



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高职高专专业基础课教材新系

经济数学

(第三版)

杨敏华 主编

王建军 潘孔杰 戴建国 副主编

Jingji Shuxue

FE 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press





普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高职高专专业基础课教材新系

经济数学

(第三版)

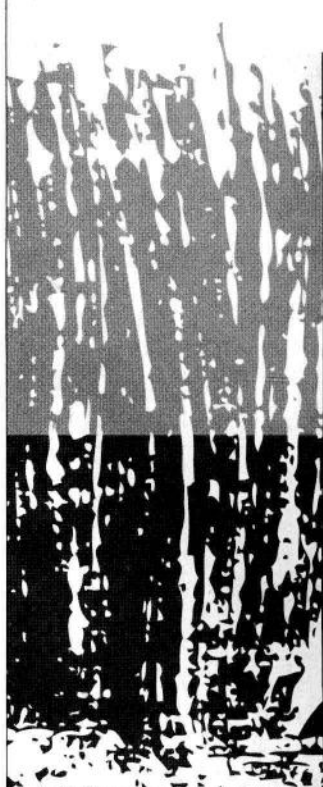
杨敏华 主编

王建军 潘孔杰 戴建国 副主编

Jingji Shuxue

FE 东北财经大学出版社
Dongbei University of Finance & Economics Press

大连



© 杨敏华 2011

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学 / 杨敏华主编. —3 版. —大连: 东北财经大学出版社,
2011. 12

(高职高专专业基础课教材新系)

ISBN 978-7-5654-0615-7

I. 经… II. 杨… III. 经济数学-高等职业教育-教材 IV. F22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 245220 号

东北财经大学出版社出版

(大连市黑石礁尖山街 217 号 邮政编码 116025)

教学支持: (0411) 84710309

营 销 部: (0411) 84710711

总 编 室: (0411) 84710523

网 址: <http://www.dufep.cn>

读者信箱: dufep@dufe.edu.cn

大连东泰彩印技术开发有限公司印刷 东北财经大学出版社发行

幅面尺寸: 170mm×240mm 字数: 305 千字 印张: 15

2011 年 12 月第 3 版 2011 年 12 月第 7 次印刷

责任编辑: 许景行 李 栋 责任校对: 何 群

封面设计: 冀贵收 版式设计: 钟福建

ISBN 978-7-5654-0615-7

定价: 25.00 元

第三版前言

《经济数学》（第三版）是在第二版（本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材）的基础上修订而成的，是高职高专专业基础系列教材。

本教材编写的原则是“重视基础，加强应用”。在理论方面不过于强调其体系的完备性，而侧重于介绍在经济领域中有应用价值的、日常教学所必需的理论知识；不片面追求理论的推导、证明，而强调理论在实践中的应用。在教学方法上力求从实际问题出发，引出概念、定理，以培养学生发现问题的能力。随着教学内容循序渐进地介绍数学方法在经济、商务管理中的应用案例，以培养学生的应用能力。

对于高职高专的学生，我们更侧重于实践教学。本教材介绍了一种常用的数学软件——Mathematica，并相应地设计了上机实验报告。通过本教材的教学，可使数学与实践应用更紧密地结合，提高学生解决实际问题的能力。

《经济数学》（第二版）自2007年由东北财经大学出版社出版以来得到了市场的认可，经过数年的教学实践，对国内外优秀教材的参考，以及对同行建议的听取，我们在第二版的基础上，作如下修改：

1. 在第1章中，对例题进行了调整，强调了求定义域的方法。
2. 在第2章中增加了利用等价无穷小代换来计算“ $\frac{0}{0}$ ”型未定式极限的方法。
3. 在第2章中增加了连续函数和不连续函数的经济运用举例。
4. 在第2章中增加了部分习题。
5. 在第5章中增加了分部积分公式的一个推广公式。
6. 在第6章中增加了例题。
7. 在第7章中对部分内容进行了修改。
8. 为教材中的单元实训题增加了实验报告，以指导学生进行上机

实验。

《经济数学》(第三版)共分七章。参加本教材编写的有:杨敏华(上海立信会计学院副教授),王建军(上海应用技术学院讲师,硕士),戴建国(上海长宁区业余大学高级教师)。各章的编著分工如下:

杨敏华老师负责第5章、第6章、第7章,王建军老师负责第1章、第3章、第4章,戴建国老师负责第2章及各章后的单元实训题。与本书配套的题库由潘孔杰老师(上海徐汇业余大学副教授)负责编写。

在修订过程中,本书参考了部分国内外教材,并得到了东北财经大学出版社的支持和帮助,在此一并致谢!本书第三版中难免存在一些问题,欢迎同行、读者批评指正。

编 者

2011年11月

第二版前言

本书第一版原名《商务数学》，第二版根据目前国内多数高职院校教学计划的课程设置名称，更名为《经济数学》。新版作为“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”，依据《高等学校教学质量和教学改革工程》对“精品课程”教材的要求，围绕高职高专财经管理类专业课程的需要，以培养具有专门技能的应用型人才为目标，坚持创新、改革的精神，将知识讲授、技能训练和能力培养有机地结合起来。

本教材以“重视基础，加强应用”为原则。在理论方面不过于强调其体系的完备性，而侧重于介绍在经济、商务领域中有应用价值的必需的理论知识；不片面追求理论的推导、证明，而强调理论在实践中的应用。在教学方法上力求从实际问题出发，引出概念、定理，以培养学生发现问题的能力。随着数学内容的循序渐进的展开，介绍数学方法在经济、商务管理中的应用案例，以培养学生的应用能力。

为使学生将所学的数学方法应用到经济领域中，本教材介绍了一种常用的数学软件——Mathematica，并设计了上机实训题。在本课程中使用了计算机软件，可使数学与实践应用更紧密地结合，从而提高学生解决实际问题的能力。

为使课堂教学更生动，编者根据多年的教学经验，按照数学的教学规律，制作了一套多媒体教案，供教师教学时使用。为便于检测教学效果，本教材配有一套电子题库。电子题库含有大量适合高职、高专的配套习题，题型分为：选择题、填空题、计算题、应用题、综合题。每种题型下分有几个类目，内容涵盖了所有教学知识点，并配有相应答案。该题库可以由教师自主选择题型自动生成试卷，还可以由教师在选定的题型里挑选习题类目自动生成试卷，并可由教师添加相关的题目，从而作为阶段测验和期中、期末考试试卷。使用本教材的任课教师可登录东北财经大学出版社的网站（www.dufep.cn）查询或下载电子教案和电子题库。

本书由上海立信会计学院杨敏华副教授主编，上海应用技术学院王建军讲师（硕士）和上海徐汇业余大学潘孔杰老师任副主编。全书共分七章，具体编写分工如下：第5~7章由杨敏华编写；第1~4章由王建军编写；电子题库由潘孔杰研制。

本教材供一学期使用，也可根据不同教学要求选用部分内容。其中每章最后一节——计算机软件介绍，各学校可根据课时等客观条件，灵活取舍或让学生自学。

在本教材的编写过程中，得到了有关专家的关心和支持，同时参阅了较多的教材和文献，在此表示衷心的感谢！由于时间和水平有限，本教材中难免存在不足和疏漏之处，恳请广大专家、读者批评指正。

编 者
2006.10

第一版前言

当前在商务领域里，为使本企业在日趋激烈的竞争环境中立于不败之地，越来越多的经营管理者们意识到要对市场进行充分的研究、分析，以便作出科学的决策。由此，掌握必要的数学方法已成为现代中高级工商管理专业人员必不可少的条件。

高职高专教育作为一种培养高级技术型应用人才的教学模式，其特点是强调理论和实践的结合，重视应用能力的培养。为了满足高职高专教学的需要，我们在教育部商业职业教育教学指导委员会的领导下，编写了《商务数学》。

本教材以“重视基础，加强应用”为原则。在理论方面不过于强调其体系的完备性，而侧重于介绍在经济、商务领域中有应用价值的必需的理论知识；不片面追求理论的推导、证明，而强调理论与实际的结合。力求从实际问题出发引出概念，结合数学内容的展开，介绍数学方法在经济、商务管理中的应用。

将数学方法应用于实践中，通常伴随着许多复杂的数学运算，这已成为有效的数学方法不能真正应用于实践的主要原因之一。为了用好数学方法，本教材介绍了一种常用的数学软件——Mathematica，并设计了上机实训题。在本课程中使用计算机软件，可使教学与实践更紧密地结合，提高学生解决实际问题的能力。

《商务数学》，共分七章。参加本教材编写的有：杨敏华（上海商业职业技术学院副教授），王建军（上海应用技术学院讲师）。各章的撰写者是：

杨敏华：第6，7章。王建军：第1，2，3，4，5章。

本教材供一学期使用，也可根据不同教学要求选用部分内容。其中每章最后一节——计算机软件介绍，各学校可根据课时等客观条件，灵活取舍或让学生自学。

在本教材编写过程中，得到了有关专家的关心和支持，同时参阅了

较多的教材和文献，在此表示衷心的感谢！由于时间和水平有限，本教材中难免存在不足和疏漏之处，恳请专家、读者批评指正。

编 者

2002 年 8 月

目 录

第1章 函 数	1
■ 学习目标	1
1.1 初等函数	2
1.2 分段函数	7
1.3 经济领域中常用的几个函数	8
1.4 Mathematica 软件介绍	11
■ 本章小结	15
■ 主要概念	16
■ 基本训练	16
■ 单元实训题	17
■ 复习题	19
第2章 极限与连续	21
■ 学习目标	21
2.1 极限	22
2.2 函数的连续性	35
2.3 Mathematica 软件介绍	44
■ 本章小结	46
■ 主要概念	47
■ 基本训练	47
■ 单元实训题	50
■ 复习题	52
第3章 导数与微分	55
■ 学习目标	55
3.1 导数	56
3.2 微分	68
3.3 Mathematica 软件介绍	70

■ 本章小结	73
■ 主要概念	74
■ 基本训练	74
■ 单元实训题	77
■ 复习题	78
第4章 导数的应用	80
■ 学习目标	80
4.1 罗必达法则	81
4.2 函数的单调性	84
4.3 函数的极值与最大(小)值	86
4.4 函数的凹性与拐点	91
4.5 导数在经济中的应用	94
4.6 Mathematica 软件介绍	102
■ 本章小结	105
■ 主要概念	106
■ 基本训练	106
■ 单元实训题	109
■ 复习题	112
第5章 不定积分	114
■ 学习目标	114
5.1 不定积分的概念	115
5.2 基本积分公式	117
5.3 不定积分的性质	117
5.4 换元积分法	119
5.5 分部积分法	124
5.6 经济上的应用举例	127
5.7 Mathematica 软件介绍	128
■ 本章小结	129
■ 主要概念	130
■ 基本训练	130
■ 单元实训题	132
■ 复习题	133
第6章 定积分	136
■ 学习目标	136
6.1 定积分的概念	137
6.2 定积分的性质	140
6.3 定积分和不定积分的关系	142

6.4	定积分的换元积分法与分部积分法	145
6.5	广义积分	148
6.6	定积分的应用	149
6.7	Mathematica 软件介绍	156
■	本章小结	158
■	主要概念	160
■	基本训练	160
■	单元实训题	162
■	复习题	163
第7章	多元函数的微积分	166
■	学习目标	166
7.1	空间解析几何简介	167
7.2	多元函数的极限与连续	170
7.3	偏导数	172
7.4	全微分	176
7.5	多元函数的极值	177
7.6	二重积分	180
7.7	Mathematica 软件介绍	187
■	本章小结	190
■	主要概念	191
■	基本训练	191
■	单元实训题	193
■	复习题	195
附录1	基本训练(技能题部分)、单元实训题及 复习题参考答案	197
附录2	数学软件 Mathematica 简介	217
附录3	基本初等函数的图形及其性质	224
主要参考书目		227

第 1 章

函 数

学习目标

1.1 初等函数

1.2 分段函数

1.3 经济领域中常用的几个函数

1.4 Mathematica 软件介绍

本章小结

主要概念

基本训练

单元实训题

复习题

数学中的转折点是笛卡尔的变数. 有了变数, 运动进入了数学; 有了变数, 辩证法进入了数学; 有了变数, 微分和积分也就立刻成为必要的了……

初等数学, 即常数的数学, 至少总的说来, 是在形式逻辑的范围内活动的, 而变数的数学——其中最重要的部分是微积分——按其本质来说也不是别的, 而是辩证法在数学方面的运用。

恩格斯

学习目标

知识目标: 通过本章的学习, 了解函数、复合函数、初等函数以及分段函数的概念。

技能目标: 通过本章的学习, 掌握求函数的定义域、值域的方法, 并能利用 Mathematica 软件计算函数值, 绘制函数图形。

能力目标: 通过本章的学习, 认识现实生活中的许多变量之间存在着函数关系, 用函数描述简单的实际问题。

1.1

初等函数

1.1.1

基本初等函数

1) 函数

(1) 几个实例

在很多实际问题中,一个量的大小会依赖于另一个量.例如,消费者对牛肉的需求量依赖于市场上的牛肉的价格;市场上某种饮料的供应量依赖于气温的变化;一瓶葡萄酒的价格依赖于它的年份;等等.再看下面几个实际问题:

问题1 某市居民用电的价格为0.61元/千瓦时,那么某户居民每月电费 y 与他的用电量 x 之间就可用一个关系式 $y = 0.61x (x \geq 0)$ 表示.

问题2 200×年夏天,上海出现了罕见的持续30天的高温天气.表1—1给出了当年8月11日至20日每天的最高气温,其中13日出现了40℃的极端高温.

表1—1

日期 t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
气温 $T(^{\circ}\text{C})$	37.2	39.6	40.0	39.4	39.8	37.3	34.8	34.2	35.0	34.9

从表1—1中我们可以看到,有日期 t 和温度 T 两个变量,当变量 t 在某一范围内变化时,最高气温 T 依赖于日期 t 的变化,并且当 t 取某一日期时,就有唯一的最高气温 T 与之对应.要注意的是:这里不存在任何可以计算温度的公式,否则我们就不需要气象局了.

问题3 图1—1反映了上海证券交易所的上证指数从200×年10月1日到200×年12月31日的60个交易日的变化情形,由此图可以看出在这段时间中,上证指数随时间的变化.

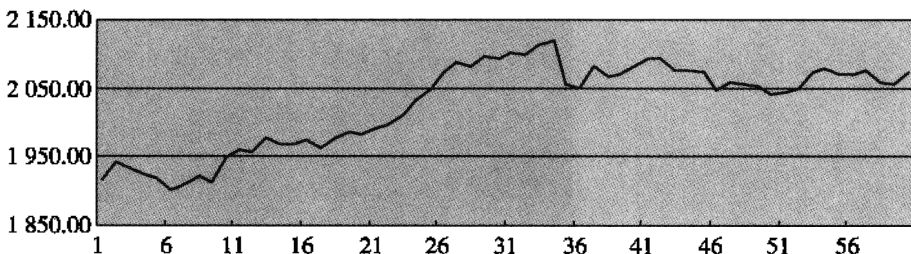


图1—1

从图1—1中我们可以看到,有日期 t 和指数 I 两个变量,当变量 t 在某一范围内变化时(200×年第四季度有60个交易日),指数 I 随着日期 t 的变化而变化,并且当 t 取某一日期时,有唯一上证指数 I 与之相对应.

(2) 函数的定义

在以上各实际问题中,撇开各个变量的实际意义,可以发现它们的共同点是:这些问题均涉及两个变量,而且两个变量之间都有一个确定的依赖关系(我们称之为对应规则),虽然这种依赖关系的表达方式不同,但当其中一个变量在某一范围内取值时,另一变量按照对应规则就有确定的值与之对应.两个变量的这种对应关系,实质上就是函数关系.

定义1—1 设有两个变量 x 和 y , D 是一个给定的数集, $x \in D$.若对 D 中的每一个确定值 x ,变量 y 按照一定的法则总有唯一确定的数值与之对应,则称 y 为 x 的函数,记作 $y=f(x)$.

数集 D 叫做这个函数的定义域, x 叫做自变量, y 叫做因变量或函数值.

当 x 取数值 $x_0 \in D$ 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值,记作 $f(x_0)$.当 x 取遍 D 的各个数值时,对应的函数值全体组成的数集为:

$$W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

我们将该数集称为函数的值域.

在平面直角坐标系中,自变量 x 在横轴上变化,因变量 y 在纵轴上变化,则平面点集 $\{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$ 即为定义在 D 上的函数 $y=f(x)$ 的图形.

构成函数的两个基本要素是对应法则和定义域,而对应法则的表示方法一般有三种:解析式法(公式法)(如问题1)、表格法(如问题2)和图形法(如问题3).

用解析式表示一个函数时,通常函数的定义域是使该式有意义的自变量取值范围.但在实际问题中,定义域不仅要保证解析式在数学上有意义,还要依照问题中的变量的实际意义进一步加以限制.如问题1中,自变量 x 表示的是居民的用电量,就只能取非负数.

在工程技术、经济活动等现实生活中,大量出现以表格形式表示的函数关系.如问题2中,尽管我们可能还没有把如此难以预测的温度想象成是一种函数,然而温度确实是日期的函数.因为每一天都产生出一个唯一的最高气温确实满足函数的定义,即对于每个日期 t ,都有一个唯一的最高气温 T 与之对应,故温度 T 是日期 t 的函数,它们之间的关系是用一个表格表示的.

以图形表示的函数关系由于最直观也常常被使用.如问题3中的图1—1显示了200×年第四季度上证指数的变化情况.我们不可能构造一个股票指数随时间变化的函数解析式(如果存在的话,每个股民就都能赚钱了),但指数确实是随着时间的变化而变化的.

由于解析表达式含义准确,且便于使用数学手段进行处理,对进行深入研究具有特别重要的意义,所以我们一般提到函数时,总假定它有一个解析表达式,可记为 $y=f(x)$,其中字母“ f ”就表示了一个对应法则.我们同时提到不止一个函数时,又

可以用 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=h(x)$ 等加以区别.

下面是几个函数的例子:

【例 1—1】常数函数 $y=9$, 其定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $\{9\}$.

【例 1—2】绝对值函数 $y=|x|$, 其定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $[0, +\infty)$.

【例 1—3】确定函数 $y=\frac{1}{\ln(2x-3)}$ 的定义域.

解: 当 $2x-3 > 0$ 且 $2x-3 \neq 1$ 时, 即 $x > \frac{3}{2}$ 且 $x \neq 2$ 时, 函数 $y=\frac{1}{\ln(2x-3)}$ 才能

取确定实数, 因此 $y=\frac{1}{\ln(2x-3)}$ 的定义域为 $D=(\frac{3}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$.

求函数定义域时, 通常应遵循以下规则:

- (1) 分式函数的分母表达式不等于零;
- (2) 偶次根式函数的根式内表达式大于等于零;
- (3) 对数函数的真数内表达式大于零.

【例 1—4】确定函数 $y=\frac{x\ln(x+2)}{x-1}+\sqrt{3-x}$ 的定义域

解:

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ 3-x \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \leq 3 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

因此, $y=\frac{x\ln(x+2)}{x-1}+\sqrt{3-x}$ 的定义域为 $D=(-2, 1) \cup (1, 3]$.

类似【例 1—4】的题目可按以下步骤求解:

- (1) 根据上述规则列出不等式或不等式组;
- (2) 解不等式或不等式组;
- (3) 用解集表示所求定义域.

2) 基本初等函数

下面六种函数称为基本初等函数. 基本初等函数是我们在中学数学学习过的内容, 其性质和图形见附录 3.

(1) 常数函数: $y=C$ (C 为实常数).

(2) 幂函数: $y=x^a$ (a 为实常数).

(3) 指数函数: $y=a^x$ (a 是常数且 $a > 0, a \neq 1$), 特别地, 以常数 $e=2.7182818\cdots$ 为底的指数函数 $y=e^x$ 是科技中常用的指数函数.

(4) 对数函数: $y=\log_a x$ (a 是常数且 $a > 0, a \neq 1$), 特别地, 当 $a=e$ 时, 称为自然对数, 记作 $y=\ln x$.

(5) 三角函数:

① 正弦函数 $y=\sin x$; ② 余弦函数 $y=\cos x$; ③ 正切函数 $y=\tan x$;

④ 余切函数 $y=\cot x$; ⑤ 正割函数 $y=\sec x$; ⑥ 余割函数 $y=\csc x$.

(6) 反三角函数:

① 反正弦函数 $y = \arcsin x$; ② 反余弦函数 $y = \arccos x$;

③ 反正切函数 $y = \arctan x$; ④ 反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x$;

⑤ 反正割函数 $y = \operatorname{arcsec} x$; ⑥ 反余割函数 $y = \operatorname{arccsc} x$.

1.1.2

复合函数

先看一个实例,某厂生产某产品,一条生产线每天生产 q 单位产品的总成本为 $C(q) = q^2 + q + 900$ (元),而在每一个正常的工作日内,一条生产线 t 小时可以生产 $q(t) = 25t$ 单位产品.

这里,总成本 C 随着产量 q 的增加而增加,是 q 的函数. 产量 q 随着时间 t 的增加而增加,是 t 的函数. 我们将 $q = q(t) = 25t$ 代入到总成本 $C(q)$ 的表达式,得到

$$C[q(t)] = (25t)^2 + (25t) + 900,$$

因此,作为产量 q 的函数的总成本 C 也是时间 t 的函数. 这样的过程称为函数的复合.

定义 1—2 如果函数 $y = f(u)$, 而 $u = \varphi(x)$, 并且函数 $\varphi(x)$ 的值域包含或部分包含在函数 $f(u)$ 的定义域中,那么 y 通过 u 的联系也是自变量 x 的函数,这个函数称为由函数 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 复合而成的**复合函数**,记作 $y = f[\varphi(x)]$,而 u 称为中间变量.

根据复合函数的概念,函数 $C = (25t)^2 + (25t) + 900$ 可以看成是由函数 $C(q) = q^2 + q + 900$ 与 $q(t) = 25t$ 复合而成的复合函数.

注意:复合函数定义中,中间变量 $u = \varphi(x)$ 的值域包含或部分包含在函数 $f(u)$ 的定义域中的条件是必不可少的. 否则随便把两个函数形式地复合起来,不一定就能得到一个新的函数. 例如,把函数 $y = \arcsin u$ 与 $u = x^2 + 2$ 形式地复合得到 $y = \arcsin(x^2 + 2)$,此表达式是没有意义的. 这是因为,函数 $u = x^2 + 2$ 的值域 $[2, +\infty)$ 不包含在 $y = \arcsin u$ 的定义域 $[-1, 1]$ 中,即不满足复合函数定义中的条件.

复合函数也可以是由两个以上的函数经过复合构成,例如: $y = \sqrt{u}$, $u = \sin v$, $v = \frac{x}{2}$, 则得复合函数 $y = \sqrt{\sin \frac{x}{2}}$, 这里 u 和 v 是中间变量.

由以上说明可知,复合函数是说明函数对应法则的某种表达方式的一个概念. 利用这个概念,有时可以把一个函数分解成几个函数,另一方面也可利用它来产生新的函数. 分析一个复合函数是由哪些函数经过怎样的过程复合而成的,称为复合函数的分解. 分解的顺序通常是由外向内,一直分解到在引入中间变量后,使得每一个函数是基本初等函数或是由基本初等函数经过四则运算构成的函数时为止.

【例 1—5】 设函数 $f(u) = u^2 + 3u + 1$, $g(x) = x + 1$, 求复合函数 $f[g(x)]$.