=42,$$

$$x=84.$$

“说明第1只金碗里有84颗珍珠。”

“再算第2只金碗里珍珠的数目。设这个数目为 $x$ 。”

从中减去给您二儿子的 $\frac{x}{3}$ ，再减去给您二女儿的6颗，剩下12颗，则列出方程为：

$$x - \frac{x}{3} - 6 = 12,$$

$$\frac{2}{3}x = 18,$$

$$x = 27.$$

“第2只碗里有27颗珍珠。”

“用同样的方法可以算出第3只金碗里珍珠的数目：

$$x - \frac{x}{4} - 2 = 19,$$

$$x = 28.$$

“第3只金碗里有28颗珍珠。”

波斯国王高兴地说：“你用方程来解，很简单，算法很高明。”

轮到第3个外国人了，这人长得又高又大，留着大胡子，他一声不响地从口袋里掏出一张纸，在纸上写了一个算式，递给了国王。



波斯国王看到纸上写着：

$$x - ax - b = c,$$

$$x = \frac{b+c}{1-a}.$$

国王非常生气地问：“你写的是什么！我一点儿也不懂。你为什么只有 1 个答案？你难道不知道我有 3 只金碗吗？”

这个高个子外国人说：“3 个答案都包括在我这个算式中。这个算式中的  $x$  代表碗里的珍珠数， $a$  代表您给儿子的珍珠数占碗里珍珠数的几分之几， $b$  代表给您女儿的珍珠数， $c$  代表剩下的珍珠数。”

如果不相信，可以将具体数字代入，看看是否正确。国王陛下，我的算法充分体现了代数的特点，是最简单、最明确的算法。利用我的算法，即使您有 100 只金碗，100 个儿子，100 个女儿，也同样可以算出每只碗里的珍珠数来。”

波斯国王听完，亲自代入数字进行计算：

用  $x$  代表第 1 只碗里珍珠的数目，因给大儿子一半， $a$  应该是  $\frac{1}{2}$ ； $b$  代表给大女儿的珍珠数目，应该是 4； $c$  代表剩下的珍珠数 38。

$$\text{代入算式 } x = \frac{b+c}{1-a},$$



$$\text{得 } x = \frac{4+38}{1-\frac{1}{2}},$$

$$x=84.$$

波斯国王点点头说：“对，是84颗。”接着，国王又把  $a=\frac{1}{3}$ ， $b=6$ ， $c=12$  代入公式，得

$$x = \frac{6+12}{1-\frac{1}{3}},$$

$$x=27.$$

波斯国王又算出第3只金碗中珍珠的数目，也完全正确。

波斯国王给3个外国人都发了奖，其中第3个外国人奖赏最多，其次是第2个外国人，用算术方法解算的外国人得的奖赏最少。

波斯国王笑着说：“我这是按解算方法好不好来发奖的，你们不会有意见吧？”



### 小故事

#### 将军考副将

古时候，有一位将军，英勇善战，足智多谋。由于他久经沙场，年迈体衰，自觉力不从心了，便决定从两员副将中选择一个承袭将印。



老将军知道，作为统军大将光凭勇敢是不够的，必须有智慧，精于计算。有一天，他把两位副将叫到河边，对他们说：“我家祖传宝剑藏在家中的卧室里。我家紧靠河的下游，乘船可直接抵达；骑马可沿河边大道前进，但还有 $\frac{1}{3}$ 的路程必须下马步行。骑马的速度是乘船的3倍，步行的速度是船速的 $\frac{2}{5}$ 。这儿有一条船和一匹马，你们两人各自选择，看谁先到达我家摘取宝剑。”

白脸副将低头不语，心中计算一番，然后向老将军一抱拳说：“将军，末将愿乘船前往。”老将军点头同意。

红脸副将高兴地想：他真是个傻瓜，谁不知道骑马快呀！他也向老将军一抱拳说：“末将愿骑马！”

两员副将，一个骑马，一个驾船，同时出发。老将军“嘿嘿”一笑说：“胜负已定了。”其他军官不明真情，向老将军讨教。

老将军给他们讲了以下的道理：

两员副将所走的路程相等，设路程为 $s$ 。又设乘船去所用时间为 $t$ ，船的速度为 $v$ 。

这样，白脸副将所用时间 $t = \frac{s}{v}$ ；

红脸副将骑马走了全路程的 $\frac{2}{3}$ ，即 $\frac{2}{3}s$ ，速度为 $3v$ ，

骑马所用的时间是 $\frac{2}{3}s \div 3v = \frac{2s}{9v} = \frac{2}{9}t$ ；步行的路程为



$\frac{1}{3}s$ ，速度为  $\frac{2}{5}v$ ，所用时间为  $\frac{1}{3}s \div \frac{2}{5}v = \frac{5s}{6v} = \frac{5}{6}t$ 。红脸

副将跑完全程所用时间是  $\frac{5}{6}t + \frac{2}{9}t = \frac{19}{18}t$ 。

因为  $\frac{19}{18}t > t$ ，所以，必然是白脸将军先到达。

果然不出老将军所料，过了一会儿，白脸将军驾着船最先赶了回来，把宝剑交给老将军。老将军任命白脸将军为他的接班人。



## 2

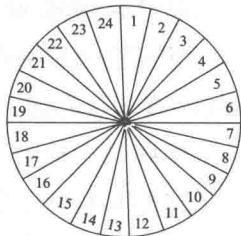
## 玩数学把戏的人

## ——从算术到代数的故事 (2)

小毅放学回家，看见胡同里围着一大群人，还不时发出哄笑声。

小毅非常好奇，挤进人群要看个究竟。只见地上蹲着一个年轻人，留着一头长发，穿着牛仔服，嘴里叼着过滤嘴烟，口中不停地喊着：“发财啦！发财啦！花1元钱就可以得到价值几百元的外国收录机，进口半导体收音机。机不可失，时不再来呀！”

这个年轻人面前摆着一个用木板制成的大圆盘，圆盘中心用钉子固定一根可以转动的指针。大圆盘分成24个相等的格，格内顺序填上从1到24的数字。在所有单数格内分别摆着1块糖、1张小画片等不值钱的小玩意儿；在所有双数格内摆着小收录机、半导体收音机等比较值钱的东西。





一个人问：“怎么个玩法呀？”

长发青年介绍说：“玩法很简单：把指针先拨到1，然后您用力按顺时针方向拨动指针，指针就开始旋转，最后停在某个格内。可是，您慢动手，这个格的东西并不归您！”

“哪个格中的东西归我啊？”

“您别着急。”长发青年说，“要从这个格子开始，顺时针方向再数与这个格子数相同的那么多格子，这最后的格子里的东西归您。”

一个胖胖的青年掏出1元钱说：“我来碰碰运气！”他弯下腰用力拨了一下指针。指针飞快地转动起来，最后停在10号格子，10号格子里放着一台漂亮的进口收录机。

胖青年高兴极了，他拿起收录机就要走：“1元钱换台收录机，我交了好运喽！”

“慢着！”长发青年一把将收录机夺了下来。

胖青年一瞪眼睛：“你耍赖！”

“谁耍赖？你刚才没听清楚。”长发青年解释说，“你还没按要求玩完哪！你必须从10号格子开始，按顺时针方向再数10个格子，那最后格子中的东西才归你。”

胖青年从10号格开始又数了10个格，最后落到19号格内。而19号是单数，格子里只放了一块糖。

胖青年剥开糖纸，把糖扔进嘴里，愤愤地说：“花1



元钱买块水果糖，倒霉！”

一名小学生很好奇，从口袋里掏出1元钱，说：“叔叔，我也玩一次。”

长发青年笑眯了双眼：“好，好。小孩运气好，你一定得大奖！”

小学生胆小，轻轻拨了一下指针。指针从1开始，连一圈都没转上，就停在20号了。20号内摆着一只多功能电子表，漂亮极了！可是，小学生知道这只电子表并不归他，他从20号格开始顺时针往下数，又数了20个格，最后落到15号格子，而15号格子里只摆着一张小画片，这张小画片连5分钱都不值！

一连几个人玩儿，最后个个落到单数格子里，都高呼：“倒霉！”

小毅往前走了两步，对大家说：“你们都上了他的当啦！他在玩数学把戏骗人！”

长发青年忽地站了起来，圆瞪着眼睛冲小毅喊：“你这个小孩怎么胡说八道？得不得奖完全靠运气，我怎么用数学骗人啦？你说！说不出道理来，我跟你没完！”

有的观众也说：“多玩几次可能会碰上一个双号，这玩意儿不能说骗人！”

小毅认真地对大家解释：“玩这种圆盘赌，你玩100次要输100次，一次也赢不了！我和你们说说其中的道理：你拨动指针后，指针停的格子只有两种情况，一种





是单数号，一种是双数号。如果停在单数号，你必须从这个单数号格子开始再数同样多的单数个格子。比如指针指到了5号格子，从5号格子开始再往下数5个格子，实质上只是再多数了4个格子， $5+4=9$ ，你必然落到9号格子，而9是单数。”

围观的人纷纷点头，说小毅分析得有理。

长发青年把脖子一梗，问：“如果指针停在双数号格子呢，会不会得奖？”

“不会！”小毅十分肯定地说，“指针停在双数号格子内，比如说6号格子。从6号格子开始再往下数6个格，实际上只是再多数5个格子， $6+5=11$ ，必然落到11号格子，而11是单数。”

“说得有理！把骗的钱还给我们！”几个受骗的人向长发青年索回被骗的钱。

“我说各位，我也学过数学。这个小孩只举了两个例子，能保证对所有的数都成立？在数学上是站不住脚的，他必须给出证明才行。”长发青年又出个难题。

“你难不倒我！”小毅蹲在地上边写边说，“所有双数都可以用 $2k$ 表示，而所有单数都可以用 $2k-1$ 表示，其中 $k$ 可以取0除外的任何自然数。如果指针停在单数号上，这个单数号可以用 $2k-1$ 表示，接着又往下数了 $(2k-1)-1$ 个格，也就是 $2k-2$ 个格，加起来有：

$$2k-1 + (2k-2) = 4k-3 = (2 \times 2k-2) - 1 = 2 \times$$